

ISSN 2500—0381

Электронная версия

ISSN 0021—3454

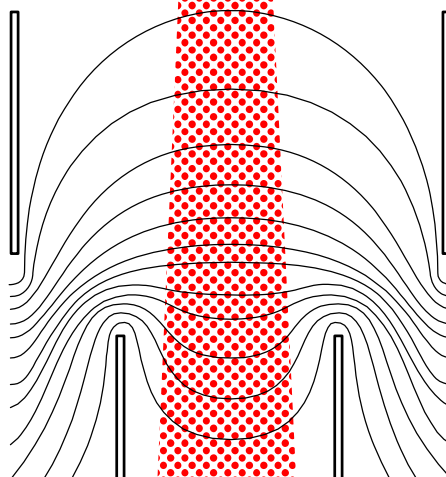
Печатная версия

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
ПРИБОРО**С**ТРОЕНИЕ
НАУЧНО - ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ



№ **7**
Т. 65
2022

Journal of **I**nstrument **E**ngineering



ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

*д-р техн. наук, проф. А. А. БОБЦОВ,
Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

*А. П. АЛЕШКИН, д-р техн. наук, проф., ВКА им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия
А. В. БЕЛИКОВ, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
И. А. БЕССМЕРТНЫЙ, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
В. А. БОГАТЫРЕВ, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Д. В. ЕФАНОВ, д-р техн. наук, проф., СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия
А. КЛИМЧИК, PhD, доцент, Университет Иннополис, Иннополис, Россия
С. А. КОЛЮБИН, д-р техн. наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
И. А. КОНЯХИН, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
В. В. КРИШТОП, д-р физ.-мат. наук, проф., ПНИПУ, Пермь, Россия
Л. С. ЛИСИЦЫНА, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
В. Д. ЛУКЬЯНОВ, д-р физ.-мат. наук, проф., ОАО „Авангард“, Санкт-Петербург, Россия
А. В. ЛЯМИН, д-р техн. наук, доцент, СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия
А. В. МАЛОЛЕТОВ, д-р физ.-мат. наук, проф., Университет Иннополис, Иннополис, Россия
Ю. Н. МАТВЕЕВ, д-р техн. наук, ООО „ЦРТ-инновации“, Санкт-Петербург, Россия
В. М. МЕДУНЕЦКИЙ, д-р техн. наук, проф., ООО „Феррум“, Санкт-Петербург, Россия
В. М. МУСАЛИМОВ, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
А. А. ОЖИГАНОВ, д-р техн. наук, проф., АО «НИТИ „Авангард“», Санкт-Петербург, Россия
А. А. ПЫРКИН (зам. главного редактора), д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Б. В. СОКОЛОВ, д-р техн. наук, проф., СПбФИЦ РАН, Санкт-Петербург, Россия
С. В. СОЛК, д-р техн. наук, НИИ ОЭП, Сосновый Бор, Ленинградская обл., Россия
Д. В. ТИТОВ, д-р техн. наук, доцент, ЮЗГУ, Курск, Россия
А. В. ФЕДОРОВ, д-р техн. наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Н. Б. ФИЛИМОНОВ (зам. главного редактора), д-р техн. наук, проф., МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия
И. Б. ФУРТАТ, д-р техн. наук, доцент, ИПМаш РАН, Санкт-Петербург, Россия*

Ответственный секретарь М. В. Лебецкая

Редактор И. М. Игошина

Набор, верстка: М. В. Герасимова

Перевод: Ю. И. Копилевич

Адрес: 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49, лит. А, Университет ИТМО

**Телефон: (812) 480-02-73, E-mail: pribor@itmo.ru
[http: // pribor.ifmo.ru/](http://pribor.ifmo.ru/)**

Подписано в печать 11.08.2022 г.

*Отпечатано в учреждении „Университетские телекоммуникации“
Адрес: 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49, лит. А
Телефон: (812) 915-14-54, E-mail: Prudentov@tibir.ru*

Редколлегия просит авторов и рецензентов отнестись с пониманием к ужесточению требований к рукописям и изменению формы подачи материала в журнале.

Аннотация объемом 150—250 слов должна отражать содержание статьи: предмет исследования, цель работы, метод проведения работы, краткое описание экспериментальных или теоретических исследований, полученные результаты и рекомендации по их применению.

Ключевые слова, служащие идентификаторами при предметном поиске, должны однозначно отражать содержание статьи. Основное ключевое слово/словосочетание указывается первым, общее количество ключевых слов — не менее 5.

Список литературы: для обзорной статьи рекомендуется приводить не менее 50 источников, для полнотекстовой статьи — не менее 15, для краткого сообщения — не менее 8 (при составлении списка преимущество следует отдавать изданиям, включенным в международные базы цитирования Scopus и Web of Science).

Новые требования к оформлению рукописи размещены на сайте журнала <http://pribor.itmo.ru/>



Адрес: 197101, Санкт-Петербург,
Кронверкский пр., 49, лит. А, Университет ИТМО
Телефон: (812) 480-02-73
[http:// pribor.ifmo.ru/](http://pribor.ifmo.ru/)
E-mail: pribor@itmo.ru

Журнал публикует научные обзоры, полнотекстовые статьи и краткие сообщения, отражающие результаты практических и теоретических исследований в области приборостроения.

Журнал содержит следующие разделы: информационные технологии и системы, приборы и системы автоматического управления, вычислительная техника, приборы навигации, элементы и устройства вычислительной техники и систем управления, оптические и оптико-электронные приборы и системы, акустические приборы и системы, приборы и методы контроля природной среды, веществ, материалов и изделий, приборы, системы и изделия медицинского назначения, технология приборостроения, научные и практические разработки. По договоренности с Редакцией может быть опубликован специальный тематический выпуск, посвященный достаточно узкой проблеме приборостроения.

Рукопись подается по электронной почте: pribor@itmo.ru. Редакция принимает рукопись к рецензированию при условии получения полного комплекта документов, включающего:

- экспертное заключение о возможности опубликования в открытой печати (формат PDF);
- файлы рукописи статьи, оформленные в соответствии с требованиями журнала;
- сведения об авторах, заполненные по шаблону (на русском и английском языке);
- договор о передаче авторских прав.

Рукопись должна содержать:

- название статьи (на русском и английском языке), индекс УДК;
- аннотацию (150—250 слов, на русском и английском языке), ключевые слова (не менее 5 и не более 25, на русском и английском языке), основной текст, список литературы;
- рисунки: каждый на отдельном листе формата А4 (не заверстывать в текст), таблицы.

Объем текста (оформленного в соответствии с требованиями журнала — шрифт Times New Roman, размер — 14 пт, межстрочный интервал 1,5, поля — сверху и слева 25 мм, снизу 20 мм, справа 10 мм) должен составлять 10—20 страниц, краткого сообщения — 3—5. Объем обзора предварительно согласовывается с Редакцией.

Список литературы (рекомендуется): для обзорной статьи — не менее 50, для полнотекстовой статьи — не менее 15, для краткого сообщения — не менее 8 литературных источников (не менее половины из них должны представлять собой ссылки на издания, включенные в международные базы цитирования Scopus и Web of Science). Список литературы должен формироваться в порядке появления ссылок в тексте.

Не допускается выравнивание с помощью пробелов, табуляций и символов конца абзаца. Эти символы при необходимости могут вставляться не более одного раза подряд (**не переносить с помощью дефисов**).

Формулы и отдельные символы набираются с использованием редактора формул MathType (Microsoft Equation). **Не вставлять** формулы из пакетов MathCad и MatLab. Размер шрифта в формулах — по умолчанию. Все переменные набираются курсивом, греческие буквы — прямым шрифтом, полужирные символы в формуле — стилем „матрица вектор“, русские символы — стилем „текст“, векторы следует набирать полужирным шрифтом без стрелок.

Рисунки выполняются в градациях серого в одном из форматов приложений Microsoft (Word, Excel, PowerPoint), предпочтителен векторный формат. Кривые на графиках следует помечать цифрами (1, 2, 3 и т.д.) или/и задавать линиями разного стиля (пунктир, штрихпунктир, жирная); толщина осей должна быть не менее 0,5 пт, иначе качество печати не гарантируется.

Датой поступления статьи считается последняя после доработки.

Плата за публикацию не взимается.

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

- Ефанов Д. В., Пивоваров Д. В. Синтез самопроверяемых комбинационных устройств с контролем вычислений по двум диагностическим параметрам 461
- Музыченко О. Н. Сложность произвольных функций алгебры логики малого числа переменных 478

ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Бобцов А. А., Каплин А. В., Николаев Н. А., Оськина О. В. Идентификация нестационарных параметров линейной регрессионной модели при аддитивном влиянии неизмеряемого синусоидального возмущения 492
- Хоанг Дык Тхинь, Пыркин А. А. Синтез алгоритма робастного управления движением мобильного робота вдоль гладкой траектории 500

ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

- Кирилловский В. К., Точилина Т. В. Изофотометрический метод определения линий спектра малой интенсивности 513
- Бородянский Ю. М., Колесниченко С. В., Майоров Е. Е., Константинова А. А., Петрова Е. А., Попова Е. В. Абсорбционная спектроскопия стеклоомывающих жидкостей для автомобилей 520

НАУЧНЫЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ

- Малов М. С., Мусалимов В. М., Ловлин С. Ю. Применение эластичных актюаторов с торсионной пружиной переменной жесткости в роботизированных устройствах реабилитации 527
- Антоненков Д. А. Экспериментальные исследования гидрологических процессов в морских устьях рек с использованием CTD-зонда 535

EDITOR-IN-CHIEF

*Dr. Sci., Prof. ALEXEY BOBTSOV,
ITMO University, St. Petersburg, Russia*

EDITORIAL BOARD

*ALESHKIN ANDREY, Dr. Sci., Prof., A. F. Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russia
BELIKOV ANDREY, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
BESSMERTNY IGOR, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
BOGATYREV VLADIMIR, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
EFANOV DMITRY, Dr. Sci., Prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia
KLIMCHIK ALEXANDER, PhD, Ass. Prof., Innopolis University, Innopolis, Russia
KOLYUBIN SERGEY, Dr. Sci., Ass. Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
KONYAKHIN IGOR, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
KRISHTOP VIKTOR, Dr. Sci., Prof., PNRPU, Perm, Russia
LISITSYNA LYUBOV, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
LUKYANOV VALERY, Dr. Sci., Prof., Avangard JSC, St. Petersburg, Russia
LYAMIN ANDREY, Dr. Sci., Ass. Prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia
MALOLETOV ALEXANDER, Dr. Sci., Prof., Innopolis University, Innopolis, Russia
MATVEEV YURIY, Dr. Sci., Speech Technology Center, St. Petersburg, Russia
MEDUNETSKY VIKTOR., Dr. Sci., Prof., Ferrum LLC, St. Petersburg, Russia
MUSALIMOV VIKTOR, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
OZHIGANOV ALEXANDER, SRTI Avangard JSC, St. Petersburg, Russia
PYRKIN ANTON, Dr. Sci., Prof., Deputy Editor-in-Chief, ITMO University, St. Petersburg, Russia
SOKOLOV BORIS, Dr. Sci., Prof., SPbFRC RAS, St. Petersburg, Russia
SOLK SERGEY, Dr. Sci., Research Institute of Optoelectronic Instrumentation, Sosnovy Bor, Lenin-grad region, Russia
TITOV DMITRY, Dr. Sci., Ass. Prof., SWSU, Kursk, Russia
FEDOROV ALEXEY, Dr. Sci., Ass. Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
FILIMONOV NIKOLAY, Dr. Sci., Prof., Deputy Editor-in-Chief, M. V. Lomonosov MSU, Moscow, Russia
FURTAT IGOR, Dr. Sci., Ass. Prof., Institute for Problems in Mechanical Engineering of the RAS, St. Petersburg, Russia*

Executive secretary Marina V. Lebedskaya

Editor Irina M. Igoshina

Page-proof, makeup Maria V. Gerasimova

Translation of Yuriy I. Kopilevich

Address: ITMO University, Kronverksky pr. 49, bldg. A, St. Petersburg, Russia, 197101

Tel: (812) 480-02-73

Site: pribor.ifmo.ru

E-mail: pribor@itmo.ru

THE MINISTRY OF SCIENCE AND HIGHER EDUCATION OF THE RUSSIAN FEDERATION

JOURNAL OF INSTRUMENT ENGINEERING

ITMO UNIVERSITY

The Journal is published since January 1958

Vol. 65

JULY 2022

№ 7

CONTENTS

INFORMATION TECHNOLOGIES AND SYSTEMS, COMPUTER TECHNIQUE

- Efanov D. V., Pivovarov D. V.** Synthesis of Self-Testable Combinational Devices with Control of Calculations by Two Diagnostic Parameters..... 461
- Muzychenko O. N.** Complexity of Arbitrary Functions of the Logic Algebra of a Small Number of Variables..... 478

DEVICES AND SYSTEMS OF AUTOMATIC CONTROL

- Bobtsov A. A., Kaplin A. V., Nikolaev N. A., Oskina O. V.** Identification of Non-Stationary Parameters of a Linear Regression Model Under Additive Influence of the Unmeasurable Sinusoidal Disturbance..... 492
- Hoang Duc Thinh, Pyrkin A. A.** Synthesis of an Algorithm for Robust Control of a Mobile Robot Movement along a Smooth Trajectory 500

OPTICAL AND OPTO-ELECTRONIC INSTRUMENTS AND SYSTEMS

- Kirillovsky V. K., Tochilina T. V.** Isophotometric Method for Determining Low-Intensity Spectrum Lines..... 513
- Borodyansky Yu. M., Kolesnichenko S. V., Maiorov E. E., Konstantinova A. A., Petrova E. A., Popova E. V.** Absorption Spectroscopy of Windshield Washer Fluids for Cars..... 520

SCIENTIFIC AND PRACTICAL DEVELOPMENTS

- Malov M. S., Musalimov V. M., Lovlin S. Yu.** Application of Elastic Actuators with Torsion Spring of Variable Stiffness in Robotic Rehabilitation Devices..... 527
- Antononkov D. A.** Experimental Studies of Hydrological Processes in Sea Estuaries Using CTD Probe..... 535

To the Authors!

The Journal of Instrument Engineering publishes scientific reviews, full-text articles and short messages, reflecting the unpublished results of theoretical and practical research in the field of fundamental instrument making.

The Journal publishes articles on the following themes: information technologies and systems, devices and automatic control systems, computer engineering, gyroscopic and navigation systems, instruments of precision mechanics, electronic and electromagnetic devices, optical and optoelectronic devices and systems, thermal regimes and reliability of devices and systems, technology and instrumentation, scientific and practical development. In agreement with the Editorial Board can be published a special themed issue devoted to a fairly narrow issue of instrumentation.

The material of the article accepted in electronic form and on any media, executed in a text editor Word without formatting along with a hard copy on A4. Electronic version of the paper may be sent by E-mail: **pribor@mail.ifmo.ru**

The size of the article (in printed form) must not exceed eight pages, a short presentation of two. Size scientific review previously agreed with the Editorial Board.

Submission includes two copies of:

— the manuscript text; list of references (recommended): review article — not less than 50, for the full text of the article — no less than 15, for short messages — at least 8 of the literary source (at least half of them should be links to the editions listed in international database of citation Scopus and Web of Science); number citations consecutively as they appear in the text;

— extended abstract (150—250 words);

— keywords (not less than 5 and not more than 25);

— illustrations: each on a separate sheet of A4 (not overestimate in the text) — big, with a maximum fill;

— the recommendation of the Department (laboratory);

— information about the authors on a template (surname, name, patronymic, name of the organization in accordance with the latest edition of the Charter, the address of the organization, academic degree and title, position, e-mail address).

The article must also enclose agreement on the transfer of copyright.

The main text. The following requirements are common to good practice in the design documents.

Font — Times New Roman, size 14, line spacing 1.5, margins — top and left — 25 mm, bottom — 20 mm, right — 10 mm.

Not allowed alignment with spaces, tabs and end of a paragraph (in the layout will need to be cleared). These symbols must be inserted only when necessary, and not more than once in a row (not to carry with dashes).

Don't insert formulas from MathCad or MatLab!

Figures and tables are to be inserted after the list of references. Graphics are accepted in one of Microsoft formats (Word, Excel, and PowerPoint); vector format is preferable. Don't use color graphics; it is better to apply dotted, dash-and dot lines, etc., or mark lines with numerical symbols.

Editorial Staff

СИНТЕЗ САМОПРОВЕРЯЕМЫХ КОМБИНАЦИОННЫХ УСТРОЙСТВ
С КОНТРОЛЕМ ВЫЧИСЛЕНИЙ ПО ДВУМ ДИАГНОСТИЧЕСКИМ ПАРАМЕТРАМ

Д. В., ЕФАНОВ^{1*} Д. В. ПИВОВАРОВ²

¹ Российский университет транспорта, Москва, Россия,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия
*TrES-4b@yandex.ru

² Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I,
Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. Предложена структура организации схем встроенного контроля для логических устройств автоматики и вычислительной техники, основанная на использовании двух диагностических параметров (гибридная структура). В качестве первого диагностического параметра рассматривается принадлежность контролируемых в схеме встроенного контроля функций заранее выбранному избыточному коду, а в качестве второго диагностического параметра — принадлежность каждой функции к классу самодвойственных функций. Приведено подробное описание гибридной структуры организации схемы встроенного контроля. Рассмотрены частные случаи ее реализации — применение для контроля равновесных кодов „2 из 4“ и стандартных модулей сжатия парафазных сигналов. Продемонстрированы возможности использования специализированных схем предварительного сжатия сигналов с выходов объекта диагностирования, необходимых для сокращения вносимой структурной избыточности при синтезе схемы встроенного контроля. Приведен пример реализации схемы встроенного контроля по гибридной структуре. Рассмотрен алгоритм пошагового определения функций блока контрольной логики с учетом особенностей реализации полностью самопроверяемого цифрового устройства.

Ключевые слова: самопроверяемое устройство, схема встроенного контроля, контроль вычислений, контроль принадлежности заданному избыточному коду, равновесный код „2 из 4“, контроль самодвойственности, контроль по двум диагностическим параметрам

Ссылка для цитирования: Ефанов Д. В., Пивоваров Д. В. Синтез самопроверяемых комбинационных устройств с контролем вычислений по двум диагностическим параметрам // Изв. вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 7. С. 461—477. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-7-461-477.

SYNTHESIS OF SELF-TESTABLE COMBINATIONAL DEVICES
WITH CONTROL OF CALCULATIONS BY TWO DIAGNOSTIC PARAMETERS

D. V. Efanov^{1*}, D. V. Pivovarov²

¹ Russian University of Transport, Moscow, Russia,
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia
*TrES-4b@yandex.ru

² Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University,
St. Petersburg, Russia

Abstract. The structure of the organization of integrated control circuits for logic devices of automation and computer technology based on the use of two diagnostic parameters (hybrid structure) is proposed. As the first diagnostic parameter, belonging of the controlled functions in the circuit to a pre-selected redundant code is taken, and as the

second diagnostic parameter, the affiliation of each function to a class of self-dual functions is considered. A detailed description of the hybrid structure of the organization of the integrated control circuit is given. Special cases of its implementation are considered — the use of "2 out of 4" constant-weight code codes and standard compression modules for two-rail signals. The possibilities of using specialized circuits for pre-compression of signals from the outputs of the diagnostic object necessary to reduce structural redundancy during the synthesis of the integrated control circuit are demonstrated. An example of the implementation of the integrated control circuit scheme for a hybrid structure is given. The algorithm of step-by-step determination of the functions of the control logic block is considered, taking into account the features of the implementation of a fully self-checking digital device.

Keywords: self-checking device, built-in self-checking monitoring circuit, computing check, belonging to a given redundant code control, "2 out of 4" constant-weight code, self-dual Boolean control, control by two diagnostic parameters

For citation: Efanov D. V., Pivovarov D. V. Synthesis of self-testable combinational devices with control of calculations by two diagnostic parameters. *Journal of Instrument Engineering*. 2022. Vol. 65, N 7. P. 461—477 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-7-461-477.

Введение. При разработке устройств автоматики и вычислительной техники, наряду с необходимостью выполнения основных алгоритмов при штатной работе, одной из важных задач является своевременное обнаружение возникающих в процессе эксплуатации неисправностей [1, 2]. На этапе синтеза устройства важно обеспечить функции контролепригодности и обнаружения неисправностей в элементах его структуры (исключать скрытые неисправности) [3, 4]. Требуется не допускать накопления неисправностей, что позволит свести к минимуму вероятность возникновения кратных отказов и их влияния на результаты вычислений. Именно поэтому важно наделить устройство еще и свойством самопроверяемости — способности обнаружения неисправностей в моменты их появления [5].

При построении самопроверяемого устройства широко применяются дополнительные схемы встроенного контроля (СВК), позволяющие косвенно, по результатам вычислений основным устройством $F(x)$ своих функций $f_1, f_2, \dots, f_{m-1}, f_m$, определять наличие неисправностей (рис. 1) [6, 7]. Неисправности устройства $F(x)$ в случае его контролепригодной реализации приводят к искажению вычисляемых значений сигналов на выходах элементов внутренней структуры. Искажения, распространяясь в устройстве на его выходы $f_1, f_2, \dots, f_{m-1}, f_m$, вызывают, в свою очередь, искажения тех или иных разрядов, что как раз и фиксируется в СВК. СВК имеет два выхода z^0 и z^1 , предназначенные для сигнализации о возникающих ошибках в вычислениях в одном из модулей или на одной из линий устройства. Сигнал на выходе СВК кодируется в парафазной логике: парафазные значения $\langle 01 \rangle$ и $\langle 10 \rangle$ говорят об исправности основного устройства $F(x)$ и элементов СВК, а непарафазные значения $\langle 00 \rangle$ и $\langle 11 \rangle$ — о наличии неисправностей в одном из блоков.

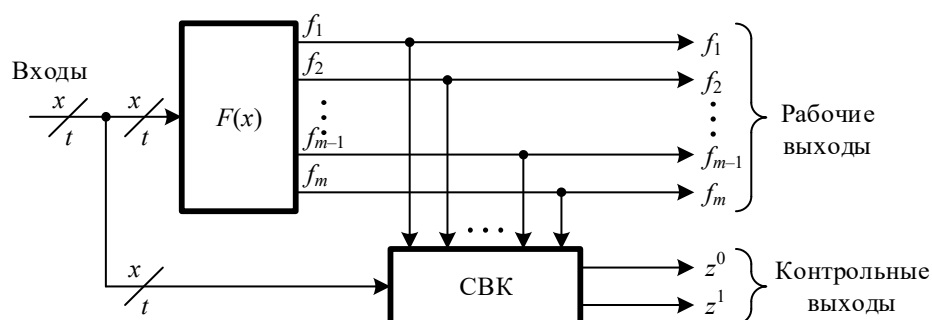


Рис. 1

При реализации устройства оговаривается модель неисправностей, относительно которой оно будет самопроверяемым. Исходя из этого в дальнейшем и реализуется СВК. При этом необходимо отметить, что устройство $F(x)$ само по себе должно быть контролепригод-

ным и проверяемым. Последнее свойство означает, что любая неисправность из заданного класса (определяемого моделью неисправностей) в устройстве $F(x)$ должна проявляться в виде искажения значения хотя бы на одном из его выходов [5]. Далее остановимся на рассмотрении частного случая — модели одиночной константной неисправности выходов элементов внутренней структуры (stuck-at faults) [8]. В зависимости от технологии реализации устройства данная модель покрывает от 80 до 95 % реальных физических дефектов.

При синтезе СВК особое внимание уделяется двум основным характеристикам: сложности технической реализации и обнаруживающей способности. Сложность технической реализации характеризует структурную избыточность самопроверяемого устройства. Обнаруживающая способность демонстрирует возможность фиксации в СВК допустимого множества искажений на выходах $f_1, f_2, \dots, f_{m-1}, f_m$ устройства $F(x)$: если фиксируются все возможные искажения, то СВК является полностью самопроверяемой, если фиксируется только некое подмножество возможных искажений, то СВК полностью самопроверяемой не является.

При синтезе СВК применяются методы теории информации и кодирования. Выходы $f_1, f_2, \dots, f_{m-1}, f_m$ в СВК кодируются заранее определенным двоичным избыточным равномерным кодом. Это реализуется либо за счет преобразования самих функций $f_1, f_2, \dots, f_{m-1}, f_m$, либо за счет их дополнения специальными контрольными функциями $g_1, g_2, \dots, g_{k-1}, g_k$, что подразумевает использование блока контрольной логики $G(x)$ в СВК. Тестер позволяет установить принадлежность формируемых кодовых слов выбранному избыточному коду.

Так как основной задачей СВК является именно обнаружение искажений рабочих выходов $f_1, f_2, \dots, f_{m-1}, f_m$, то зачастую при синтезе схем применяются коды, ориентированные на обнаружение ошибок, а не на их исправление. Это обусловлено меньшей избыточностью первых, что сказывается и на меньшей аппаратной избыточности, вносимой в устройство. Среди кодов с обнаружением ошибок при синтезе СВК широко применяются разнообразные коды с суммированием, равновесные и полиномиальные коды [9—12]. Среди кодов, ориентированных не только на обнаружение ошибок, но и на их исправление, применяются коды Хэмминга, Рида — Маллера и другие систематические коды [13—16].

Необходимо также отметить, что при синтезе СВК в качестве диагностического может применяться параметр, характеризующий принадлежность вычисляемых функций заранее определенному особому классу функций алгебры логики, например классу самодвойственных функций. В этом случае принципы реализации СВК несколько отличаются [17, 18].

Характеристики обнаружения ошибок в СВК, реализуемых по кодовым методам, отличаются от аналогичных характеристик в схемах, реализуемых путем контроля вычислений по принадлежности функций заданному классу функций алгебры логики. Именно поэтому в предыдущих работах авторов были исследованы возможности использования двух диагностических параметров при синтезе СВК. При этом использовался признак принадлежности формируемого кодового слова равновесному коду „2 из 4“ (2/4-коду), а также признак принадлежности каждой подаваемой на входы тестера 2/4-кода (2/4-TSC) функции классу самодвойственных функций алгебры логики [19, 20]. Было установлено, что организация контроля по двум диагностическим параметрам существенно повышает характеристики обнаружения ошибок на выходах объекта диагностирования, чем контроль по одному какому-либо параметру. При исследованиях не использовались специальные схмотехнические приемы, связанные с поиском групп выходов, на которых обнаруживаются определенные виды ошибок конкретной кратностью, а также методы преобразования исходных структур объектов диагностирования в контролепригодные структуры по тому или иному признаку [21—25]. Показатели сложности технической реализации устройства с СВК по двум диагностическим параметрам, как правило, не превышали показателей сложности технической реализации стандартной структуры дублирования [26]. Для более значительного сокращения показателей

сложности технической реализации устройств может быть применен подход с использованием схемы сжатия сигналов по аналогии с тем, как это сделано в [27].

В настоящей статье развивается теория синтеза СВК по двум диагностическим параметрам.

Обобщенная структура организации СВК по двум диагностическим параметрам.

На рис. 2 представлена обобщенная структура организации СВК по двум диагностическим параметрам. Здесь объектом диагностирования является блок $F(x)$, вычисляющий функции $f_1, f_2, \dots, f_{m-1}, f_m$. В СВК выделены несколько функциональных блоков.

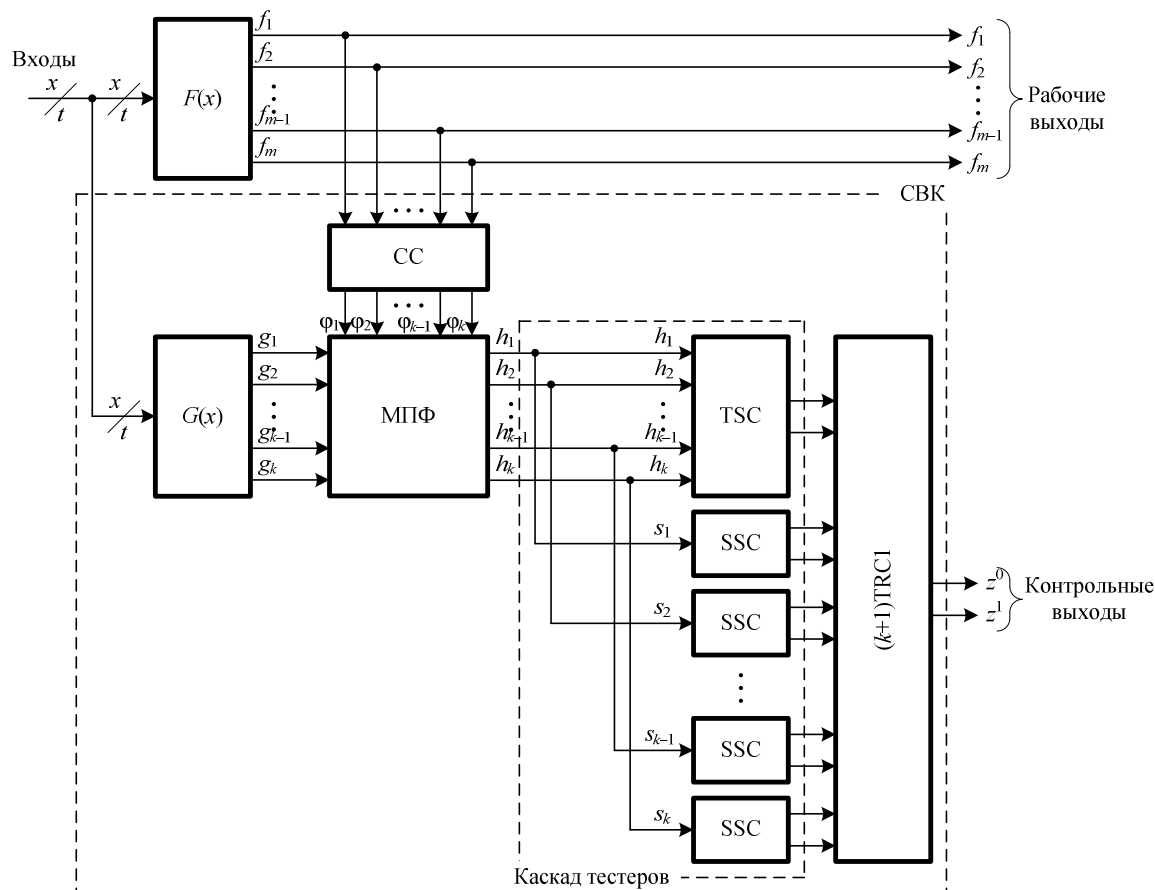


Рис. 2

Схема сжатия (СС) используется для сокращения числа „наблюдаемых“ выходов и, как следствие, для сокращения структурной избыточности самопроверяемого устройства. Эта схема преобразует вектор рабочих функций $\langle F \rangle = \langle f_m f_{m-1} \dots f_2 f_1 \rangle$ в вектор функций $\langle \Phi \rangle = \langle \varphi_k \varphi_{k-1} \dots \varphi_2 \varphi_1 \rangle$: $\langle F \rangle \rightarrow \langle \Phi \rangle$ (в данном случае $k < m$). Схема сжатия может быть реализована по любому принципу. В общем случае она представляет собой преобразователь (кодер). Например, в [28] рассматривается попарное сжатие сигналов, поступающих от блока $F(x)$, а в [29] предложено производить сжатие сигналов с использованием кодеров классического и модифицированного кодов с суммированием. Необходимо заметить, что использование схемы сжатия не является обязательным, и контроль вычислений можно производить сразу же по сигналам от рабочих функций $f_1, f_2, \dots, f_{m-1}, f_m$.

Блок контрольной логики $G(x)$ вычисляет специальные контрольные функции $g_1, g_2, \dots, g_{k-1}, g_k$. Значения сигналов с выходов блока $G(x)$ и схемы сжатия поступают на входы модуля преобразования функций (МПФ). Здесь происходит коррекция значений функций $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{k-1}, \varphi_k$, для чего используются контрольные функции. Преобразование осуществляется с помощью элементов сложения по модулю $M=2$ (элементов XOR) по правилу:

$h_i = \varphi_i \oplus g_i$, $i = \overline{1, k}$. Значения функций $h_1, h_2, \dots, h_{k-1}, h_k$ формируются такими, чтобы кодовый вектор $\langle H \rangle = \langle h_k h_{k-1} \dots h_2 h_1 \rangle$ принадлежал заранее выбранному избыточному коду, а каждая из функций h_i , $i = \overline{1, k}$, принадлежала классу самодвойственных функций алгебры логики. Это свойство достигается путем подбора значений функций $g_1, g_2, \dots, g_{k-1}, g_k$ на каждой входной комбинации для СВК и устройства $F(x)$. Для контроля принадлежности вычисляемых функций классу самодвойственных функций алгебры логики, а вектора $\langle H \rangle = \langle h_k h_{k-1} \dots h_2 h_1 \rangle$ выбранному избыточному коду устанавливается каскад тестеров. Он включает в себя тестер выбранного кода TSC (Totally Self-Checking Checker), а также k тестеров самодвойственных сигналов SSC (Self-Dual Self-Checking Checker), на входы которых поступают самодвойственные сигналы $s_i = h_i$, $i = \overline{1, k}$. Необходимо отметить, что число тестеров самодвойственных сигналов может быть и меньше в зависимости от того, сколько функций корректируется в модуле преобразования (см. пример в [27]). Выходы тестеров реализуют парафазный сигнал и объединяются на входах компаратора $(k+1)\text{TRC1}$, реализующего операцию сжатия $k+1$ парафазных сигналов (или меньшего в зависимости от способа преобразования сигналов схемы сжатия) в один парафазный сигнал $\langle z^0 z^1 \rangle$. Компаратор реализуется на основе стандартных модулей сжатия парафазных сигналов TRC (Two-Rail Checker) [30]. Каждый такой модуль снабжен двумя входами и одним выходом и, соответственно, производит сжатие двух парафазных сигналов в один. Он является полностью самопроверяемым. Для реализации компаратора при сжатии $k+1$ парафазных сигналов в один потребуется k модулей сжатия парафазных сигналов.

Как показывают исследования, не для любого избыточного кода* возможно, чтобы все его функции на всех входных комбинациях для СВК и устройства $F(x)$ принадлежали классу самодвойственных функций. Для этого подходят равновесные коды „ r из $2r$ “ ($r/2r$ -коды), некоторые коды с суммированием и некоторые систематические коды.

Обратим внимание читателя на то, что структура, изображенная на рис. 2, реализуется с учетом импульсного режима работы. Все сигналы представляются в виде последовательностей сменяемых значений. Сигнал „0“ кодируется последовательностью 0101...01, а сигнал „1“ — последовательностью 1010...10. Это требует специальной реализации устройства с генератором импульсной последовательности. Особенности синтеза самодвойственных устройств с СВК рассмотрены в [17, 18, 31—33].

Приведем схему тестера самодвойственного сигнала (рис. 3). Здесь самодвойственный сигнал f^* с помощью линии задержки, равной одному такту импульсной последовательности a , преобразуется в двухфазный сигнал $\langle v_1 v_2 \rangle$. Тестер оборудован двумя выходами и при самодвойственности входного сигнала формирует парафазный сигнал $\langle 01 \rangle$ либо $\langle 10 \rangle$ на выходах. При нарушении самодвойственности поступающего сигнала на выходе формируется непарафазный сигнал.

На рис. 4 представлена одна из известных структур модуля сжатия парафазных сигналов [34]. Данное устройство является стандартным. В структуре СВК, приведенной на рис. 2, стандартными являются также схема сжатия и модуль преобразования функций.

Из приведенных выше рассуждений следует, что синтез самопроверяемого устройства сводится к получению функций $g_1, g_2, \dots, g_{k-1}, g_k$, реализуемых блоком $G(x)$.

Рассмотрим далее некоторые частные случаи реализации структуры, приведенной на рис. 2.

* Поскольку функции, описывающие разряды кодового вектора, должны быть самодвойственными, то и на ортогональных по всем переменным входных комбинациях разряды кодового вектора должны принимать противоположные значения, а сами кодовые слова при этом должны принадлежать выбранному коду. Этим свойством обладают далеко не все разделимые и неразделимые коды.

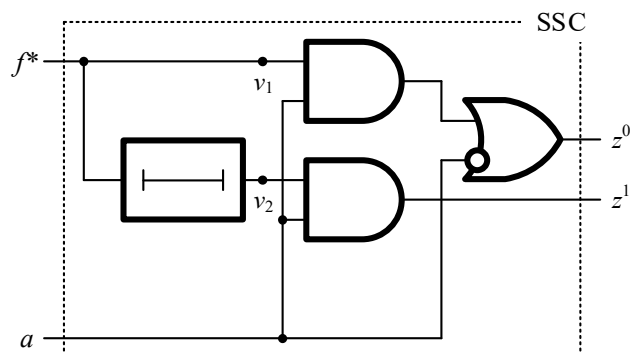


Рис. 3

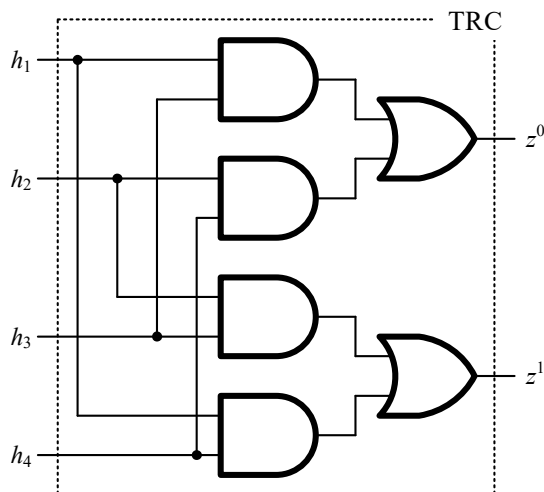


Рис. 4

Структуры организации СВК с применением 2/4-кода и модулей сжатия парафазных сигналов. Известно [35], что тестер 2/4-кода обладает уникальной особенностью по сравнению с тестерами других равновесных кодов — его самая простая реализация, приведенная на рис. 5, требует для полной проверки подачи всего четырех комбинаций из шести, принадлежащих данному коду*. Это комбинации {0011, 1100, 0110, 1001}. Кроме того, это наиболее простой по структуре тестер из известных тестеров равновесных кодов.

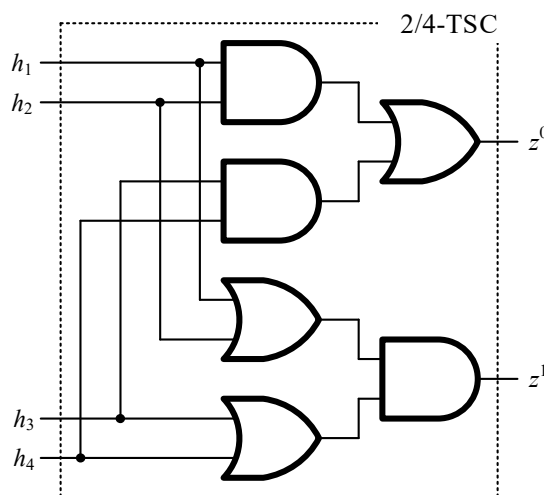


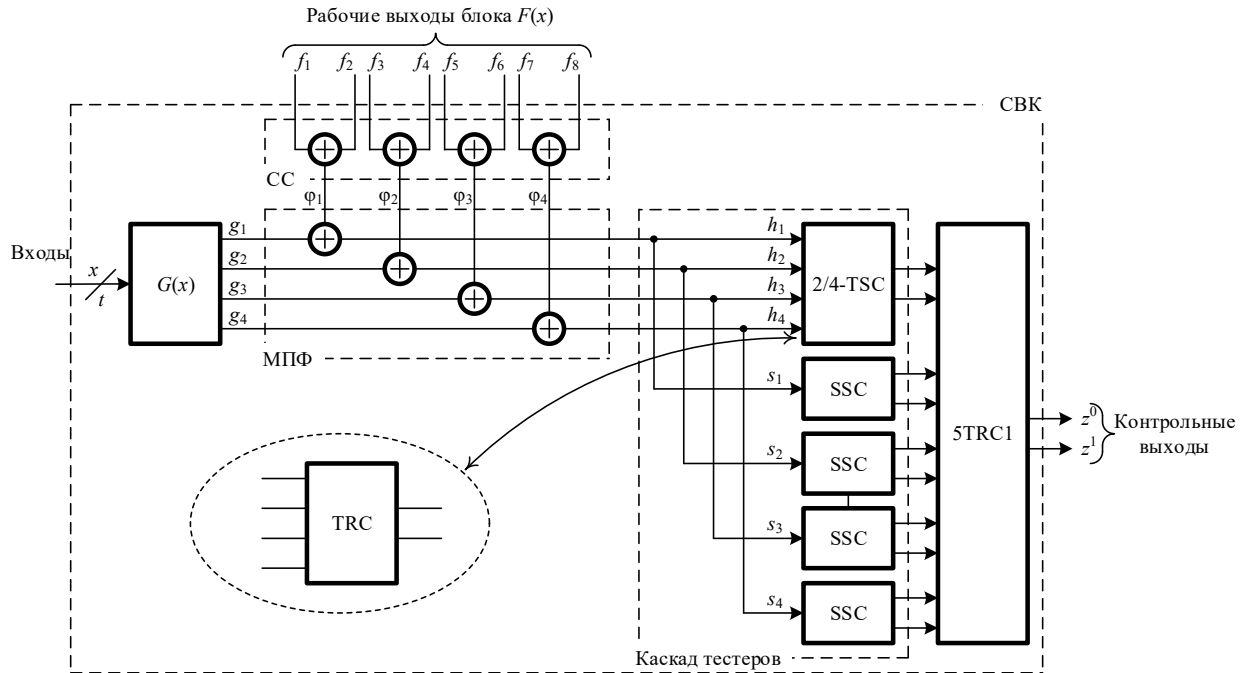
Рис. 5

* Необходимо заметить, что это, вообще говоря, минимально возможное количество проверяющих комбинаций, требующихся для полной проверки тестеров [35].

Сравнение рис. 4 и 5, показывает, что по сложности они сопоставимы. Более того, рабочими комбинациями для модуля сжатия парафазных сигналов являются комбинации из множества $\{0101, 1010, 0110, 1001\}$. Это комбинации 2/4-кода. Соответственно, модуль TRC также может использоваться для синтеза СВК по структуре, предложенной на рис. 2.

На рис. 6 и 7 представлены базовые структуры СВК для контроля многовыходных устройств с использованием гибридной структуры (см. рис. 2) и 2/4-кодов (модулей TRC) для контроля.

а)



б)

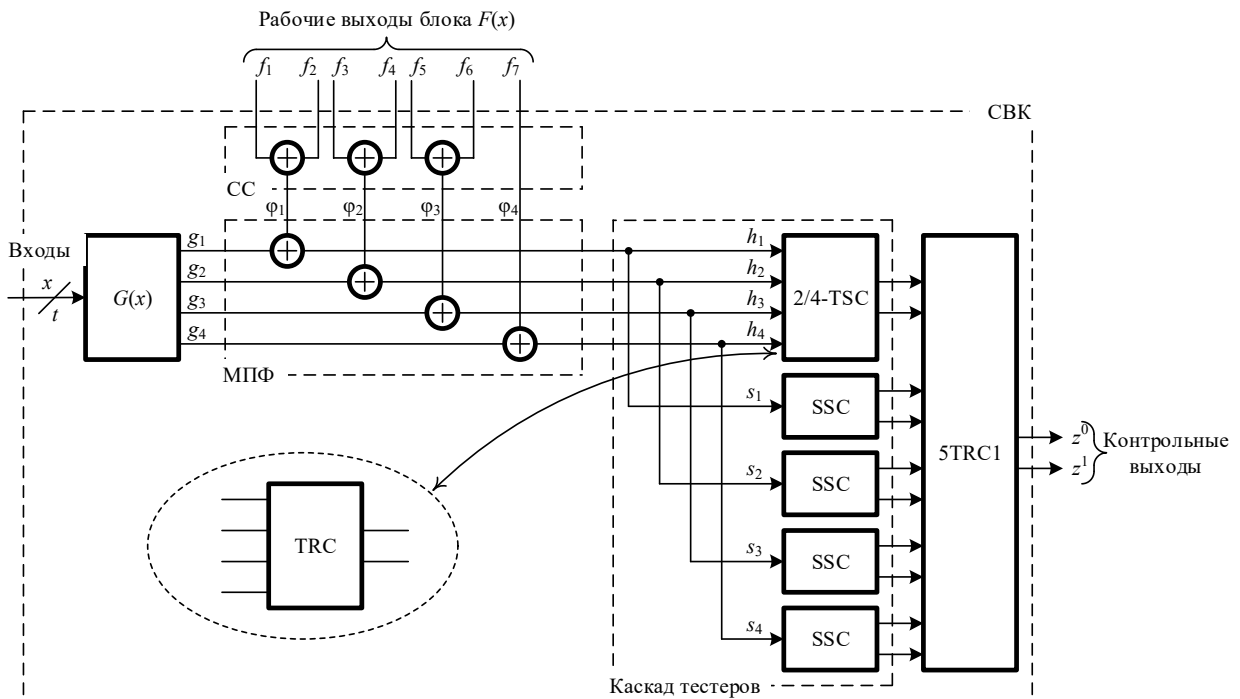


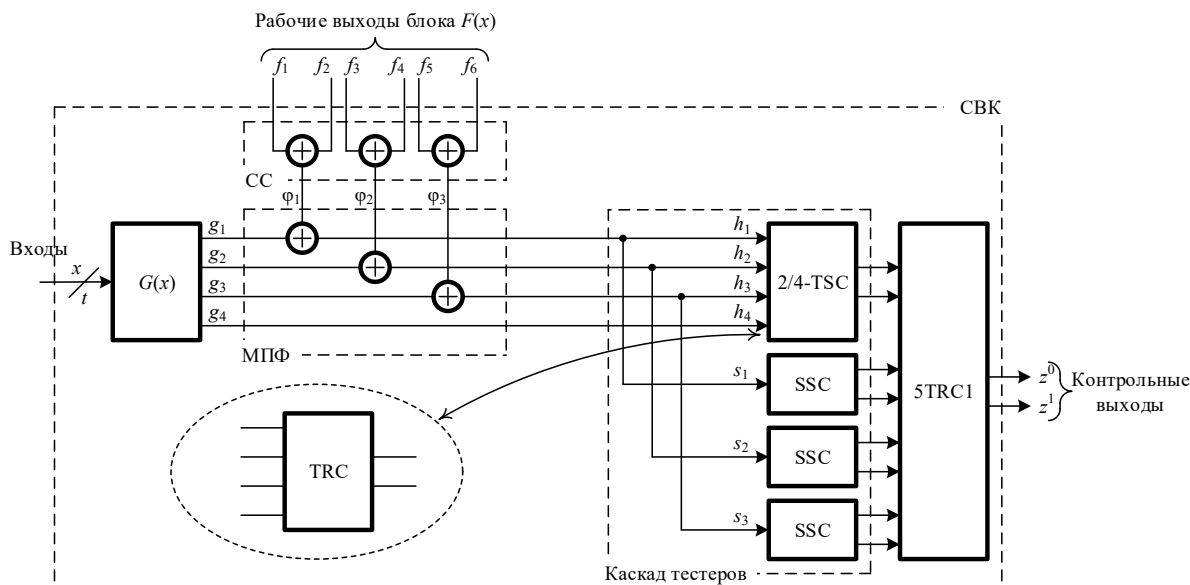
Рис. 6

Базовая структура (рис. 6, а) предназначена для контроля группы из 8 выходов устройства $F(x)$. В качестве схемы сжатия применяется структура с попарным сжатием сигналов с помощью элементов XOR, что дает получение четырех функций ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 и ϕ_4 . Эти функции

формируют вектор $\langle \varphi_4 \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \rangle$, который преобразуется с помощью блока $G(x)$ в вектор $\langle h_4 h_3 h_2 h_1 \rangle$, принадлежащий равносному 2/4-коду. Альтернативный вариант — использование преобразования в кодовые слова, которые являются рабочими комбинациями для модуля TRC. Для контроля самодвойственности каждой из четырех функций установлены блоки SSC. Выходы всех пяти тестеров объединены на входах самопроверяемого компаратора, реализуемого из четырех модулей сжатия парафазных сигналов. Именно такая структура с применением 2/4-кода описана в [27]. Эксперименты показывают ее эффективность для контроля комбинационных логических схем.

На рис. 6, б приведена данная структура для варианта контроля группы из 7 выходов устройства $F(x)$. В этом случае предлагается напрямую преобразовывать сигнал с выхода f_7 .

а)



б)

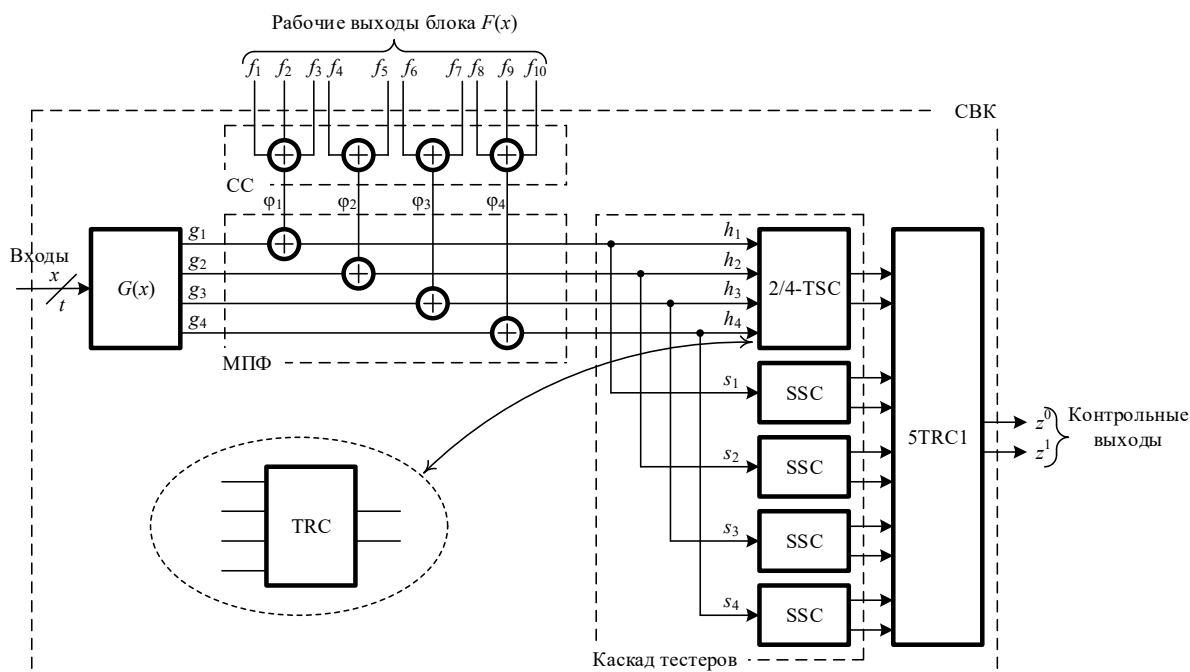


Рис. 7

На рис. 7, а представлен вариант организации CBK при числе функций в контролируемой группе, равном 6. Таким образом, сигналы со всех выходов устройства $F(x)$ сжимаются только в три сигнала, которые затем и преобразуются, формируя три функции h_1 , h_2 и h_3 из

четырех. Последняя функция напрямую вычисляется устройством $G(x)$. Так как с выходами объекта диагностирования она не связана, для ее контроля не устанавливается тестер само-двойственности, она нужна только для работы тестера выбранного кода.

На рис. 7, б приведен вариант организации СВК для группы из 10 выходов устройства $F(x)$. В этом случае предлагается модифицировать схему сжатия и использовать сжатие не двух сигналов, а сразу нескольких. Число вариантов организации схемы сжатия в данном случае становится большим, при этом, естественно, увеличивается и число маскируемых ошибок на выходах элементов XOR . Эффективность предлагаемого решения непосредственно зависит от особенностей объекта диагностирования и в каждом конкретном случае должна определяться путем моделирования его работы. Может быть использована и иная схема сжатия, например, на основе модифицированного кода с суммированием, предложенная в [29].

Пример синтеза СВК. Рассмотрим пример синтеза схемы встроенного контроля для устройства $F(x)$ с 8 выходами, работа которого задается табл. 1, где N — десятичный эквивалент двоичной входной комбинации. Для данного устройства реализуем СВК по структуре, приведенной на рис. 6, а.

Таблица 1

N	x_1	x_2	x_3	x_4	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0
2	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0
3	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
4	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
7	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1
8	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1
9	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
10	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
11	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1
12	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1
14	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0

В процессе синтеза, как отмечалось ранее, необходимо получить функции блока контрольной логики $G(x)$. Рассмотрим пошагово решение этой задачи.

Шаг 1. Определение функций на выходах схемы сжатия. В схеме сжатия реализуются функции $\varphi_1 = f_1 \oplus f_2$, $\varphi_2 = f_3 \oplus f_4$, $\varphi_3 = f_5 \oplus f_6$, $\varphi_4 = f_7 \oplus f_8$. Пары сжимаемых сигналов необходимо подбирать с учетом возможности формирования полного множества тестовых комбинаций для элементов сжатия $\{00, 01, 10, 11\}$ [35]. Для рассматриваемого примера это условие обеспечивается. Также для реальных устройств с известной структурой следует выбирать пары сжимаемых сигналов, для которых формируется наименьшее количество двукратных ошибок. Один из способов выбора пар сжимаемых сигналов описан в [36].

Так как рабочие функции блока $F(x)$ определены однозначно, операция определения значений функций сжатия тривиальна. Результаты вычислений занесены в графы φ_1 — φ_4 табл. 2.

Таблица 2

N	x_1	x_2	x_3	x_4	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	h_1	h_2	h_3	h_4	g_1	g_2	g_3	g_4	XOR_1	XOR_2	XOR_3	XOR_4
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	10	00	00	10
1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	00	10	01	00
2	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	10	11	11	10
3	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	00	01	01	00
4	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	11	11	10	10
5	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	01	01	11	00
6	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	01	10	11	00
7	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	00	00	10	10
8	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	10	01	11	00
9	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	11	00	10	01
10	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	11	11	01	01
11	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	01	10	00	00
12	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	01	00	11	10
13	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	11	01	10	11
14	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	01	00	00	01
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	00	01	01	00

Шаг 2. Определение функций на выходах модуля преобразования функций. Требуется рассчитать функции h_1, h_2, h_3 и h_4 , к которым предъявляются следующие требования.

1. Кодовый вектор $\langle h_4 h_3 h_2 h_1 \rangle$ должен принадлежать 2/4-коду и включать в себя только комбинации из множества $\{0011, 0101, 1001, 0110, 1010, 1100\}$. Так как для полной проверки тестера 2/4-TSC (см. рис. 5) не требуется подача комбинаций $\{0101, 1010\}$, они из рассмотрения исключаются и формируются только комбинации из множества $\{0011, 1001, 0110, 1100\}^*$.

2. Каждая из комбинаций $\{0011, 1001, 0110, 1100\}$ должна быть сформирована как минимум по одному разу, что требуется для полной проверки 2/4-TSC. Наилучшим считается вариант формирования каждой из комбинаций одинаковое количество раз, что обеспечивает полную проверку тестера при условии редкого изменения входных комбинаций (в данной статье эта особенность работы логических схем не обсуждается, так как определяется спецификой применения конечного устройства).

3. На входы элементов преобразования, реализующих функции $h_1 = \varphi_1 \oplus g_1$, $h_2 = \varphi_2 \oplus g_2$, $h_3 = \varphi_3 \oplus g_3$, $h_4 = \varphi_4 \oplus g_4$, должны хотя бы по разу поступать тестовые комбинации из множества $\{00, 01, 10, 11\}$.

4. Каждая из функций h_1, h_2, h_3 и h_4 должна быть самодвойственной. Для таких функций значения на ортогональных по всем переменным входных комбинациях должны быть противоположны.

5. Каждая из функций g_1, g_2, g_3 и g_4 , которая получается из выражений $h_1 = \varphi_1 \oplus g_1$, $h_2 = \varphi_2 \oplus g_2$, $h_3 = \varphi_3 \oplus g_3$, $h_4 = \varphi_4 \oplus g_4$, должна иметь наиболее простую форму логической записи, что позволит уменьшить число элементов для реализации блока контрольной логики. Так как выражения для функций g_1, g_2, g_3 и g_4 полностью определяются функциями φ_i и h_i , $i = \overline{1, 4}$ ($g_1 = \varphi_1 \oplus h_1$, $g_2 = \varphi_2 \oplus h_2$, $g_3 = \varphi_3 \oplus h_3$, $g_4 = \varphi_4 \oplus h_4$), то и сложность логической записи (число конъюнкций и букв в них) зависит от формируемых значений функций на выходах блока преобразования.

Функции h_1, h_2, h_3 и h_4 формируются путем подбора значений на основе эвристического подхода последовательно при рассмотрении каждой строки, задающей работу устройства (см. табл. 2). При этом требуется горизонтально разделить таблицу пополам и рассматривать заполнение либо строк с номерами 0—7, либо строк с номерами 8—15. Так, заполнив первую половину значений функций h_1, h_2, h_3 и h_4 (строки 0—7), вторую половину заполняют путем занесения противоположных значений в строки 8—15. В рассматриваемом примере значения функций h_1, h_2, h_3 и h_4 в строках 0—7 заполнены с учетом возможности минимизации функций g_1, g_2, g_3 и g_4 .

В табл. 2 в последних четырех графах приведены тестовые комбинации, формируемые на входах элементов преобразования. Анализ данных граф показывает, что для всех элементов преобразования формируются полные множества тестовых комбинаций. Если какая-то из тестовых комбинаций для элементов преобразования не формируется, потребуется коррекция значений функций h_1, h_2, h_3 и h_4 , которая выполняется „точечно“. Способ коррекции описан в [37].

Шаг 3. Расчет логических выражений для функций g_1, g_2, g_3 и g_4 . Используется любой из методов оптимизации логических функций. В рассматриваемом примере функции оптимизировались методом Карно. При этом не производилась оптимизация функций как системы. В реальных приложениях оптимизация осуществляется программно по известным методам. Полученные функции имеют следующий вид:

$$g_1 = x_2 \overline{x_4} \vee x_2 x_3 \vee x_1 \overline{x_2} x_4 \vee x_1 x_2 \overline{x_3};$$

* В целях уменьшения сложности технической реализации каждой из функций в ряде случаев можно использовать и две оставшиеся комбинации 2/4-кода. Выбор доопределяемого кодового слова индивидуален для каждого рассматриваемого устройства.

$$\begin{aligned}
g_2 &= \overline{x_1 x_2 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3} \vee \overline{x_1 x_2 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3}; \\
g_3 &= \overline{x_1 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_4} \vee \overline{x_1 x_3 x_4} \vee \overline{x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3 x_4}; \\
g_4 &= \overline{x_1 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_3 x_4}.
\end{aligned}$$

Далее устройство реализуется в выбранном элементном базисе.

Оценим сложность технической реализации самопроверяемого устройства. В качестве метрики используем число входов внутренних элементов простейшего базиса [35]. Для каждой из реализуемых блоком контрольной логики функций имеем следующие значения показателя сложности технической реализации: $L(g_1)=14$, $L(g_2)=16$, $L(g_3)=25$, $L(g_4)=8$. Сложность реализации блока контрольной логики оценивается величиной $L(G(x))=63$.

Для сравнения при аналогичной оптимизации функций, реализуемых объектом диагностирования, получаем

$$\begin{aligned}
f_1 &= \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3} \vee \overline{x_2 x_4}; \\
f_2 &= \overline{x_1 x_2 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_2 x_3 x_4}; \\
f_3 &= \overline{x_1 x_2 x_3} \vee \overline{x_2 x_4} \vee \overline{x_1 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3 x_4}; \\
f_4 &= \overline{x_1 x_4} \vee \overline{x_2 x_4} \vee \overline{x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_3}; \\
f_5 &= \overline{x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_3} \vee \overline{x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2}; \\
f_6 &= \overline{x_1 x_2 x_4} \vee \overline{x_2 x_3} \vee \overline{x_1 x_2 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_4}; \\
f_7 &= \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3 x_4}; \\
f_8 &= \overline{x_1 x_2 x_4} \vee \overline{x_3 x_4} \vee \overline{x_2 x_3} \vee \overline{x_1 x_2 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3 x_4}.
\end{aligned}$$

Сложность технической реализации каждой из функций определяется как $L(f_1)=12$, $L(f_2)=21$, $L(f_3)=16$, $L(f_4)=12$, $L(f_5)=14$, $L(f_6)=15$, $L(f_7)=25$, $L(f_8)=19$; сложность реализации блока основной логики составляет $L(F(x))=134$.

Определим сложность технической реализации стандартной части СВК. Для элементов *XOR* показатель $L(XOR)=6$; в схеме сжатия их четыре: $L(CC)=24$. В модуле преобразования функций их также четыре: $L(МПФ)=24$.

Для тестера 2/4-кода показатель $L(2/4-TSC)=12$; для модуля сжатия парафазных сигналов $L(TRC)=12$. В схеме компаратора их четыре: $L(5TRC1)=48$.

Таким образом, сложность технической реализации самопроверяемого устройства определяется величиной

$$\begin{aligned}
L(F(x)+СВК) &= L(F(x)) + L(G(x)) + L(CC) + L(МПФ) + L(2/4-TSC) + L(5TRC1) = \\
&= 134 + 63 + 24 + 24 + 12 + 48 = 305.
\end{aligned}$$

Для сравнения — при использовании метода дублирования [11, 12, 16] была получена следующая оценка в выбранной метрике:

$$L(D) = 2L(F(x)) + 7L(TRC) + 8L(NOT) = 268 + 84 + 8 = 360,$$

где $L(NOT)$ — сложность технической реализации инвертора.

Для рассматриваемого примера сложность технической реализации самопроверяемого устройства, реализованного по гибридной структуре (см. рис. 2) с СВК согласно рис. 6, а, в выбранной метрике составляет 84,72 % от сложности технической реализации устройства по методу дублирования.

Характеристики обнаружения ошибок на выходах блока $F(x)$ определяются особенностями его технической реализации. В [27] приведен пример, показывающий эффективность предлагаемого подхода, однако для реальных устройств потребуется моделирование неисправностей заданного класса.

Заключение. При синтезе СВК для логических устройств автоматики и вычислительной техники использование двух диагностических параметров позволяет значительно улучшить характеристики обнаружения ошибок на выходах устройств без специальных преобразований структур и выделения групп выходов по определенному признаку. При этом необходимо отметить, что по структуре организации СВК по двум диагностическим параметрам не всегда можно синтезировать устройство, имеющее сложность, меньшую, чем при использовании метода дублирования. Это также необходимо учитывать при выборе способа реализации самопроверяемого устройства.

Достоинством предложенной структуры организации СВК является возможность учета индивидуальных особенностей исходного устройства (структуры, конфигурации элементов и связей, распространения ошибок на выходы и т.д.), а недостатком — высокая вычислительная сложность для реализации процедур доопределения значений.

Дальнейшие исследования представленной гибридной структуры организации СВК могут быть направлены на экспериментальное подтверждение эффективности ее применения, а также на использование разнообразных избыточных кодов, позволяющих формировать самодвойственные функции путем доопределения значений на выходах модуля преобразования. Представляется интересным также вопрос фиксации кратных неисправностей и оценки эффективности самого подхода в условиях редкой смены входных комбинаций. Такой режим работы свойственен системам критического применения [38, 39].

Применение для контроля логических схем гибридной структуры с контролем вычислений по двум диагностическим параметрам — перспективный, но недостаточно исследованный подход к организации самопроверяемых цифровых устройств и систем, который может оказаться эффективным на практике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ubar R., Raik J., Vierhaus H.-T. Design and Test Technology for Dependable Systems-on-Chip (Premier Reference Source). Information Science Reference, Hershey — N. Y.: IGI Global, 2011. 578 p.
2. Дрозд А. В., Харченко В. С., Антошук С. Г., Дрозд Ю. В., Дрозд М. А., Сулима Ю. Ю. Рабочее диагностирование безопасных информационно-управляющих систем / Под ред. А. В. Дрозда и В. С. Харченко. Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского „ХАИ“, 2012. 614 с.
3. Drozd O., Antoniuk V., Nikul V., Drozd M. Hidden faults in FPGA-built digital components of safety-related systems // Proc. of the 14th Intern. Conf. on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET), Lviv-Slavsko, Ukraine, 20—24 Febr. 2018. P. 805—809. DOI: 10.1109/TCSET.2018.8336320.
4. Drozd O., Perebeinos I., Martynyuk O., Zashcholkin K., Ivanova O., Drozd M. Hidden Fault Analysis of FPGA Projects for Critical Applications // Proc. of the IEEE Intern. Conf. on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET), Lviv-Slavsko, Ukraine, 25—29 Febr. 2020. Paper 142. DOI: 10.1109/TCSET49122.2020.235591.
5. Пархоменко П. П., Согомонян Е. С. Основы технической диагностики (оптимизация алгоритмов диагностирования, аппаратные средства). М.: Энергоатомиздат, 1981. 320 с.
6. Согомонян Е. С., Слабаков Е. В. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. М.: Радио и связь, 1989. 208 с.
7. Mitra S., McCluskey E. J. Which Concurrent Error Detection Scheme to Choose? // Proc. of Intern. Test Conf. Atlantic City, NJ, 03—05 Oct. 2000. P. 985—994. DOI: 10.1109/TEST.2000.894311.
8. Багхдади А. А. А., Хаханов В. И., Литвинова Е. И. Методы анализа и диагностирования цифровых устройств (аналитический обзор) // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. 2014. № 166. С. 59—74.
9. Piestrak S. J. Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995. 111 p.

10. Gangopadhyay D., Reyhani-Masoleh A. Multiple-Bit Parity-Based Concurrent Fault Detection Architecture for Parallel CRC Computation // IEEE Trans. on Computers. 2016. Vol. 65, iss. 7. P. 2143—2157. DOI: 10.1109/TC.2015.2479617.
11. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В. Коды с суммированием для систем технического диагностирования. Т. 1. Классические коды Бергера и их модификации. М.: Наука, 2020. 383 с.
12. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В. Коды с суммированием для систем технического диагностирования. Т. 2. Взвешенные коды с суммированием. М.: Наука, 2021. 455 с.
13. Bayat-Sarmadi S., Hasan M. A. On Concurrent Detection of Errors in Polynomial Basis Multiplication // IEEE Trans. on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems. 2007. Vol. 15. P. 413—426. DOI: 10.1109/TVLSI.2007.893659.
14. Qiu W., Zhang X., Li H., Wang Z., Zhang Y., Zheng Z. Concurrent All-Cell Error Detection in Semi-Systolic Multiplier Using Linear Codes // Applied Mathematics and Information Sciences. 2013. Vol. 7, N 3. P. 947—954.
15. Tshagharyan G., Harutyunyan G., Shoukourian S., Zorian Y. Experimental Study on Hamming and Hsiao Codes in the Context of Embedded Applications // Proc. of the 15th IEEE East-West Design and Test Symp. (EWDTS'2017), Novi Sad, Serbia, Sept. 29 — Oct. 2, 2017. P. 25—28. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110065.
16. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В. Коды Хэмминга в системах функционального контроля логических устройств. СПб: Наука, 2018. 151 с.
17. Гессель М., Дмитриев А. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. Самотестируемая структура для функционального обнаружения отказов в комбинационных схемах // Автоматика и телемеханика. 1999. № 11. С. 162—174.
18. Гессель М., Дмитриев А. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. Обнаружение неисправностей в комбинационных схемах с помощью самодвойственного контроля // Автоматика и телемеханика. 2000. № 7. С. 140—149.
19. Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl., Osadchy G., Pivovarov D. Self-Dual Complement Method up to Constant-Weight Codes for Arrangement of Combinational Logical Circuits Concurrent Error-Detection Systems // Proc. of the 17th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2019), Batumi, Georgia, 13—16 Sept., 2019. P. 136—143. DOI: 10.1109/EWDTS.2019.8884398.
20. Ефанов Д. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Пивоваров Д. В. Метод функционального контроля комбинационных логических устройств на основе самодвойственного дополнения до равновесных кодов // Электронное моделирование. 2020. Т. 42, № 3. С. 27—52. DOI: 10.15407/emodel.42.03.027.
21. Sogomonyan E. S., Gössel M. Design of Self-Testing and On-Line Fault Detection Combinational Circuits with Weakly Independent Outputs // J. of Electronic Testing: Theory and Applications. 1993. Vol. 4, iss. 4. P. 267—281. DOI: 10.1007/BF00971975.
22. Busaba F. Y., Lala P. K. Self-Checking Combinational Circuit Design for Single and Unidirectional Multibit Errors // J. of Electronic Testing: Theory and Applications. 1994. Iss. 1. P. 19—28. DOI: 10.1007/BF00971960.
23. Matrosova A. Yu., Ostanin S. A. Self-Checking Synchronous Sequential Circuit Design for Unidirectional Error // Proc. of the IEEE European Test Workshop (ETW'98), Sitges, Barcelona, Spain, 27—29 May 1998.
24. Morosow A., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Goessel M. Self-Checking Combinational Circuits with Unidirectionally Independent Outputs // VLSI Design. 1998. Vol. 5, iss. 4. P. 333—345. DOI: 10.1155/1998/20389.
25. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. Organization of a Fully Self-Checking Structure of a Combinational Device Based on Searching for Groups of Symmetrically Independent Outputs // Automatic Control and Computer Sciences. 2020. Vol. 54, iss. 4. P. 279—290. DOI: 10.3103/S0146411620040045.
26. Микони С. В. Общие диагностические базы знаний вычислительных систем. СПб: СПИИРАН, 1992. 234 с.
27. Efanov D. V., Pivovarov D. V. The Hybrid Structure of a Self-Dual Built-In Control Circuit for Combinational Devices with Pre-Compression of Signals and Checking of Calculations by Two Diagnostic Parameters // Proc. of the 19th IEEE East-West Design & Test Symp. (EWDTS'2021), Batumi, Georgia, 10—13 Sept., 2021. P. 200—206. DOI: 10.1109/EWDTS52692.2021.9581019.
28. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. Organization of Testing of Combinational Devices Based on Boolean Complement to Constant-Weight “1-out-of-4” Code with Signal Compression // Automatic Control and Computer Sciences. 2021. Vol. 55, iss. 2. P. 113—124. DOI: 10.3103/S014641162102005X.

29. Ефанов Д. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. Организация схем встроенного контроля на основе метода логического дополнения с предварительным преобразованием рабочих функций в контрольные векторы кодов Бергера // Информационные технологии. 2021. Т. 27, № 6. С. 306—313. DOI: 10.17587/it.27.306-313.
30. Nikolos D. Self-Testing Embedded Two-Rail Checkers // Ch. 7 in OnLine Testing for VLSI. 1998. P. 69—79. DOI: 10.1007/978-1-4757-60-69-9_7.
31. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Гессель М. Самодвойственные дискретные устройства. СПб: Энергоатомиздат, 2001. 331 с.
32. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Валиев Р. III. Синтез самодвойственных дискретных систем. СПб: Элмор, 2006. 220 с.
33. Göessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. New Methods of Concurrent Checking. Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V., 2008. 184 p.
34. Carter W. C., Duke K. A., Schneider P. R. Self-Checking Error Checker for Two-Rail Coded Data / United States Patent N 747533, 1971. Jan. 26.
35. Сапожников В. В., Сапожников В. В. Самопроверяемые дискретные устройства. СПб: Энергоатомиздат, 1992. 224 с.
36. Ефанов Д. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Осадчий Г. В. Синтез схем встроенного контроля на основе метода логического дополнения с предварительным сжатием сигналов рабочих функций // Вестник Томск. гос. ун-та. Управление, вычислительная техника и информатика. 2021. № 1. С. 97—115. DOI: 10.17223/19988605/54/12.
37. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Pivovarov D. V. Synthesis of Built-in Self-Test Control Circuits Based on the Method of Boolean Complement to Constant-Weight 1-out-of-n Codes // Automatic Control and Computer Sciences. 2019. Vol. 53, iss. 6. P. 481—491. DOI: 10.3103/S014641161906004X.
38. Drozd A., Kharchenko V., Antoshchuk S., Sulima J., Drozd M. Checkability of the Digital Components in Safety-Critical Systems: Problems and Solutions // Proc. of the 9th IEEE East-West Design & Test Symp. (EWDTS'2011), Sevastopol, Ukraine, 2011. P. 411—416. DOI: 10.1109/EWDTS.2011.6116606.
39. Сапожников Вл. В. Синтез систем управления движением поездов на железнодорожных станциях с исключением опасных отказов. М.: Наука, 2021. 229 с.

Сведения об авторах

Дмитрий Викторович Ефанов

— д-р техн. наук, доцент; Российский университет транспорта, кафедра автоматизации, телемеханики и связи на железнодорожном транспорте; Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Высшая школа транспорта Института машиностроения, материалов и транспорта; профессор; E-mail: TrES-4b@yandex.ru

Дмитрий Вячеславович Пивоваров

— канд. техн. наук; Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, кафедра автоматизации и телемеханики на железных дорогах; ст. преподаватель; E-mail: pivovarov.d.v.spb@gmail.com

Поступила в редакцию 02.02.22; одобрена после рецензирования 28.04.22; принята к публикации 31.05.22.

REFERENCES

1. Ubar R., Raik J., Vierhaus H.-T. *Design and Test Technology for Dependable Systems-on-Chip (Premier Reference Source)*, Information Science Reference, Hershey, NY, IGI Global, 2011, 578 p.
2. Drozd A.V., Kharchenko V.S., Antoshchuk S.G., Drozd Yu.V., Drozd M.A., Sulima Yu.Yu. *Rabocheye diagnostirovaniye bezopasnykh informatsionno-upravlyayushchikh sistem* (Working Diagnostics of Safe Information and Control Systems), Khar'kov, 2012, 614 p. (in Russ.)
3. Drozd O., Antoniuk V., Nikul V., Drozd M. *Proceedings of the 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET)*, Lviv-Slavsko, Ukraine, February 20–24, 2018, pp. 805–809, DOI: 10.1109/TCSET.2018.8336320.
4. Drozd O., Perebeinos I., Martynyuk O., Zashcholkin K., Ivanova O., Drozd M. *Proceedings of the IEEE International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET)*, February 25–29, 2020, Lviv-Slavsko, Ukraine, paper 142, DOI: 10.1109/TCSET49122.2020.235591.

5. Parkhomenko P.P., Sogomonyan E.S. *Osnovy tekhnicheskoy diagnostiki. Optimizatsiya algoritmov diagnostirovaniya, apparaturnye sredstva* (Basics of Technical Diagnostics. Optimization of Algorithms of Diagnosing, Hardware Means), Moscow, 1981, 320 p. (in Russ.)
6. Sogomonyan E.S., Slabakov E.V. *Samoproveryaemye ustroystva i otkazoustoychivye sistemy* (The Self-Checked Devices and Failure-Safe Systems), Moscow, 1989, 208 p. (in Russ.)
7. Mitra S., McCluskey E.J. *Proceedings of International Test Conference*, 2000, USA, Atlantic City, NJ, October 03–05 2000, pp. 985–994, DOI: 10.1109/TEST.2000.894311.
8. Baghdadi A.A.A., Khakhanov V.I., Litvinova E.I. *Automated control systems and automation devices*, 2014, no. 166, pp. 59–74. (in Russ.)
9. Piestrak S.J. *Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes*, Wrocław, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995, 111 p.
10. Gangopadhyay D., Reyhani-Masoleh A. *IEEE Transactions on Computers*, 2016, no. 7(65), pp. 2143–2157, DOI: 10.1109/TC.2015.2479617.
11. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V., Efanov D.V. *Kody s summirovaniyem dlya sistem tekhnicheskogo diagnostirovaniya. T. 1. Klassicheskiye kody Bergera i ikh modifikatsii* (Summed Codes for Technical Diagnostic Systems. Vol. 1. Classical Berger Codes and Their Modifications), Moscow, 2020, 383 p. (in Russ.)
12. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V., Efanov D.V. *Kody s summirovaniyem dlya sistem tekhnicheskogo diagnostirovaniya. T. 2. Vzveshennyye kody s summirovaniyem* (Summed Codes for Technical Diagnostic Systems. Vol. 2. Weighted Codes with Summation), Moscow, 2021, 455 p. (in Russ.)
13. Bayat-Sarmadi S., Hasan M.A. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, 2007, vol. 15, pp. 413–426, DOI: 10.1109/TVLSI.2007.893659.
14. Qiu W., Zhang X., Li H., Wang Z., Zhang Y., Zheng Z. *Applied Mathematics & Information Sciences*, 2013, no. 3(7), pp. 947–954.
15. Tshagharyan G., Harutyunyan G., Shoukourian S., Zorian Y. *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*, Novi Sad, Serbia, September 29–October 2, 2017, pp. 25–28, DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110065.
16. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V., Efanov D.V. *Kody Khemminga v sistemakh funktsional'nogo kontrolya logicheskikh ustroystv* (Hamming Codes in Logic Devices Functional Control Systems), St. Petersburg, 2018, 151 p. (in Russ.)
17. Gessel M., Dmitriev A.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V. *Automation and Remote Control*, 1999, no. 11(60), pp. 1653–1663.
18. Gessel' M., Dmitriev A.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.A. *Automation and Remote Control*, 2000, no. 7(61), pp. 1192–1200.
19. Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov VI., Osadchy G., Pivovarov D. *Proceedings of 17th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2019)*, Batumi, Georgia, September 13–16, 2019, pp. 136–143, DOI: 10.1109/EWDTS.2019.8884398.
20. Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V., Pivovarov D.V. *Electronic modeling*, 2020, no. 3(42), pp. 27–52, DOI: 10.15407/emodel.42.03.027.
21. Sogomonyan E.S., Gössel M. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1993, no. 4(4), pp. 267–281, DOI: 10.1007/BF00971975.
22. Busaba F.Y., Lala P.K. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1994, no. 1, pp. 19–28, DOI: 10.1007/BF00971960.
23. Matrosova A.Yu., Ostanin S.A. *Proceedings of the IEEE European Test Workshop (ETW'98)*, May 27–29, 1998, Sitges, Barcelona, Spain.
24. Morosow A., Saposhnikov V.V., Saposhnikov VI.V., Goessel M. *VLSI Design*, 1998, no. 4(5), pp. 333–345, DOI: 10.1155/1998/20389.
25. Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2020, no. 4(54), pp. 279–290, DOI: 10.3103/S0146411620040045.
26. Mikoni S.V. *Obshchiye diagnosticheskiye bazy znaniy vychislitel'nykh sistem* (General Diagnostic Knowledge Bases of Computing Systems), St. Petersburg, 1992, 234 p. (in Russ.)
27. Efanov D.V., Pivovarov D.V. *Proceedings of 19th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2021)*, Batumi, Georgia, September 10–13, 2021. P. 200–206. DOI: 10.1109/EWDTS52692.2021.9581019.
28. Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2021, no. 2(55), pp. 113–124, DOI: 10.3103/S014641162102005X.
29. Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V. *Information Technologies*, 2021, no. 6, pp. 306–313, DOI: 10.17587/it.27.306-313.
30. Nikolos D. *Chapter 7 in On-Line Testing for VLSI*, 1998, pp. 69–79, DOI 10.1007/978-1-4757-60-69-9_7.
31. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V., Gessel M. *Samodvoystvennyye diskretnyye ustroystva* (Self-Dual Discrete Devices), St. Petersburg, 2001, 331 p. (in Russ.)
32. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V., Valiev R.Sh. *Sintez samodvoystvennykh diskretnykh sistem* (Synthesis of Self-Dual Discrete Systems), St. Petersburg, 2006, 220 p. (in Russ.)
33. Gössel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. *New Methods of Concurrent Checking: Edition 1*, Dordrecht, Springer Science+Business Media B.V., 2008, 184 p.
34. Patent US747533, *Self-Checking Error Checker for Two-Rail Coded Data*, W.C. Carter, K.A. Duke, P.R. Schneider, Priority July 25, 1968, Published Jan. 26, 1971.
35. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V. *Samoproveryaemye diskretnyye ustroystva* (The Self-Checked Discrete Devices), St. Petersburg, 1992, 224 p. (in Russ.)
36. Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V., Osadchy G.V. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universite-*

- ta Upravlenie vychislitel'naya tekhnika i informatika* (Tomsk State University Journal of Control and Computer Science), 2021, no. 1, pp. 97–115, DOI: 10.17223/19988605/54/12. (in Russ.)
37. Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.I., Pivovarov D.V. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2019, no. 6(53), pp. 481–491, DOI: 10.3103/S014641161906004X.
38. Drozd A., Kharchenko V., Antoshchuk S., Sulima J., Drozd M. *Proceedings of 9th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2011)*, Sevastopol, Ukraine, 2011, pp. 411–416, DOI: 10.1109/EWDTS.2011.6116606.
39. Sapozhnikov V.I. *Sintez sistem upravleniya dvizheniyem poyezdov na zheleznodorozhnykh stantsiyakh s isklyucheniym opasnykh otkazov* (Synthesis of Control Systems for the Movement of Trains at Railway Stations with the Exclusion of Dangerous Failures), Moscow, 2021, 229 p. (in Russ.)

Data on authors**Dmitry V. Efanov**

— Dr. Sci., Associate Professor; Russian University of Transport, Department of Automation, Remote Control, and Communications on Railway Transport; Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Higher School of Transport of the Institute of Machinery, Materials and Transport; Professor;
E-mail: TrES-4b@yandex.ru

Dmitry V. Pivovarov

— PhD; Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, Department of Automation and Remote Control on Railways; Senior Lecturer;
E-mail: pivovarov.d.v.spb@gmail.com

Received 02.02.22; approved after reviewing 28.04.22; accepted for publication 31.05.22.

**СЛОЖНОСТЬ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ
МАЛОГО ЧИСЛА ПЕРЕМЕННЫХ**

О. Н. МУЗЫЧЕНКО

*Научно-производственная фирма „Меридиан“, Санкт-Петербург, Россия
syntez2@yandex.ru*

Аннотация. Рассмотрен способ оценивания сложности произвольных функций алгебры логики, основанный на их представлении композицией монотонных функций. Получены точные верхние оценки сложности монотонных и произвольных функций, зависящих от малого числа переменных.

Ключевые слова: монотонные и произвольные функции алгебры логики, сложность

Ссылка для цитирования: Музыченко О. Н. Сложность произвольных функций алгебры логики малого числа переменных // Изв. вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 7. С. 478—491. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-7-478-491.

**COMPLEXITY OF ARBITRARY FUNCTIONS OF THE LOGIC ALGEBRA
OF A SMALL NUMBER OF VARIABLES**

O. N. Muzychenko

*Research and Production Firm Meridian, St. Petersburg, Russia
syntez2@yandex.ru*

Abstract. A method for evaluating the complexity of arbitrary function of Boolean algebra is examined, based on presenting such a function as a composition of monotone functions. Accurate upper estimates have been received for the complexity of monotone and arbitrary functions depending on a small number of variables.

Keywords: monotone and arbitrary logic functions, complexity

For citation: Muzychenko O. N. Complexity of arbitrary functions of the logic algebra of a small number of variables. *Journal of Instrument Engineering*. 2022. Vol. 65, N 7. P. 478—491 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-7-478-491.

Введение. Вопрос оценивания сложности функций алгебры логики является одним из важнейших в теории цифровых автоматов. Данной проблеме посвящено большое число работ, в которых в основном рассматривался вопрос получения асимптотических оценок сложности функций. Приведем основные результаты этих исследований.

Под сложностью $L(S)$ схемы S понимают число входящих в нее элементов выбранного базиса. Минимальную из сложностей схем, реализующих функцию $f(X)$, называют сложностью функции $f(X)$ и обозначают $L(f)$. Для оценки сложности функций в зависимости от числа переменных n используют числовую функцию $L(n)$, равную максимальной сложности полностью определенных функций $f(X)$, зависящих от n переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$. Она была введена К. Шенноном [1, с. 59—67] и получила название **функции Шеннона**. Величина $L(n)$ позволяет оценивать, сколь сложными могут быть простейшие схемы для функций n переменных.

Впервые проблема асимптотически оптимальных методов синтеза была исследована К. Шенноном [1, с. 68—83], доказавшим на основе мощностного подхода асимптотическую оценку сложности вида

$$(n) > (1 - \varepsilon) 2^n / n. \quad (1)$$

Асимптотически точное значение функции $L(n)$ доказано О. Б. Лупановым [2] и определяется следующей теоремой.

Теорема Лупанова. Имеет место асимптотическое равенство

$$L(n) \sim 2^n / n, \quad (2)$$

причем доля функций $f(X) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, для которых $L(f) \leq 2^n / n$, стремится к нулю с ростом n .

Оценка (2) получена для базиса И, ИЛИ, НЕ.

Наиболее полный обзор исследований сложности монотонных функций приведен в [3]. А. Б. Угольниковым в [4] доказана асимптотическая оценка сложности для класса монотонных функций вида

$$L_m(n) \sim \rho \sqrt{2/\pi} \cdot 2^n / n^{3/2}, \quad (3)$$

где ρ — коэффициент, зависящий от используемого базиса.

Позже данная оценка была несколько уточнена Н. Пиппинджером [5].

Все указанные оценки являются асимптотическими, т.е. справедливы при $n \rightarrow \infty$. Вместе с тем для практических целей значительный интерес представляет получение неасимптотических оценок сложности функций, в том числе зависящих от сравнительно небольшого числа переменных. Однако данной проблеме посвящено крайне незначительное число работ.

Для синтеза схем симметричных функций f_S О. Б. Лупановым в работе [6] предложен метод промежуточного преобразования и доказано, что в классе схем из функциональных элементов они реализуются с линейной относительно числа переменных сложностью

$$L(f_S) \leq C_0 n \quad (C_0 = \text{const}). \quad (4)$$

К классу симметричных функций относятся все пороговые равновесные функции (ПРФ), являющиеся также монотонными.

В [7, с. 88—97; 8, с. 489—503] показано, что сложность симметричных функций в базисе И, ИЛИ, НЕ при синтезе методом промежуточного преобразования составляет:

— для пороговых равновесных функций $F_n^a(X)$

$$L(F_n^a(X)) = l_s \sum_{i=0}^{\lceil \log_2 n \rceil} \left[n / 2^{i+1} \right] - (l_s - l_p) \sum_{i=0}^{\lceil \log_2 n \rceil} \left[\left(\left[n / 2^i \right] + 1 \right) / 2 - \left[n / 2^i \right] / 2 \right] \left[\left[\right. \right. + \left. \left. \right] \log_2(n+1) \right] - N(a); \quad (5)$$

— для элементарных симметричных функций $S_n^a(X)$

$$L(S_n^a(X)) = l_s \sum_{i=0}^{\lceil \log_2 n \rceil} \left[n / 2^{i+1} \right] - (l_s - l_p) \sum_{i=0}^{\lceil \log_2 n \rceil} \left[\left(\left[n / 2^i \right] + 1 \right) / 2 - \left[n / 2^i \right] / 2 \right] \left[\left[\right. \right. + \left. \left. \right] \log_2(n+1) \right], \quad (6)$$

где a — порог пороговой равновесной функции (индекс элементарной симметричной функции), l_p — сложность полусумматора, l_s — сложность полного сумматора, составляющая для случая его абсолютно-минимальной реализации 9 операторов И, ИЛИ, НЕ [9, с. 141].

В [10] доказана верхняя оценка сложности произвольных пороговых функций $P_n^a(X)$ в базисе И, ИЛИ, НЕ вида

$$L(P_n^a(X)) < l_s (n^2 - 2n - 1) + 2n + \lceil \log_2 n \rceil - 3. \quad (7)$$

Данная оценка справедлива при любом n .

В [11] исследована сложность релейной реализации монотонных функций пяти переменных. Полученные представления монотонных функций показывают, что наибольшую сложность в базисе И, ИЛИ, равную 12, имеет пороговая равновесная функция $F_5^3(X)$.

Основной проблемой получения неасимптотических оценок сложности произвольных функций алгебры логики является необходимость полного перебора функций и вариантов их реализации. Очевидно, что при $n > 4$ такой подход практически нереализуем.

Способ оценивания сложности произвольных функций. В [8, с. 170—184; 12] предложен декомпозиционный метод синтеза схем произвольных функций алгебры логики, основанный на их представлении композицией приближающих монотонных функций (ПМФ).

Предложено искать представление функции F в виде

$$F = K_1 \left(f_{11} \bar{f}_{21} \vee K_2 \left(f_{12} \bar{f}_{22} \vee K_3 \left(\dots K_{\alpha_{\max}} \left(f_{1\alpha_{\max}} \bar{f}_{2\alpha_{\max}} \vee D_{\alpha_{\max}} \right) \dots \vee D_3 \right) \vee D_2 \right) \vee D_1 \right), \quad (8)$$

где $f_{1\alpha}, f_{2\alpha}$ — приближающие монотонные функции, K_α — элементарная конъюнкция или константа 1, D_α — элементарная дизъюнкция или 0.

Суммарное число ПМФ в представлении (8) не превышает n .

Представление (8) сводит задачу оценки сложности произвольной функции к задаче оценки сложности системы монотонных функций.

При использовании метода приближающих монотонных функций сложность произвольной функции составляет

$$L(F) = L(\{f_{1\alpha} f_{2\alpha}\}) + L_p, \quad (9)$$

где $L(\{f_{1\alpha} f_{2\alpha}\})$ — сложность совместной реализации системы ПМФ, L_p — сложность реализации композиции (8) при сформированных ПМФ.

Для получения оценки сложности произвольной функции F необходимо найти оценку сложности совместной реализации системы не более чем n монотонных функций. Однако данная проблема в настоящее время не получила решения. Поэтому сложность произвольной функции может быть оценена лишь для случая раздельной реализации приближающих монотонных функций и только по верхней оценке их сложности. В этом случае

$$L(F) < nL(f_m) + L_p, \quad (10)$$

где f_m — приближающая монотонная функция.

С учетом оценки (7) для функции F , допускающей декомпозицию в систему приближающих монотонных функций, являющихся пороговыми, из (10) получаем

$$L(F) \sim Cn^3 \quad (C = \text{const}). \quad (11)$$

Приведенный подход к получению оценок сложности произвольной функции позволяет свести задачу к оценке сложности монотонных функций. Однако и в этом случае задача оказывается чрезвычайно трудоемкой, поскольку число $N(n)$ монотонных функций n переменных весьма велико. В табл. 1 приведены оценки числа монотонных функций, зависящих от малого числа переменных [3].

Таблица 1

n	$N(n)$
2	6
3	20
4	168
5	7 581
6	7 828 354
7	2 414 682 040 998
8	56 130 437 228 687 557 907 788

Асимптотические оценки числа $N(n)$ монотонных функций n переменных приведены в [3]. Наилучшие из них получены в [13, 14].

Для сокращения множества монотонных функций, подлежащих рассмотрению, модифицируем метод приближающих монотонных функций. Будем искать представление произвольной функции F вида

$$F = \bigvee_{\alpha=1}^{\lfloor n/2 \rfloor} f_{1\alpha} \bar{f}_{2\alpha}, \quad (12)$$

где характеристические подмножества приближающих монотонных функций удовлетворяют условиям

$$M_0(f_{1\alpha}) = M_n^0(X) \cup \dots \cup M_n^{2\alpha-2}(X) \cup M_n^{2\alpha-1}(F); \quad (13)$$

$$M_1(f_{1\alpha}) = M_n^{2\alpha-1}(F) \cup M_n^{2\alpha}(X) \cup \dots \cup M_n^n(X); \quad (14)$$

$$M_0(f_{2\alpha}) = M_n^1(X) \cup \dots \cup M_n^{2\alpha-1}(X) \cup M_n^{2\alpha}(F); \quad (15)$$

$$M_1(f_{2\alpha}) = \{M_n^{2\alpha}(f_{1\alpha}) \cap M_0(F)\} \cup M_n^{2\alpha+1}(X) \cup \dots \cup M_n^n(X), \quad (16)$$

а $M_1(f)$, $M_0(f)$ — единичное и нулевое характеристические подмножества функции f ;

$$M_1^j(f) = M_1(f) \cap M_n^j(X);$$

$$M_0^j(f) = M_0(f) \cap M_n^j(X);$$

$M_n^j(X)$ — подмножество двоичных наборов $X = x_1^{y_1} x_2^{y_2} \dots x_n^{y_n}$, имеющих j неинверсных переменных.

Таким образом, в соответствии с представлением (12) исходная функция F реализуется по частям, причем каждая пара приближающих монотонных функций $f_{1\alpha} \bar{f}_{2\alpha}$ реализует наборы $X_i \in M_n^{2\alpha-1}(F) \cup M_n^{2\alpha}(F)$. Следовательно, в соответствии с (14) и (16) в представлении (12) все приближающие монотонные функции имеют в минимальных дизъюнктивных нормальных формах (МДНФ) импликанты не более чем двух соседних рангов $r=2\alpha-1$ и $r=2\alpha$ у функции $f_{1\alpha}$ и $r=2\alpha$ и $r=2\alpha+1$ у функции $f_{2\alpha}$. В результате задача получения оценки сложности произвольной функции сведена к задаче оценки сложности монотонных функций одного подкласса, отличающихся тем, что их МДНФ имеют импликанты I одного или двух соседних рангов $r_{\min}=j$ и $r_{\max}=j+1$, причем в МДНФ входят все элементарные конъюнкции ранга $r_{\max}=j+1$, не покрываемые импликантами ранга $r_{\min}=j$. Очевидно, что количество импликант I_r ранга r в МДНФ приближающей монотонной функции удовлетворяет условию

$$\sigma\{I_r\} \in \{0, 1, \dots, C_n^r\}. \quad (17)$$

Оценим количество монотонных функций $f_m(j)$ рассматриваемого подкласса. Очевидно, что количество Q монотонных функций, удовлетворяющих условиям (13)—(16), определяется количеством возможных комбинаций элементарных конъюнкций неинверсных переменных ранга $r_{\min}=j$ и составляет

$$Q(f_m(j)) = 2^{C_n^j} - 1. \quad (18)$$

Для сокращения количества анализируемых функций целесообразно выделить группы функций одного типа, получаемых путем перенумерации переменных, и определить число типов функций Q_t . Соответствующая классификация была проведена путем анализа (перебора на ПЭВМ) монотонных функций рассматриваемого подкласса для 4, 5, 6 и 7 переменных. Для сокращения перебора использовался упорядоченный вектор $W = \{w_1, \dots, w_n\}$, где $w_i \geq w_{i+1}$, а w_i — число переменных x_i в импликантах ранга $r_{\min}$ минимальной дизъюнктивной нормальной формы монотонной функции. Результаты классификации приведены в табл. 2. Очевидно, что количество типов приближающих монотонных функций для n , равного 4, 5, 6, сравнительно невелико и позволяет провести исследование сложности всех типов функций путем их полного перебора.

В [10] для классификации типов монотонных функций предложено использовать вектор $\Lambda(f_m) = \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$, где λ_i — число импликант ранга i в минимальной дизъюнктивной нормальной форме монотонной функции f_m , т.е. $\lambda_r = \sigma\{I_r\}$. Используем данный вектор для классификации приближающих монотонных функций. Очевидно, что для рассматриваемого подкласса монотонных функций ненулевое значение имеют один элемент $\lambda_i > 0$ вектора $\Lambda(f_m) = \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$, где $\lambda_j = 0$ ($j \neq i$), или два соседних элемента $\lambda_i > 0$, $\lambda_{i+1} > 0$, где $\lambda_j = 0$ ($j \neq i, j \neq i+1$).

Таблица 2

n	$r_{\min}$	$\sigma(I_r)$	$\underline{Q}/\underline{Q}$	n	$r_{\min}$	$\sigma(I_r)$	$\underline{Q}/\underline{Q}$		
4	1	4	1/1	6	1	6	1/1		
4	1	1, 3	1/4	6	1	1, 5	1/6		
		2	1/6			2, 4	1/15		
		Σ	3/14			3	1/20		
4	1(2)	0(6)	1/1			Σ	5/62		
4	2	1, 5	1/6	6	1(2)	0(15)	1/1		
		2, 4	2/15	6	2	1, 14	1/15		
		3	3/20			2, 13	2/105		
		Σ	9/62			3, 12	5/455		
4	2(3)	0(4)	1/1			4, 11	9/1365		
4	3	1, 3	1/4			5, 10	15/3003		
		2	1/6			6, 9	21/5005		
		Σ	3/14			7, 8	24/6435		
4	3(4)	0(1)	1/1			Σ	154/32766		
		Bcero	19/94	6	2(3)	0(20)	1/1		
				6	3	1, 19	1/20		
						2, 18	3/190		
n	$r_{\min}$	$\sigma(I_r)$	$\underline{Q}/\underline{Q}$					3, 17	7/1140
5	1	5	1/1					4, 16	21/4845
5	1	1, 4	1/5					5, 15	43/15504
		2, 3	1/10					6, 14	94/38760
		Σ	4/30					7, 13	161/77520
5	1(2)	0(10)	1/1					8, 12	249/125970
5	2	1, 9	1/10					9, 11	312/167960
		2, 8	2/45					10	352/184756
		3, 7	4/120			6	3(4)	Σ	2134/1048574
		4, 6	6/ 210	0(15)	1/1				
		5	6/252	6	4			1, 14	1/15
Σ	32/1022	2, 13	2/105						
5	2(3)	0(10)	1/1			3, 12	5/455		
5	3	1, 9	1/10			4, 11	9/1365		
		2, 8	2/45			5, 10	15/3003		
		3, 7	4/120			6, 9	21/5005		
		4, 6	6/210			7, 8	24/6435		
		5	6/252			Σ	154/32766		
		Σ	32/1022	6	4(5)	0(6)	1/1		
5	3(4)	0(5)	1/1			1, 5	1/6		
5	4	1,4	1/5			2, 4	1/15		
		2, 3	1/10			3	1/20		
		Σ	4/30			Σ	5/62		
5	4(5)	0(1)	1/1	6	5(6)	0(1)	1/1		
		Bcero	77/2109			Bcero	2458/1114236		

Оценка сложности приближающих монотонных функций. Поскольку приближающие функции являются монотонными, то их минимальные дизъюнктивные нормальные формы не содержат инверсий переменных [7, с. 118—121]. Следовательно, и получаемые на их основе в результате факторизации скобочные представления инверсий переменных также не

содержат. Если в полученном в результате факторизации скобочном представлении монотонной функции, характеризующейся вектором $\Lambda(f_m) = \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$, где $\lambda_i \geq 0$, $\lambda_{i+1} \geq 0$, $\lambda_i + \lambda_{i+1} > 0$, а $\lambda_j = 0$ ($j \neq i, j \neq i+1$), проинвертировать переменные и само скобочное представление функции, а затем произвести его преобразование в соответствии с законами де Моргана, то получим скобочное представление функции в базисе И, ИЛИ, не содержащее инверсий. Очевидно, что оно является представлением монотонной функции f_m^* , которая двойственна исходной f_m , причем полученная функция f_m^* также относится к рассматриваемому подклассу монотонных функций, удовлетворяющих условиям (14)–(17), сложность ее представления такая же, как и у исходной функции f_m , а вектор $\Lambda(f_m^*) = \{\lambda_1^*, \dots, \lambda_n^*\}$, где $\lambda_{n-i}^* = C_{n-i}^i - \lambda_i$, $\lambda_{n-i+1}^* \geq 0$, а $\lambda_j^* = 0$ при $j \neq n-i, n-i+1$. При этом двойственная функция имеет вектор $W^* = \{w_1^*, \dots, w_n^*\}$, где $w_{n-i+1}^* = C_{n-i}^r - \lambda_r + w_i$, а $r = r_{\min}$. Данное обстоятельство позволяет ограничиться рассмотрением лишь половины монотонных функций рассматриваемого подкласса, имеющих $\lambda_i > 0$ при $i = 1, \dots, \lfloor n/2 \rfloor$ либо при $i = \lfloor n/2 \rfloor + 1, \dots, n$.

Приближающая монотонная функция является ПРФ, когда $\sigma(I_r) = C_n^r$. ПРФ являются симметричными и, следовательно, в базисе И, ИЛИ, НЕ имеют линейную относительно числа переменных сложность [5], определяемую оценкой (4). Однако использованный для их реализации метод промежуточного преобразования не применим для большинства монотонных функций рассматриваемого подкласса, не являющихся пороговыми.

В [6, с. 6–23; 7, с. 412–424; 15] рассмотрен декомпозиционный метод синтеза схем ПРФ, основанный на их представлении композицией ПРФ разложения, зависящих от меньшего числа переменных вида

$$F_n^a(X) = \bigvee_{\{A_\rho\}} F_{m_1}^{a_1}(X_1) F_{m_2}^{a_2}(X_2) \dots F_{m_\rho}^{a_\rho}(X_\rho), \quad (19)$$

где $F_{m_i}^{a_i}(X_i)$ — функции разложения, являющиеся ПРФ; ρ — параметр разложения; $A_\rho = \{a_1, \dots, a_\rho\}$ — ρ -мерный вектор; a_i — элемент ρ -мерного вектора A_ρ , являющийся порогом функции $F_{m_i}^{a_i}(X_i)$; $\{A_\rho\}$ — множество всех ρ -мерных векторов, удовлетворяющих условию

$$\sum_{i=1}^{\rho} a_i = a \quad (a_i \geq 0);$$

X_i — множества переменных функций разложения $F_{m_i}^{a_i}(X_i)$, удовлетворяющие условиям

$$X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_\rho = X,$$

$$X_i \cap X_j = \emptyset \text{ при } i \neq j.$$

Доказано [15], что при синтезе методом декомпозиции с параметром разложения $\rho = 2$ сложность в базисе И, ИЛИ системы ПРФ $F_n^{\{a\}}(X)$, включающей $(\beta - \alpha + 1)$ функций, зависящих от n переменных, с порогами от $a_{\min} = \alpha$ до $a_{\max} = \beta$ составляет

$$L(F_n^{\{a\}}) = n^2 - n - (\alpha - 1)^2 - (n - \beta)^2, \quad (20)$$

причем оценка (20) инвариантна относительно порядка декомпозиции (мощности подмножеств X_1 и X_2 на каждом шаге декомпозиции).

Из (20) следует, что сложность в базисе И, ИЛИ системы $F(n)$ всех n ПРФ $F_n^a(X)$ с порогами от $a_{\min} = 1$ до $a_{\max} = n$ составляет

$$L(F(n)) = n^2 - n, \quad (21)$$

а сложность отдельной ПРФ

$$L(F_n^a) = (a-1) + (2a-1)(n-a). \quad (22)$$

В табл. 3 приведены оценки числа импликант $\sigma_{\max}(I_r)$ и сложности L ПРФ F_n^a для n , равного 4, 5, 6, при синтезе методом декомпозиции с параметром $\rho=2$.

Таблица 3

n	$L/\sigma_{\max}(I_r)$					
	$a=1$	$a=2$	$a=3$	$a=4$	$a=5$	$a=6$
4	3/4	7/6	7/4	3/1	—	—
5	4/5	10/10	12/10	10/5	4/1	—
6	5/6	13/15	17/20	17/15	13/6	5/1

Приведенные результаты позволяют получить на основе разложения (19) и оценок сложности ПРФ (22) и их систем (21) точные оценки сложности для ряда типов монотонных функций рассматриваемого подкласса.

1) ПМФ с параметрами $\lambda_1=k$, $k < n$, $X_1=\{x_1, \dots, x_k\}$, $X_2=\{x_{k+1}, \dots, x_n\}$ может быть представлена в виде

$$f = x_1 \vee \dots \vee x_k \vee F_{n-k}^2(X_2), \quad (23)$$

при этом сложность данного представления функции составляет

$$L(f) = k + L(F_{n-k}^2) = k + (2-1) + (2 \cdot 2 - 1)(n-k-2) = 3n - 2k - 5. \quad (24)$$

Покажем, что во всех случаях рассмотренная реализация ПМФ имеет сложность, не превышающую сложности ПРФ с порогом $a=2$:

$$\begin{aligned} \Delta = L(F_n^2) - L(f) &= \{(2-1) + (2 \cdot 2 - 1)(n-2)\} - \{3n - 2k - 5\} = \\ &= 3n - 5 - 3n + 2k + 5 = 2k > 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Следовательно, сложность приближающей монотонной функции рассмотренного типа во всех случаях меньше сложности пороговой равновесной функции с порогом $a=2$.

2) ПМФ с параметрами $\lambda_a=1$, $a > 1$, $I_1 = x_1 \dots x_a$, $X_1=\{x_1, \dots, x_a\}$, $X_2=\{x_{a+1}, \dots, x_n\}$ может быть представлена в виде

$$f = \begin{cases} x_1 \dots x_a \bigvee_{i=1}^{a-1} F_a^i(x_1, \dots, x_a) F_{n-a}^{a+1-i}(x_{a+1}, \dots, x_n) \vee F_{n-a}^{a+1}(x_{a+1}, \dots, x_n) & \text{при } n-a \geq a+1, \\ x_1 \dots x_a \bigvee_{i=2a-n+1}^{a-1} F_a^i(x_1, \dots, x_a) F_{n-a}^{a+1-i}(x_{a+1}, \dots, x_n) & \text{при } n-a < a+1. \end{cases}$$

В соответствии с данным представлением получаем следующие оценки сложности функции:

— при $n-a \geq a+1$, $a > 1$

$$\begin{aligned} L(f) &= L(F_a^{\{1, \dots, a\}}) + L(F_{n-a}^{\{2, \dots, a+1\}}) + 2a - 1 = \\ &= (a^2 - a) + \{(n-a)^2 - (n-a) - (2-1)^2 - (n-2a-1)^2\} + 2a - 1 = \\ &= 2na - 2a^2 - 2a + n - 3; \end{aligned}$$

— при $1 < n-a < a+1$, $a > 1$

$$\begin{aligned} L(f) &= L(F_a^{\{2a-n+1, \dots, a\}}) + L(F_{n-a}^{\{2, \dots, n-a\}}) + 2(n-a-1) = \{a^2 - a + (2a-n)^2 - (a-a)^2\} + \\ &+ \{(n-a)^2 - (n-a) - (2-1)^2\} + 2(n-a-1) = 2na - 2a^2 - 2a + n - 3; \end{aligned}$$

— при $n-a=1$, $a > 1$

$$L(f) = L(F_a^a) = a - 1.$$

Таким образом,

$$L(f) = \begin{cases} 2na - 2a^2 - 2a + n - 3 & \text{при } a > 1, \\ a - 1 & \text{при } n = a + 1. \end{cases}$$

Покажем, что во всех случаях рассмотренная реализация ПМФ имеет сложность, не превышающую сложности ПРФ с порогом a при $a \geq n/2$ и порогом $a+1$ при $a < n/2$.

Случай $n=a+1$ очевиден;

— при $a \geq n/2$

$$\Delta = L(F_n^a) - L(f) = \{(a-1) + (2a-1)(n-a)\} - \{2na - 2a^2 - 2a + n - 3\} = \\ = 4a - 2n + 2 \geq 2,$$

— при $a < n/2$

$$\Delta = L(F_n^{a+1}) - L(f) = \\ = \{(a+1-1) + (2(a+1)-1)(n-(a+1))\} - \{2na - 2a^2 - 2a + n - 3\} = 2 > 0.$$

Следовательно, сложность приближающей монотонной функции рассмотренного типа во всех случаях меньше сложности соответствующей пороговой равновесной функции.

3) ПМФ с параметрами $\lambda_a=2$, $\lambda_{a+1}>0$, $\lambda_j=0$ ($j \neq a$, $j \neq a+1$), $a \geq 2$, $X_1=\{x_1, \dots, x_a\}$, $X_2=\{x_{a+1}, \dots, x_{2a}\}$, $X_3=\{x_{2a+1}, \dots, x_n\}$ в зависимости от соотношения мощности подмножеств переменных имеет следующие скобочные представления.

При $n-2a \geq a+1$, $a=2$

$$f = F_2^2(X_1) \vee F_2^2(X_2) \vee F_{n-4}^3(X_3) \vee F_{n-4}^2(X_3) [F_2^1(X_1) \vee F_2^1(X_2)] \vee \\ \vee F_{n-4}^1(X_3) F_2^1(X_1) F_2^1(X_2),$$

а ее сложность составляет

$$L(f) = 2L(F(2)) + L(F_{n-2a}^{\{1, \dots, a+1\}}) + 2 + 2 + 4 = \\ = 2 \cdot 2 + \{(n-2 \cdot 2)^2 - (n-2 \cdot 2) - (n-7)^2\} + 8 = 5n - 17.$$

При $n-2a=a$, $a=2$

$$f = F_2^2(X_1) \vee F_2^2(X_2) \vee F_2^2(X_3) [F_2^1(X_1) \vee F_2^1(X_2)] \vee F_2^1(X_3) F_2^1(X_1) F_2^1(X_2),$$

а ее сложность составляет

$$L(f) = 3L(F(2)) + 7 = 3(a^2 - a) + 7 = 13.$$

При $n-2a=1$, $a=2$

$$f = F_2^2(X_1) \vee F_2^2(X_2) \vee F_1^1(X_3) F_2^1(X_1) F_2^1(X_2),$$

а ее сложность составляет

$$L(f) = 2L(F(2)) + 1 + 4 = 2(a^2 - a) + 1 + 4 = 9.$$

При $n-2a \geq a+1$, $a > 2$

$$f = F_a^a(X_1) \vee F_a^a(X_2) \vee F_{n-2a}^{a+1}(X_3) \vee \left\{ \bigvee_{i=2}^a F_{n-2a}^i(X_3) \left[F_a^{a-i+1}(X_1) \vee F_a^{a-i+1}(X_2) \right] \right\} \vee \\ \vee \left\{ \bigvee_{i=1}^{a-1} F_{n-2a}^i(X_3) \left[\bigvee_{j=1}^{a-i} F_a^j(X_1) F_a^{a-i-j+1}(X_2) \right] \right\} \vee \left\{ \bigvee_{i=2}^{a-1} F_a^i(X_1) F_a^{a-i+1}(X_2) \right\},$$

а ее сложность составляет

$$L(f) = 2L(F(a)) + L\left(F_{n-2a}^{\{1, \dots, a+1\}}\right) + \{3a-4\} + \\ + \left\{ (a-1) + \sum_{i=1}^{a-1} (a-i) + \sum_{i=1}^{a-1} (a-i-1) + (a-2) \right\} + \{2a-5\} + 5 = 2na - 2a^2 + n - 2a - 4.$$

При $1 < n-2a < a+1, a > 2$

$$f = F_a^a(X_1) \vee F_a^a(X_2) \vee \left\{ \bigvee_{i=2}^{n-2a} F_{n-2a}^i(X_3) \left[F_a^{a-i+1}(X_1) \vee F_a^{a-i+1}(X_2) \right] \right\} \vee \\ \vee \left\{ \bigvee_{i=1}^{n-2a-1} F_{n-2a}^i(X_3) \left[\bigvee_{j=1}^{a-i} F_a^j(X_1) F_a^{a-i-j+1}(X_2) \right] \right\} \vee \left\{ \bigvee_{i=2}^{a-1} F_a^i(X_1) F_a^{a-i+1}(X_2) \right\},$$

а ее сложность составляет

$$L(f) = 2L(F(a)) + L(F(n-2a)) + \{3(n-2a-1)-1\} + \\ + \left\{ 2(n-2a-1)-1 + \sum_{i=1}^{n-2a-1} (a-i) + \sum_{i=1}^{n-2a-1} (a-i-1) \right\} + \{2a-5\} + 4 = \\ = 2na - 2a^2 + 4n - 10a - 7.$$

При $n-2a=1, a > 2$

$$f = F_a^a(X_1) \vee F_a^a(X_2) \vee \left\{ F_1^1(X_3) \left[\bigvee_{j=1}^{a-1} F_a^j(X_1) F_a^{a-j}(X_2) \right] \right\} \vee \left\{ \bigvee_{i=2}^{a-1} F_a^i(X_1) F_a^{a-i+1}(X_2) \right\},$$

а ее сложность составляет

$$L(f) = 2L(F(a)) + 2(a-1) + \{2(a-2)-1\} + 3 = 2a^2 + 2a - 4.$$

Покажем, что во всех случаях рассмотренная реализация ПМФ имеет сложность, не превышающую сложности ПРФ с порогом a при $a \geq n/2$ и порогом $a+1$ при $a < n/2$.

При $n-2a \geq a+1, a=2$

$$\Delta = L(F_n^3) - L(f) = \{(3-1) + (2 \cdot 3 - 1)(n-3)\} - \{5n-17\} = 4 > 0;$$

— при $n-2a=a, a=2$

$$\Delta = L(F_6^3) - L(f) = \{(3-1) + (2 \cdot 3 - 1)(6-3)\} - 13 = 4 > 0;$$

— при $n-2a=1, a=2$

$$\Delta = L(F_5^3) - L(f) = \{(3-1) + (2 \cdot 3 - 1)(5-3)\} - 9 = 3 > 0.$$

При $a \geq n/2, 1 < n-2a < a+1, a > 2$

$$\Delta = L(F_n^a) - L(f) = \{(a-1) + (2a-1)(n-a)\} - \{2na - 2a^2 + 4n - 10a - 7\} = \\ = 12a - 5n + 6 \geq n + 6 > 0.$$

При $a < n/2$:

1) $n-2a \geq a+1, a > 2$

$$\Delta = L(F_n^{a+1}) - L(f) = \{(a+1-1) + (2(a+1)-1)(n-a-1)\} - \{2na - 2a^2 + n - 2a - 4\} = \\ = a + (2a+1)(n-a-1) - (2na - 2a^2 + n - 2a - 4) = 3 > 0;$$

$$2) 1 < n - 2a < a + 1, a > 2, n < 3a + 1$$

$$\Delta = L(F_n^{a+1}) - L(f) = \{(a+1-1) + (2a+2-1)(n-a-1)\} - \\ - \{2na - 2a^2 + 4n - 10a - 7\} = n + 6 > 0;$$

$$3) a = 2 < n/2$$

$$\Delta = L(F_n^3) - L(f) = \{(3-1) + (2 \cdot 3 - 1)(n-3)\} - \{5n - 17\} = \\ = \{2 + 5(n-3)\} - 5n + 17 = 2 + 5n - 15 - 5n + 17 = 4 > 0.$$

При $n - 2a = 1, a > 2$

$$\Delta = L(F_n^{a+1}) - L(f) = \{(a+1-1) + (2a+2-1)(n-a-1)\} - \{2a^2 + 2a - 4\} = \\ = a + 2an - 2a^2 - 2a + n - a - 1 - 2a^2 - 2a + 4 = 2an - 4a^2 - 4a + n + 3 = 4 > 0.$$

Таким образом, сложность всех рассмотренных типов монотонных функций с векторами $\Lambda(f_m) = \{0, \dots, \lambda_i, \lambda_{i+1}, 0, \dots, 0\}$, где $\lambda_i > 0, \lambda_{i+1} \geq 0$, а также двойственных им функций меньше сложности пороговых равновесных функций с порогами $a = i + 1$ при $i \leq n/2$ и $a = i$ при $i > n/2$. Однако дальнейший анализ сложности приближающих монотонных функций в общем виде оказывается нецелесообразен с учетом количества типов функций, в том числе таких, экономичные представления которых не могут быть получены рассмотренным способом.

По указанным причинам для всех монотонных функций четырех и пяти переменных рассматриваемого подкласса были синтезированы скобочные представления и получены оценки их сложности. Синтез осуществлялся путем факторизации минимальных дизъюнктивных нормальных форм функций. Для формирования скобочных представлений использовались формализованные методы факторизации [7, с. 209—239], а в случае получения неудовлетворительных по сложности представлений проводилась факторизация вручную неформализованными методами.

Кроме того, для функций f_m , у которых получаемое в результате факторизации скобочное представление оказывалось сложным, получение их представления формировалось на основе скобочного представления двойственной функции f_m^* , которое в большинстве случаев оказывалось более экономичным.

Еще один способ получения экономичных скобочных представлений монотонных функций рассматриваемого подкласса — введение избыточных импликант ранга $r_{\max}$, не меняющих самой функции, но улучшающих ее факторизуемость за счет искусственного формирования новых факторов.

Анализ полученных оценок показал, что сложность всех монотонных функций рассматриваемого подкласса, зависящих от четырех и пяти переменных, удовлетворяет следующему условию:

$$L(f_\Lambda) \leq \max \{L(F_n^i), L(F_n^{i+1})\}, \quad (26)$$

где $\lambda_i \geq 0, \lambda_{i+1} \geq 0, \lambda_i + \lambda_{i+1} > 0$, а $\lambda_j = 0$ ($j \neq i, j \neq i + 1$).

Иными словами, их сложность не превышает сложности соответствующих пороговых равновесных функций.

Для функций шести переменных полученные скобочные представления почти всех монотонных функций рассматриваемого подкласса также имеют сложность, удовлетворяющую

оценке (26). Исключение составили функции всего пяти типов, приведенные в табл. 4, сложность которых оказалась на единицу больше определяемой оценкой (26).

Таблица 4

N_0	f_m	L	
f_1	$\{1+[2+3(456)][3+456][4+5]\}\{2+[3+456][4+5]\}\{6+[4+13][5+23]\}$	18	$f_1=f_2^*$
f_2	$1[2(3+\{4+5+6\})+\{3(4+5+6)+45\}]+2[3(4+5+6)+45]+6[4(1+3)+5(2+3)]$	18	$f_2=f_1^*$
f_3	$1[5(2+4)+34]+2\{3(4+5)\}+6\{(1+5)[3(2+4)+24]+1[3(4+5)]\}$	18	$f_3=f_4^*$
f_4	$1[2(3+4+5+6)+3(4+5+6)+4(5+6)]+2[3(4+5+6)+5(4+6)]+36(4+5)$	18	$f_4=f_3^*$
f_5	$1[(2+5)(3+4)+2(56)]+3[(4+6)(1+2)+4(56)]+24(5+6)$	18	$f_5=f_5^*$

Примечание. В таблице переменные представлены их номерами.

Характеристики данных типов функций приведены в табл. 5*.

Таблица 5

f_m	Λ	L	W	R
f_1	0,0,4,6,0,0	18	3 3 3 1 1 1	120
f_2	0,0,16,0,0,0	18	9 9 9 7 7 7	120
f_3	0,0,5,5,0,0	18	3 3 3 3 3 0	72
f_4	0,0,15,0,0,0	18	8 8 8 8 8 5	72
f_5	0,0,10,2,0,0	18	6 6 6 6 3 3	180
Всего				564

Очевидно, что доля приближающих монотонных функций шести переменных, не удовлетворяющих условию (26), составляет всего 0,0005 от общего числа функций рассматриваемого подкласса, т. е. крайне незначительна. Также не следует исключать возможность того, что и для данных функций существуют скобочные представления, удовлетворяющие условию (26), которые не удалось найти автору. Необходимо также отметить, что все приближающие монотонные функции в табл. 5 имеют векторы Λ , у которых $\lambda_3 > 0$, $\lambda_4 \geq 0$, а $\lambda_j = 0$ при $j \neq 3, 4$. Следовательно, в представлении (12) только одна ПМФ f_{12} может иметь сложность на единицу больше определяемой оценкой (26).

Оценка сложности произвольных функций. Оценка (26) сложности рассматриваемого подкласса монотонных функций позволяет на основе представления (12) получить оценку сложности произвольных функций.

Из разложения (12) следует, что

$$L(F) \leq \begin{cases} \sum_{j=2}^{n/2} L(F_n^j) + \sum_{j=n/2}^n L(F_n^j) + n/2 + n - 1 & \text{при } n \text{ четном,} \\ \sum_{j=2}^{[n/2]} L(F_n^j) + \sum_{j=[n/2]}^n L(F_n^j) + [n/2] + n - 1 & \text{при } n \text{ нечетном.} \end{cases} \quad (27)$$

С учетом (22) получаем:

— при n четном

$$\begin{aligned} \sum_{a=2}^{n/2} L(F_n^a) + \sum_{a=n/2}^n L(F_n^a) &= \sum_{a=1}^n L(F_n^a) - L(F_n^1) + L(F_n^{n/2}) = \\ &= \sum_{a=1}^n (2a + 2an - 2a^2 - n - 1) - (n - 1) + (n/2 - 1) + (n - 1)n/2 = (n^3 - 4n)/3 + n^2/2; \end{aligned}$$

— при n нечетном

* Каталог скобочных представлений монотонных функций рассматриваемого подкласса 4, 5 и 6 переменных высылается при обращении на адрес электронной почты автора.

$$\sum_{a=2}^{\lfloor n/2 \rfloor} L(F_n^a) + \sum_{a=\lfloor n/2 \rfloor}^n L(F_n^a) = \sum_{a=1}^n L(F_n^a) - L(F_n^1) + L(F_n^{(n+1)/2}) =$$

$$= \sum_{a=1}^n (2a + 2an - 2a^2 - n - 1) - (n-1) + (n-1)/2 + (n-1)n/2 = (n^3 - 4n)/3 + (n^2 + 1)/2,$$

откуда

$$L(n) \leq n^3/3 + n^2/2 + n/6 - 1. \quad (28)$$

Данная оценка справедлива для всех функций, зависящих от 4, 5 и 6 переменных, поскольку для n , равного 4, 5, сложность всех приближающих монотонных функций удовлетворяет (26).

Для $n=6$ одна из приближающих монотонных функций может иметь сложность, превышающую на единицу оценку (26). Однако, как следует из (25), ПМФ f_{11} имеет сложность на $\Delta=2k$ операторов меньше определяемой оценкой (22), следовательно, $\Delta_{\min}=2$. Исключением является случай, когда $f_{11} = F_6^2(x_1, \dots, x_6)$. Однако в этом случае

$$M_1(F) \cap M_6^1(X) = \emptyset$$

и функция F может быть представлена в виде

$$F(X) = f_{11}(X) \bar{f}_{21}(X) \vee f_{12}(X) \bar{f}_{22}(X) \vee f_{13}(X).$$

Очевидно, что сложность данного представления меньше определяемого оценкой (28), поскольку в нем отсутствует приближающая монотонная функция, имеющая вектор $\Lambda(f) = \{\lambda_1, \lambda_2, 0, 0, 0, 0\}$ и реализующая наборы единичного характеристического подмножества функции F с одной и двумя неинверсными переменными. Следовательно,

$$L(n) \leq n^3/3 + n^2/2 - n/6 - 2. \quad (29)$$

Данная оценка справедлива для всех функций, зависящих от переменных n , равного 4, 5 и 6. В табл. 6 приведены количественные оценки сложности произвольных функций алгебры логики в соответствии с оценкой (29).

Таблица 6

n	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$L(n)$	28	53	89	138	202	283	383	503	648	817	1013	1238
$\sum_{a=1}^n L(F_n^a)$	20	40	70	112	168	240	330	440	572	728	910	1120
$L(F(n))$	12	20	30	42	56	72	90	110	132	156	182	210
R	1,67	2	2,34	2,67	3	3,34	3,67	4	4,33	4,67	5	5,33
$L(n)/R$	17	27	39	52	68	85	105	126	150	176	203	233

Очевидно, что полученная оценка является существенно завышенной. Это обусловлено допущениями, принятыми при ее получении. Во-первых, сложность всех приближающих монотонных функций принималась максимальной. Во-вторых, рассматривалась раздельная реализация всех приближающих монотонных функций. В третьих, не учитывалась возможность уменьшения сложности приближающих монотонных функций $f_{1\alpha}$ и $f_{2\alpha}$ за счет их оптимизации [7, с. 171—180; 11] путем включения в единичное характеристическое подмножество наборов, принадлежащих подмножествам $M_n^j(X)$ при $j=1, \dots, 2(\alpha-1)$.

Для оценки потенциальных возможностей уменьшения сложности произвольных функций за счет их совместной реализации сравним сложность раздельной и совместной реализации системы всех пороговых равновесных функций n переменных при синтезе методом декомпозиции на основе представления (20) при $p=2$. Сложность совместной реализации

определяется оценкой (21). Сложность раздельной реализации системы пороговых равновесных функций с учетом (26) составляет

$$\sum_{a=1}^n L(F_n^a) = \sum_{a=1}^n (2a + 2an - 2a^2 - n - 1) = (n^3 - n) / 3.$$

Уменьшение сложности системы пороговых равновесных функций при их совместной реализации определяется как

$$R = L(F(n)) / \sum_{a=1}^n L(F_n^a) = (n^3 - n) / 3(n^2 - n) \approx n / 3,$$

т.е. использование совместной реализации системы приближающих монотонных функций позволяет уменьшать сложность получаемого представления произвольной функции до $R=n/3$ раз.

Для сравнения в табл. 5 приведены оценки суммарной сложности n ПРФ, сложности фундаментального многопорогового элемента $F(n)$, синтезированного методом декомпозиции, а также значения параметров R и $L(n)/R$. Сравнение приведенных данных дает оценку потенциального уменьшения сложности произвольной функции при использовании совместной реализации приближающих монотонных функций.

Заключение. Полученные результаты позволяют полагать, что оценка (28) справедлива для большинства функций и при $n > 6$, поскольку доля монотонных функций рассматриваемого подкласса, имеющих сложность больше определяемой оценкой (26), крайне незначительна, а различие в сложности минимально. Однако диапазон числа переменных, в котором оценка (28) справедлива для большинства функций, определить на основе рассмотренного подхода к оценке их сложности не представляется возможным, учитывая требуемый объем перебора и анализа функций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Изд-во иностр. лит., 1963. 829 с.
2. Лупанов О. Б. О синтезе некоторых классов управляющих систем // Проблемы кибернетики. 1963. Вып. 10. С. 88—96.
3. Кориунов А. Д. Монотонные булевы функции // Успехи мат. наук. 2003. № 5. С. 89—162.
4. Угольников А. Б. О реализации монотонных функций схемами из функциональных элементов // Проблемы кибернетики. 1976. Вып. 31. С. 167—185.
5. Pippenger N. The complexity of monotone Boolean functions // Math. Systems Theory. 1978. Vol. 11. P. 289—316.
6. Лупанов О. Б. Об одном подходе к синтезу управляющих систем — принципе локального кодирования // Проблемы кибернетики. 1965. Вып. 14. С. 31—110.
7. Музыченко О. Н. Специализированные методы синтеза логических схем. Ч. 1. Методы синтеза логических схем симметричных и пороговых функций. СПб: Балт. гос. техн. ун-т, 2004. 161 с.
8. Музыченко О. Н. Методы синтеза логических схем. СПб: Изд-во „Печатный цех“, 2018. 860 с.
9. Поспелов Д. А. Логические методы анализа и синтеза схем. М.: Энергия, 1974. 368 с.
10. Музыченко О. Н. О сложности реализации пороговых функций // Изв. вузов. Математика. 2017. № 7. С. 41—49.
11. Карпова Н. А. Минимальные схемы из замыкающих контактов для монотонных функций пяти переменных // Проблемы кибернетики. 1973. Вып. 26. С. 53—94.
12. Музыченко О. Н. Синтез логических схем методом приближающих монотонных функций // Автоматика и телемеханика. 1994. № 12. С. 117—128.
13. Кориунов А. Д. Решение проблемы Дедекинда о числе монотонных булевых функций // Докл. АН СССР. 1977. Т. 233, № 4. С. 543—546.

14. Коришун А. Д. О числе монотонных булевых функций // Проблемы кибернетики. 1981. Вып. 38. С. 5—108.
15. Музыченко О. Н., Лукоянов В. П. Быстродействующий алгоритм синтеза схем симметричных функций алгебры логики для систем автоматизированного проектирования // Вопр. радиоэлектроники. Сер. Общие вопросы радиоэлектроники. 1984. Вып. 12. С. 120—128.

Сведения об авторе**Олег Николаевич Музыченко**

— д-р техн. наук, профессор; Научно-производственная фирма „Меридиан“; главный конструктор информационно-управляющих систем;
E-mail: syntez2@yandex.ru

Поступила в редакцию 31.03.22; одобрена после рецензирования 12.04.22; принята к публикации 31.05.22.

REFERENCES

1. Shannon C.E. *Bell System Technical Journal*, 1948, no. 3(July).
2. Lupanov O.B. *Problemy kibernetiki*, 1963, no. 10, pp. 88–96. (in Russ.)
3. Korshunov A.D. *Russian Mathematical Surveys*, 2003, no. 5, pp. 929–1001.
4. Ugol'nikov A.B. *Problemy kibernetiki*, 1976, no. 31, pp. 167–185. (in Russ.)
5. Pippenger N. *Math. Systems Theory*, 1977/78, vol. 11, pp. 289–316.
6. Lupanov O.B. *Problemy kibernetiki*, 1965, no. 14, pp. 31–110. (in Russ.)
7. Muzychenko O.N. *Spetsializirovannyye metody sinteza logicheskikh skhem. Chast' 1. Metody sinteza logicheskikh skhem simmetrichnykh i porogovykh funktsiy* (Specialized Methods for Synthesizing Logic Circuits. Part 1. Methods for Synthesizing Logic Circuits of Symmetric and Threshold Functions), St. Petersburg, 2004, 161 p. (in Russ.)
8. Muzychenko O.N. *Metody sinteza logicheskikh skhem* (Methods for Synthesizing Logic Circuits), St. Petersburg, 2018, 860 p. (in Russ.)
9. Pospelov D.A. *Logicheskiye metody analiza i sinteza skhem* (Logical Methods of Analysis and Synthesis of Circuits), Moscow, 1974, 368 p. (in Russ.)
10. Muzychenko O.N. *Russian Mathematics*, 2017, no. 7, pp. 35–42.
11. Karpova N.A. *Problemy kibernetiki*, 1973, no. 26, pp. 53–94. (in Russ.)
12. Muzychenko O.N. *Automation and Remote Control*, 1994, no. 12, pp. 117–128. (in Russ.)
13. Korshunov A.D. *Soviet Mathematics. Doklady*, 1977, no. 4(233), pp. 543–546. (in Russ.)
14. Korshunov A.D. *Problemy kibernetiki*, 1981, no. 38, pp. 5–108. (in Russ.)
15. Muzychenko O.N., Lukoyanov V.P. *Questions of radio electronics. General questions of radio electronics*, 1984, no. 12, pp. 120–128. (in Russ.)

Data on author**Oleg N. Muzychenko**

— Dr. Sci., Professor; Research and Production Firm Meridian JSC; Chief Designer of Information Control Systems; E-mail: syntez2@yandex.ru

Received 31.03.22; approved after reviewing 12.04.22; accepted for publication 31.05.22.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПАРАМЕТРОВ
ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ ПРИ АДДИТИВНОМ ВЛИЯНИИ
НЕИЗМЕРЯЕМОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ

А. А. БОБЦОВ, А. В. КАПЛИН, Н. А. НИКОЛАЕВ, О. В. ОСЬКИНА *

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
*olga.oskina1996@gmail.com

Аннотация. В рамках детерминированного подхода предложен алгоритм идентификации нестационарных параметров для классического уравнения линейной регрессии. При синтезе алгоритма оценивания нестационарных параметров допускается, что динамическая модель их изменения известна и представляет собой линейный генератор с переменными коэффициентами. Дополнительным усложнением задачи оценивания параметров для линейного регрессионного уравнения является наличие аддитивного синусоидального возмущающего воздействия с неизвестными постоянными амплитудами, частотами и фазами. Полученный алгоритм обеспечивает точное оценивание всех неизвестных нестационарных параметров.

Ключевые слова: линейное регрессионное уравнение, оценка параметров, нестационарные параметры, синусоидальное возмущение

Благодарности: работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 18-19-00627 (<https://rscf.ru/project/18-19-00627/>).

Ссылка для цитирования: Бобцов А. А., Каплин А. В., Николаев Н. А., Оськина О. В. Идентификация нестационарных параметров линейной регрессионной модели при аддитивном влиянии неизмеряемого синусоидального возмущения // Изв. вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 7. С. 492—499. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-7-492-499.

IDENTIFICATION OF NON-STATIONARY PARAMETERS
OF A LINEAR REGRESSION MODEL UNDER ADDITIVE INFLUENCE
OF THE UNMEASURABLE SINUSOIDAL DISTURBANCE

A. A. Bobtsov, A. V. Kaplin, N. A. Nikolaev, O. V. Oskina *

ITMO University, St. Petersburg, Russia
*olga.oskina1996@gmail.com

Abstract. In the framework of the deterministic approach, an algorithm for identifying nonstationary parameters for the classical linear regression equation is proposed. When synthesizing the algorithm for estimating non-stationary parameters, it is assumed that the dynamic model of their variation is known and is a linear generator with variable coefficients. An additional complication of the problem of estimating parameters for the linear regression equation is the presence of an additive sinusoidal disturbing effect with unknown constant amplitudes, frequencies, and phases. The resulting algorithm provides an accurate estimation of all unknown non-stationary parameters.

Keywords: linear regression equation, parameters estimation, time-varying parameters, sinusoidal disturbance

Acknowledgment: the work was carried out with the financial support of the Russian Science Foundation, project No. 18-19-00627 (<https://rscf.ru/project/18-19-00627/>).

For citation: Bobtsov A. A., Kaplin A. V., Nikolaev N. A., Oskina O. V. Identification of non-stationary parameters of a linear regression model under additive influence of the unmeasurable sinusoidal disturbance. *Journal of Instrument Engineering*. 2022. Vol. 65, N 7. P. 492—499 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-7-492-499.

Введение. В рамках детерминированного подхода рассматривается решение задачи синтеза алгоритма идентификации неизвестных параметров для классического уравнения линейной регрессии [1]. В отличие от большинства известных подходов, в настоящей статье исследуется случай, когда вектор неизвестных параметров является нестационарным. Следует отметить, что существует ряд подходов к оценке нестационарных параметров, которые представлены как выходы линейных генераторов (см., например, [2 — 4]). Так, в [2] предложен алгоритм идентификации нестационарных параметров, производная которых имеет постоянное значение на некоторых интервалах времени. В [3] предложен метод оценивания нестационарных параметров, динамика изменения которых описывается полиномами времени. В [4] была решена задача синтеза алгоритма идентификации неизвестных параметров линейных нестационарных динамических объектов управления только по измерениям выходной переменной и сигнала управления (но не их производных или переменных состояния). В предположении, что неизвестные параметры являются линейными функциями времени или их производные представляют собой кусочно-постоянные сигналы, была решена задача их идентификации. Также в [4] было принято допущение, что производные нестационарных параметров являются неизвестными постоянными числами на некотором интервале времени, который, в свою очередь, также не определен.

В настоящей статье допущение о моделировании неизвестных параметров в виде полиномов времени расширено для случая, когда их динамика может быть представлена как выходы линейных нестационарных генераторов. Еще одним расширением задачи является введение аддитивного возмущающего воздействия, представленного в виде синусоидального сигнала с неизвестными постоянными амплитудой, частотой и фазой.

Математическая постановка задачи. Рассмотрим линейное регрессионное уравнение вида

$$y = \phi^T \theta + \delta, \quad (1)$$

где сигнал $y = y(t)$ и вектор $\phi = \phi(t) = \text{col}\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_r\}$ содержат известные функции времени; $\theta = \theta(t)$ — вектор неизвестных переменных параметров; $\delta(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ — неизмеряемое синусоидальное возмущение с неизвестными амплитудой, частотой и фазой A , ω и φ .

Ставится задача синтеза алгоритма идентификации вектора неизвестных переменных параметров $\theta(t)$, обеспечивающего выполнение целевого условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\theta(t) - \hat{\theta}(t)| = 0, \quad (2)$$

где $\hat{\theta}(t)$ — оценка вектора $\theta(t)$.

Поставленная задача будет выполняться при следующих допущениях.

Допущение 1. Каждый элемент вектора $\theta(t)$ может быть представлен как решение линейного нестационарного дифференциального уравнения

$$\theta_i = h_i^T \xi_i; \quad (3)$$

$$\dot{\xi}_i = G_i \xi_i, \quad (4)$$

где $\xi_i \in R^{n_i}$ — неизмеряемый вектор переменных состояния, $h_i(t)$ и $G_i(t)$ — известные нестационарные вектор и матрица соответственно.

Также допускается, что вектор начальных условий $\xi_i(0)$ не известен.

Допущение 2. Вектор-функция Ω удовлетворяет условию незатухающего возбуждения (см., например, [5]):

$$\Omega = \text{col}\{\phi_1 m_1, \phi_2 m_2, \dots, \phi_r m_r\},$$

где $m_i^T = h_i^T \Phi_i$ и $\Phi_i(t)$ — фундаментальная матрица решения дифференциального уравнения

$$\dot{\Phi}_i = G_i \Phi_i,$$

при $\Phi_i(0) = \mathbf{I}$, где $\mathbf{I}$ — единичная матрица.

Алгоритм идентификации неизвестных параметров. Рассмотрим процедуру сведения нелинейного по параметрам ω и ϕ уравнения (1) к стандартной линейной регрессии. Далее, на базе полученной линейной регрессионной модели, предложим новую процедуру редуцирования избыточной по параметрам регрессионной модели.

Параметризация модели (1). Запишем решение дифференциального уравнения (3), (4) следующим образом [6]:

$$\xi_i(t) = \Phi_i(t) q_i, \quad (5)$$

где $q_i = \xi_i(0)$.

Подставляя (5) в (3), получаем

$$\theta_i = h_i^T \xi_i = h_i^T \Phi_i q_i = m_i^T q_i. \quad (6)$$

Перепишем (1) следующим образом:

$$y = \phi^T \theta + \delta = \phi_1 \theta_1 + \phi_2 \theta_2 + \dots + \phi_r \theta_r + \delta,$$

тогда для уравнения (1) имеем

$$y(t) = \phi_1(t) m_1^T(t) q_1 + \phi_2(t) m_2^T(t) q_2 + \dots + \phi_r(t) m_r^T(t) q_r + \delta(t). \quad (7)$$

Введем обозначение

$$\eta = \text{col}\{q_1, q_2, \dots, q_r\},$$

тогда уравнение (7) примет вид

$$y(t) = \Omega^T(t) \eta + \delta(t), \quad (8)$$

где $\Omega = \text{col}\{\phi_1 m_1, \phi_2 m_2, \dots, \phi_r m_r\}$ — вектор-функция, введенная в допущении 2.

Продифференцировав (8) дважды, получим

$$\ddot{y} = \ddot{\Omega}^T \eta - \omega^2 \delta, \quad (9)$$

где использовано легко проверяемое соотношение $\ddot{\delta} = -\omega^2 \delta$ (см., например, [7, 8]).

Поскольку $y(t) - \Omega^T(t) \eta = \delta(t)$, то уравнение (9) можно записать следующим образом:

$$\ddot{y} = \ddot{\Omega}^T \eta - \omega^2 (y - \Omega^T \eta) = \ddot{\Omega}^T \eta + \omega^2 \Omega^T \eta - \omega^2 y. \quad (10)$$

Применим для (10) оператор $\frac{\lambda^2}{(p+\lambda)^2}$, где $p = d/dt$ и параметр $\lambda > 0$. Тогда для (10)

имеем

$$\frac{\lambda^2 p^2}{(p+\lambda)^2} y = \frac{\lambda^2 p^2}{(p+\lambda)^2} \Omega^T \eta + \omega^2 \frac{\lambda^2}{(p+\lambda)^2} \Omega^T \eta - \omega^2 \frac{\lambda^2}{(p+\lambda)^2} y$$

или в более компактном виде

$$z = w_1^T \eta + w_2^T \omega^2 \eta + w_3 \omega^2, \quad (11)$$

где $w_1^T = \frac{\lambda^2 p^2}{(p+\lambda)^2} \Omega^T$, $w_2^T = \frac{\lambda^2}{(p+\lambda)^2} \Omega^T$ и $w_3 = -\frac{\lambda^2}{(p+\lambda)^2} y$.

Очевидно, что уравнение (11) представляет собой стандартную линейную регрессионную модель, параметры которой могут быть найдены любым известным методом. Также не-

трудно видеть, что в случае определения вектора неизвестных постоянных параметров η каждый из компонентов $\theta = \theta(t)$ может быть найден с использованием формулы (6). Таким образом, оценивание неизвестного нестационарного вектора $\theta(t)$ может быть сведено к идентификации параметров уравнения (11). Для идентификации неизвестных параметров уравнения (11) могут использоваться как хорошо известные методы идентификации (см., например, [1]), так и новая процедура DREM (Dynamic Regressor Extention and Mixing — расширение и смешивание регрессора), применяемая в том числе, для оценивания полиномиальных и кусочно-непрерывных параметров [2—4].

Сокращение модели (11). Поскольку векторы w_1 и w_2 могут быть линейно зависимыми, то для идентификации вектора η проведем ряд преобразований уравнения (11). Умножим (11) слева на вектор w_1 , тогда получим

$$w_1 z = w_1 w_1^T \eta + w_1 w_2^T \omega^2 \eta + w_1 w_3 \omega^2. \quad (12)$$

Применим для (12) оператор

$$\frac{\alpha}{p + \beta},$$

где число $\alpha > 0$ и параметр $\beta > 0$, тогда для (12) получаем

$$\chi = M_1 \eta + M_2 \omega^2 \eta + M_3 \omega^2, \quad (13)$$

где

$$\chi = \frac{\alpha}{p + \beta} w_1 z, \quad M_1 = \frac{\alpha}{p + \beta} w_1 w_1^T, \quad M_2 = \frac{\alpha}{p + \beta} w_1 w_2^T \quad \text{и} \quad M_3 = \frac{\alpha}{p + \beta} w_1 w_3.$$

Поскольку $M_1^{-1} = \text{adj}(M_1) / \det M_1$, то уравнение (13) можно записать следующим образом:

$$\text{adj}(M_1) \chi = \Delta \eta + \text{adj}(M_1) M_2 \omega^2 \eta + \text{adj}(M_1) M_3 \omega^2, \quad \Delta = \det M_1. \quad (14)$$

Тогда из уравнения (14) имеем

$$\Delta \eta = \sigma + M_5 \omega^2 \eta + M_6 \omega^2, \quad (15)$$

где $\sigma = \text{adj}(M_1) \chi$, $M_5 = -\text{adj}(M_1) M_2$ и $M_6 = -\text{adj}(M_1) M_3$.

Умножим уравнение (11) на функцию $\Delta = \det M_1$ и подставим в него (15):

$$\Delta z = \Delta w_1^T (\sigma + M_5 \omega^2 \eta + M_6 \omega^2) + \Delta w_2^T \omega^2 \eta + \Delta w_3 \omega^2, \quad (16)$$

откуда получаем

$$\psi = w_4^T \omega^2 \eta + w_5 \omega^2, \quad (17)$$

где $\psi = \Delta z - \Delta w_1^T \sigma$, $w_4^T = \Delta w_1^T M_5 + \Delta w_2^T$ и $w_5 = \Delta w_1^T M_6 + \Delta w_3$.

Следует отметить, что функция $\Delta = \det M_1$ не обращается тождественно в нуль, поскольку в силу допущения 2 вектор Ω удовлетворяет условию незатухающего возбуждения, а так как $\frac{\lambda^2 p^2}{(p + \lambda)^2}$ является стационарным устойчивым линейным оператором, то свойства незатухающего возбуждения сохраняются и для вектора w_1 .

Таким образом, для идентификации вектора η можно использовать регрессионное уравнение (17). Поскольку выполнение условия незатухающего возбуждения для регрессоров w_4^T и w_5 остается под вопросом, то для оценки параметров можно воспользоваться подходами, позволяющими избежать данного требования (см., например, [9, 10]).

Пример. Для иллюстрации работоспособности предложенного метода идентификации приведем числовой пример. Рассмотрим линейное регрессионное уравнение вида (1) с двумя неизвестными переменными параметрами, которые описываются уравнениями вида (3) и (4). При моделировании в уравнениях (1), (3) и (4) были использованы следующие параметры:

$$\phi = \begin{bmatrix} t^2 \\ t^2 \\ t+1 \end{bmatrix}, \quad G_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad h_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad G_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}, \quad h_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\delta(t) = 0,1 \sin 10t.$$

Моделирование выполнено при $\lambda = 100$ и следующих начальных условиях: $\xi_1(0) = \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,2 \end{bmatrix}$, $\xi_2(0) = \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,4 \end{bmatrix}$. После выполнения математических преобразований исходное линейное регрессионное уравнение вида (1) может быть записано в виде (11), где истинные значения параметров следующие:

$$\eta^T = [0,1 \quad 0,2 \quad 0,3 \quad 0,4], \quad \omega^2 \eta^T = [10 \quad 20 \quad 30 \quad 40] \text{ и } \omega^2 = 100.$$

Таким образом, получено линейное регрессионное уравнение с девятью неизвестными параметрами, для оценки которых использован алгоритм, предложенный в работе [11]. Уравнение (11) может быть переписано в виде

$$z = \Psi \Theta, \quad (18)$$

где $\Psi = \begin{bmatrix} w_1^T & w_2^T & w_3 \end{bmatrix}$ и $\Theta = \begin{bmatrix} \eta & \omega^2 \eta & \omega^2 \end{bmatrix}$.

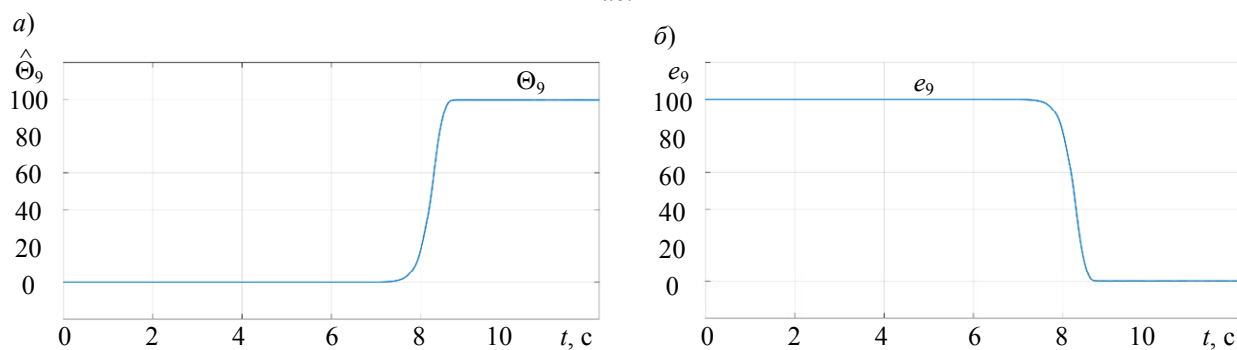
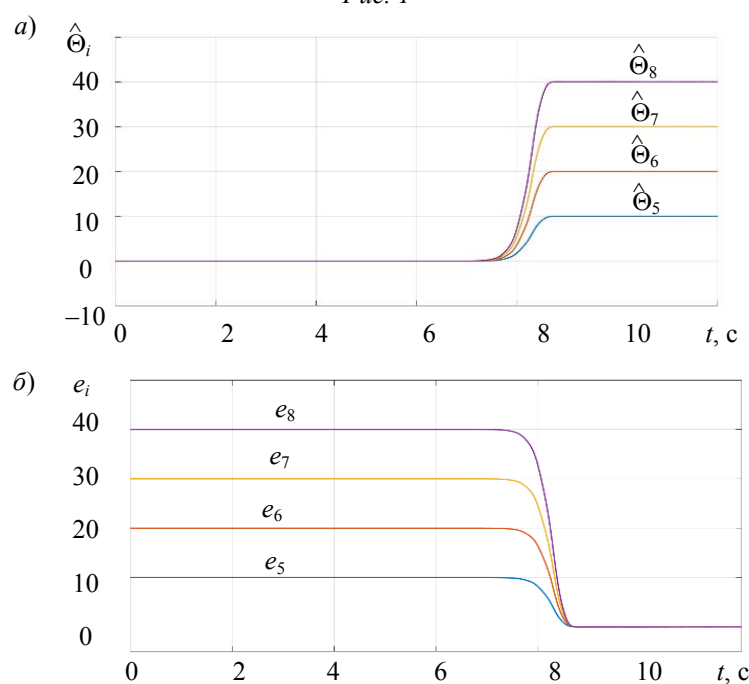
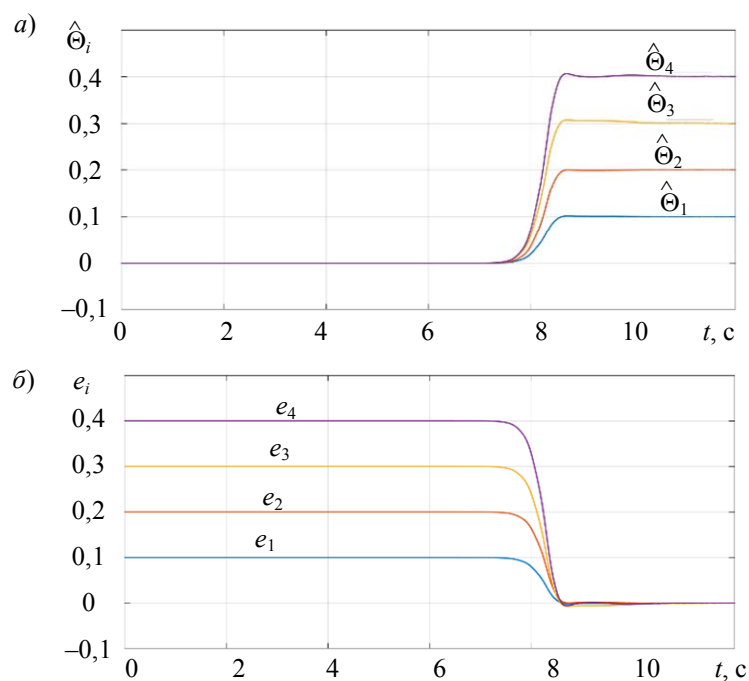
Тогда алгоритм оценивания неизвестных параметров может быть записан в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{Y} &= -\mu Y + \mu \Psi^T z, \\ \dot{Y} &= -\mu Y + \mu \Psi^T \Psi, \\ \dot{\hat{\Theta}} &= -\gamma \Delta (\Delta \hat{\Theta} - \Lambda), \\ \Lambda &= \text{adj}(Y), \quad \Delta = \det Y. \end{aligned}$$

где $\mu = 1$ и $\gamma = 1$ — параметры, использованные при моделировании.

После оценки неизвестных параметров в (18) можно найти неизвестные переменные параметры модели (1) в виде $\hat{\theta}_1 = h_1^T \Phi_1(t) \begin{bmatrix} \hat{\Theta}_{(1,1)} \\ \hat{\Theta}_{(2,1)} \end{bmatrix}$ и $\hat{\theta}_2 = h_2^T \Phi_2(t) \begin{bmatrix} \hat{\Theta}_{(3,1)} \\ \hat{\Theta}_{(4,1)} \end{bmatrix}$.

Результаты моделирования приведены на рис. 1—4: на рис. 1 представлены переходные процессы: a — по оценке неизвестного параметра $\hat{\Theta}_i$, b — по ошибке оценивания $e_i = \Theta_i - \hat{\Theta}_i$ при $i = 1 \dots 4$; на рис. 2 — то же, при $i = 5 \dots 8$; на рис. 3 — переходные процессы: a — по оценке неизвестного параметра $\hat{\Theta}_9$, b — по ошибке оценивания $e_9 = \Theta_9 - \hat{\Theta}_9$; на рис. 4 — графики неизвестных переменных параметров и их оценки: a — θ_1 и $\hat{\theta}_1$, b — θ_2 и $\hat{\theta}_2$.



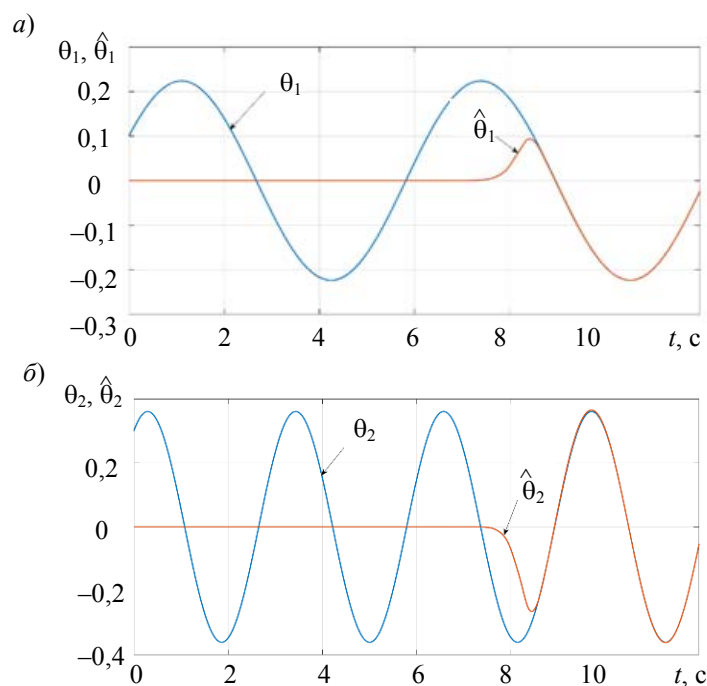


Рис. 4

Как следует из результатов компьютерного моделирования, оценки неизвестных параметров моделей (11) и (1) (см. соответственно, рис. 1—3 и 4) сходятся к истинным значениям.

Заключение. Предложено новое решение задачи синтеза алгоритма идентификации для линейной регрессионной модели вида (1). При допущении, что каждый элемент вектора переменных параметров $\theta(t)$ может быть представлен как решение линейного нестационарного дифференциального уравнения, получена регрессионная модель (11). Данная модель является линейной по отношению к неизвестным значениям A , ω и φ синусоидального возмущения $\delta(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ и содержит только постоянные параметры. Поскольку модель (11) является избыточной, то с использованием специальной описанной в статье процедуры было предложено ее сокращение до вида (17). Именно уравнение (17) представляет собой классическую линейную регрессию, для которой могут быть применены любые хорошо зарекомендовавшие себя методы параметрической идентификации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Пер. с англ.; под ред. Я. З. Цыпкина. М.: Наука, 1991. 432 с.
2. Wang J., Le Vang T., Pyrkin A. A., Kolyubin S. A., Bobtsov A. A. Identification of piecewise linear parameters of regression models of non-stationary deterministic systems // Automation and Remote Control. 2018. Vol. 79, N 12. P. 2159—2168.
3. Данг Х. Б., Пыркин А. А., Бобцов А. А., Ведяков А. А. Идентификация полиномиальных параметров нестационарных линейных систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 6. С. 459—468.
4. Ле В. Т., Коротина М. М., Бобцов А. А., Арановский С. В., Во К. Д. Идентификация линейно изменяющихся во времени параметров нестационарных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 5. С. 259—26.
5. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб: Наука, 2000.
6. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967.

7. Aranovskii S. V., Bobtsov A. A., Pyrkin A. A. Adaptive observer of an unknown sinusoidal output disturbance for linear plants // *Automation and Remote Control*. 2009. Vol. 70, iss. 11. P. 1862—1870.
8. Aranovskii S. V., Bobtsov A. A., Kremlev A. S., Luk'yanova G. V. A robust algorithm for identification of the frequency of a sinusoidal signal // *J. of Computer and Systems Sciences International*. 2007. Vol. 46, iss. 3. P. 371—376.
9. Korotina M., Romero J. G., Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R. A new on-line exponential parameter estimator without persistent excitation // *Systems and Control Letters*. 2022. N 159. P. 105079.
10. Bobtsov A., Yi B., Ortega R., Astolfi A. Generation of New Exciting Regressors for Consistent On-line Estimation of Unknown Constant Parameters // *IEEE Trans. on Automatic Control*. 2022. DOI: 10.1109/TAC.2022.3159568.
11. Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D. Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical–biological reactors // *Automatica*. 2021. N 129. P. 109635.

Сведения об авторах

- Алексей Алексеевич Бобцов** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: bobtsov@mail.ru
- Алексей Валерьевич Каплин** — аспирант; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: aleksey@snow42.com
- Николай Анатольевич Николаев** — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: nikona@yandex.ru
- Ольга Владимировна Оськина** — аспирант; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: olga.oskina1996@gmail.com

Поступила в редакцию 22.04.22; одобрена после рецензирования 29.04.22; принята к публикации 31.05.22.

REFERENCES

1. Ljung L. *System Identification, Theory for the User*, NJ, PTR Prentice Hall, 1987.
2. Wang J., Le Vang T., Pyrkin A.A., Kolyubin S.A., Bobtsov A.A. *Automation and Remote Control*, 2018, no. 12(79), pp. 2159–2168.
3. Dung Kh.B., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Vedyakov A.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2021, no. 6(64), pp. 459–468. (in Russ.)
4. Le V.T., Korotina M.M., Bobtsov A.A., Aranovskiy S.V., Vo Q.D. *Mechatronics, Automation, Control*, 2019, no. 5(20), pp. 259–265. (in Russ.)
5. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O., Fradkov A.L. *Nelineynoye i adaptivnoye upravleniye slozhnyimi dinamicheskimi sistemami* (Nonlinear and Adaptive Control of Complex Dynamic Systems), St. Petersburg, 2000, 549 p. (in Russ.)
6. Demidovich B.P. *Lektsii po matematicheskoy teorii ustoychivosti* (Lectures on the Mathematical Theory of Stability), Moscow, 1967. (in Russ.)
7. Aranovskii S.V., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A. *Automation & Remote Control*, 2009, no. 11(70), pp. 1862–1870.
8. Aranovskii S.V., Bobtsov A.A., Kremlev A.S., Luk'yanova G.V. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2007, no. 3(46), pp. 371–376.
9. Korotina M., Romero J.G., Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R. *Systems and Control Letters*, 2022, vol. 159, pp. 105079.
10. Bobtsov A., Yi B., Ortega R., Astolfi A. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022. DOI: 10.1109/TAC.2022.3159568.
11. Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D. *Automatica*, 2021, no. 129, pp. 109635.

Data on authors

- Alexey A. Bobtsov** — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: bobtsov@mail.ru
- Alexey V. Kaplin** — Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: aleksey@snow42.com
- Nikolay A. Nikolaev** — PhD, Associate Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: nikona@yandex.ru
- Olga V. Oskina** — Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: olga.oskina1996@gmail.com

Received 22.04.22; approved after reviewing 29.04.22; accepted for publication 31.05.22.

**СИНТЕЗ АЛГОРИТМА РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ
ДВИЖЕНИЕМ МОБИЛЬНОГО РОБОТА ВДОЛЬ ГЛАДКОЙ ТРАЕКТОРИИ**

Дык Тхинь Хоанг*, А. А. Пыркин

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

*hoangducthinh93@gmail.com

Аннотация. Рассматривается задача траекторного управления движением мобильного робота вдоль заданной непрерывной траектории. Математическая модель движения робота может содержать неизвестные параметры, а траектория движения представляет собой произвольную непрерывную кривую с ограниченной кривизной. Приведена нелинейная модель движения робота, преобразование которой к нормальной форме позволило синтезировать робастный регулятор с использованием метода расширенного наблюдателя. Полученный алгоритм управления обеспечивает движение робота вдоль непрерывной траектории с ограниченной в установившемся режиме ошибкой, максимальное значение которой может регулироваться с помощью настроечных параметров.

Ключевые слова: траекторное управление, робастное управление по выходу, расширенный наблюдатель, мобильный колесный робот

Благодарности: работа выполнена при поддержке Президента Российской Федерации, грант № МД-3574.2022.4.

Ссылка для цитирования: Хоанг Дык Тхинь, Пыркин А. А. Синтез алгоритма робастного управления движением мобильного робота вдоль гладкой траектории // Изв. вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 7. С. 500—512. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-7-500-512.

**SYNTHESIS OF AN ALGORITHM FOR ROBUST CONTROL
OF A MOBILE ROBOT MOVEMENT ALONG A SMOOTH TRAJECTORY**

Duc Thinh Hoang*, A. A. Pyrkin

ITMO University, St. Petersburg, Russia

*hoangducthinh93@gmail.com

Abstract. The problem of trajectory control of the movement of a mobile robot along a given continuous trajectory is considered. Mathematical model of the robot's movement may contain unknown parameters, and the movement trajectory is an arbitrary continuous curve with limited curvature. For presented nonlinear model of robot movement, transformation of the model to the normal form allows for synthesizing a robust controller using the extended observer method. The obtained control algorithm ensures the robot movement along a continuous trajectory with an error limited in the steady state, the maximum value of the error can be adjusted using the tuning parameters.

Keywords: trajectory control, robust output-control, extended observer, wheeled mobile robot

Acknowledgments: the work was supported by the President of the Russian Federation, grant N MD-3574.2022.4.

For citation: Hoang Duc Thinh, Pyrkin A. A. Synthesis of an algorithm for robust control of a mobile robot movement along a smooth trajectory. *Journal of Instrument Engineering*. 2022. Vol. 65, N 7. P. 500—512 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-7-500-512.

Введение. В настоящей статье рассматривается задача траекторного управления движением мобильного робота вдоль заданной траектории [1—5]. Особенность данной задачи заключается в том, что математическая модель движения робота содержит неизвестные параметры, а функция, описывающая траекторию движения, может быть трансцендентной (не имеющей аналитического решения для обратной функции). Предлагается робастный регуля-

тор, основанный на методе расширенного наблюдателя и обеспечивающий решение задачи движения робота вдоль траектории с ограниченной ошибкой, максимальное значение которой может регулироваться с помощью настроечных параметров.

Постановка задачи. Рассматриваются мобильный робот, движущийся на плоскости с координатами $(x(t), y(t))$, и непрерывная траектория, которая может быть представлена в виде гладкой кривой $S: y_s = \varphi(x_s)$, где (x_s, y_s) — координаты некоторой точки, принадлежащей кривой (см. рис. 1).

Допущение 1. Линейная и угловая скорость движения робота ограничены: $|V| \leq V_{\max}$, $|\omega| \leq \omega_{\max}$.

Допущение 2. Максимальная кривизна траектории S во всем ее протяжении ограничена:

$$\varepsilon = \frac{1}{R} \leq \varepsilon_{\max},$$

где ε — кривизна траектории, R — радиус кривизны в точке кривой S .

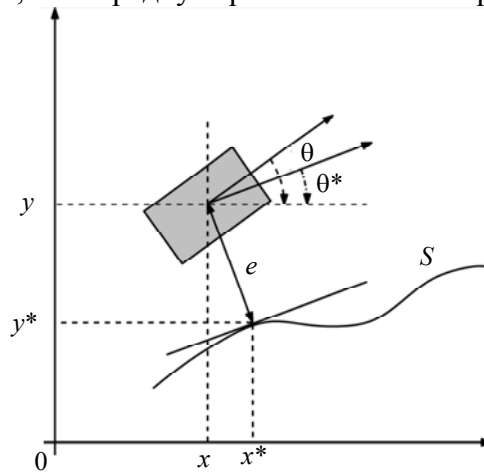


Рис. 1

Положение и ориентация робота на плоскости определяются линейными координатами (x, y) в системе координат, связанной с Землей, и углом рысканья θ .

Кинематическая модель движения робота описывается следующими уравнениями [6, 7]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где (v_x, v_y) — вектор линейных скоростей робота в абсолютной системе координат, связанный с вектором (V_x, V_y) линейных скоростей робота в продольном и поперечном направлениях движения:

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = T(\theta) \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $T(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ — матрица поворота.

Динамическая модель движения робота определяется уравнениями

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_x & 0 & 0 \\ 0 & -a_y & 0 \\ 0 & 0 & -a_\omega \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x & 0 & 0 \\ 0 & b_y & 0 \\ 0 & 0 & b_\omega \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где a_x, a_y, a_ω — инерционные параметры; b_x, b_y, b_ω — параметры, связанные с эффективностью управляющих воздействий, также предполагается, что их значения могут быть неизвестны; F_x, F_y и M — обобщенные продольная и поперечные силы и поворотный момент, действующие на мобильный робот, развиваемые некоторыми движителями.

Требуется разработать алгоритм робастного управления мобильным роботом по измерениям текущих координат x, y , скорости V и ориентации θ , обеспечивающий в условиях параметрической неопределенности ограниченное отклонение от траектории и ошибку по скорости:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| \leq e_{\max}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} |\delta(t)| \leq \delta_{\max}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} |V(t) - V^*| \leq \tilde{V}_{\max}, \quad (4)$$

где $e(t)$ — минимальное расстояние от робота до кривой; $\delta = \theta - \theta^*$ — отклонение угла рысканья θ от угла θ^* , определяющего направление касательной к кривой в ближайшей точке от робота; $e_{\max}, \delta_{\max}, \tilde{V}_{\max}$ — заданные значения допустимых отклонений робота от траектории и скорости; V^* — заданная скорость движения.

Замечание 1. В рамках данной статьи допускается, что регулируемые параметры $e(t)$, $\delta(t)$ вычисляются или оцениваются на основе текущих координат x, y , скорости V и ориентации θ (см., например, [7]).

Модель движения в нормальной форме. Введем в рассмотрение вспомогательную переменную s , определяющую длину пройденного пути, и совместно с расстоянием e запишем модель движения робота вдоль непрерывной кривой [1]:

$$\begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta^* & \sin \theta^* \\ -\sin \theta^* & \cos \theta^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Подставим в (5) выражение (2):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \theta^* & \sin \theta^* \\ -\sin \theta^* & \cos \theta^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\theta^* - \theta) & \sin(\theta^* - \theta) \\ -\sin(\theta^* - \theta) & \cos(\theta^* - \theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos \delta & -\sin \delta \\ \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = T(\delta) \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (6)$$

Для $\dot{\delta}$ имеем

$$\dot{\delta} = \dot{\theta} - \dot{\theta}^* = \omega - \frac{d\theta^*}{ds} \frac{ds}{dt} = \omega - \varepsilon \dot{s} = \omega - \varepsilon (V_x \cos \delta - V_y \sin \delta),$$

где $\varepsilon = \frac{d\theta^*}{ds}$ — кривизна заданной траектории [1].

Для получения полной модели движения робота вдоль траектории рассмотрим замену координат:

$$\xi_1 = \begin{bmatrix} s \\ e \\ \delta \end{bmatrix}, \quad \xi_2 = \begin{bmatrix} \cos \delta & -\sin \delta & 0 \\ \sin \delta & \cos \delta & 0 \\ -\varepsilon \cos \delta & \varepsilon \sin \delta & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega \end{bmatrix} \quad (7)$$

и введем обозначения

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad h_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad h_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \Sigma(\delta, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \cos \delta & -\sin \delta & 0 \\ \sin \delta & \cos \delta & 0 \\ -\varepsilon \cos \delta & \varepsilon \sin \delta & 1 \end{bmatrix}.$$

Заметим, что матрица $\Sigma(\delta, \varepsilon)$ является невырожденной: $\det \Sigma(\delta, \varepsilon) \equiv 1$. Нетрудно получить выражение для обратной матрицы, определенной, как и матрица $\Sigma(\delta, \varepsilon)$, для всех δ и ε :

$$\Sigma^{-1}(\delta, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ -\sin \delta & \cos \delta & 0 \\ \varepsilon & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Динамическую модель движения робота (3) перепишем в виде

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_x & 0 & 0 \\ 0 & -a_y & 0 \\ 0 & 0 & -a_\omega \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x & 0 & 0 \\ 0 & b_y & 0 \\ 0 & 0 & b_\omega \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix} = A \Sigma^{-1}(\delta, \varepsilon) \xi_2 + Bu,$$

где

$$A = \begin{bmatrix} -a_x & 0 & 0 \\ 0 & -a_y & 0 \\ 0 & 0 & -a_\omega \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_x & 0 & 0 \\ 0 & b_y & 0 \\ 0 & 0 & b_\omega \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix}.$$

Дифференцируя элементы матрицы $\Sigma(\delta, \varepsilon)$, получаем

$$\dot{\Sigma}(\delta, \varepsilon) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 \end{bmatrix} \Sigma(\delta, \varepsilon) \dot{\delta} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\dot{\varepsilon} & 0 & 0 \end{bmatrix} \Sigma(\delta, \varepsilon) = [P_1(\varepsilon) \dot{\delta} + P_2(\dot{\varepsilon})] \Sigma(\delta, \varepsilon),$$

где

$$P_1(\varepsilon) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 \end{bmatrix}, \quad P_2(\dot{\varepsilon}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\dot{\varepsilon} & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Дифференцируя (7), получаем

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 &= \dot{\Sigma}(\delta, \varepsilon) \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega \end{bmatrix} + \Sigma(\delta, \varepsilon) \begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \\ &= [P_1(\varepsilon) \dot{\delta} + P_2(\dot{\varepsilon})] \Sigma(\delta, \varepsilon) \Sigma^{-1}(\delta, \varepsilon) \xi_2 + \Sigma(\delta, \varepsilon) (A \Sigma^{-1}(\delta, \varepsilon) \xi_2 + Bu) = \\ &= [P_1(\varepsilon) \dot{\delta} + P_2(\dot{\varepsilon})] \xi_2 + \Sigma(\delta, \varepsilon) A \Sigma^{-1}(\delta, \varepsilon) \xi_2 + \Sigma(\delta, \varepsilon) Bu. \end{aligned}$$

Таким образом, замена координат (7) позволяет записать нелинейную модель движения мобильного робота вдоль гладкой траектории в нормальной форме:

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1 &= \xi_2; \\ \dot{\xi}_2 &= q(\xi_1, \xi_2, \varepsilon) + g(\xi_1, \varepsilon)u,\end{aligned}$$

где нелинейные преобразования имеют вид

$$\begin{aligned}q(\xi_1, \xi_2, \varepsilon) &= \left[P_1(\varepsilon)h_3^T \xi_2 + P_2(\dot{\varepsilon}) + \Sigma(h_3^T \xi_1, \varepsilon) A \Sigma^{-1}(h_3^T \xi_1, \varepsilon) \right] \xi_2, \\ g(\xi_1, \varepsilon) &= \Sigma(h_3^T \xi_1, \varepsilon) B,\end{aligned}$$

а переменный параметр ε также может быть смоделирован в терминах нормальной формы нелинейной системы как нуль-динамика. В самом деле, изменение этого параметра допустимо при равенстве нулю выходных переменных $e = 0$ и $\delta = 0$.

Введение внутренней модели. Переформулируем цель управления как задачу слежения для измеряемой и регулируемой выходной переменной ξ_1 и задающего воздействия

$$\xi^* = \begin{bmatrix} s^* \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad s^* = s_0^* + V^* t, \quad (8)$$

где желаемый пройденный путь s^* определяется известными значениями пройденного пути s_0^* к моменту запуска управления и желаемой скорости движения V^* и может быть представлен в виде генератора

$$\begin{aligned}s^* &= Hw, \quad \dot{w} = Sw, \\ \text{где } H &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad w(0) = \begin{bmatrix} s_0^* \\ V^* \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

Определим переменные отклонений

$$\tilde{\xi}_1 = \xi_1 - h_1 w_1, \quad \tilde{\xi}_2 = \xi_2 - h_1 w_2$$

и модель их динамики

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\xi}}_1 &= \xi_2 - h_1 w_2 = \tilde{\xi}_2, \\ \dot{\tilde{\xi}}_2 &= \dot{\xi}_2 = q(\xi_1, \xi_2, \varepsilon) + g(\xi_1, \varepsilon)u = \bar{q}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w) + g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon)u\end{aligned}$$

с нелинейным преобразованием

$$\begin{aligned}\bar{q}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w) &= \left[P_1(\varepsilon)h_3^T (\tilde{\xi}_2 + h_1 w_2) + P_2(\dot{\varepsilon}) + \Sigma(h_3^T \tilde{\xi}_1, \varepsilon) A \Sigma^{-1}(h_3^T \tilde{\xi}_1, \varepsilon) \right] (\tilde{\xi}_2 + h_1 w_2) = \\ &= q(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon) + \left[P_1(\varepsilon)h_3^T \tilde{\xi}_2 + P_2(\dot{\varepsilon}) + \Sigma(h_3^T \tilde{\xi}_1, \varepsilon) A \Sigma^{-1}(h_3^T \tilde{\xi}_1, \varepsilon) \right] h_1 w_2.\end{aligned}$$

В идеальном случае необходимо обеспечить $\tilde{\xi}_1 = 0$, $\tilde{\xi}_2 = 0$. Тогда можно найти выражение $\psi(w)$ для управления в установившемся режиме как функцию от задающего воздействия исходя из условия [8—10]

$$0 = q(0, 0, \varepsilon) + \left[P_2(\dot{\varepsilon}) + \Sigma(0, \varepsilon) A \Sigma^{-1}(0, \varepsilon) \right] h_1 w_2 + g(0, \varepsilon)\psi(w),$$

откуда

$$\begin{aligned}\psi(w) &= -g^{-1}(0, \varepsilon) \left[P_2(\dot{\varepsilon}) + \Sigma(0, \varepsilon) A \Sigma^{-1}(0, \varepsilon) \right] h_1 w_2 = \\ &= - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} a_x b_x^{-1} w_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left(\dot{\varepsilon} b_z^{-1} - \varepsilon a_z b_z^{-1} \right) w_2.\end{aligned} \quad (9)$$

Проанализируем номинальный закон управления (9), обеспечивающий достижение цели управления с нулевой ошибкой в установившемся режиме. Управление в продольном направлении должно быть пропорционально желаемой скорости. В рамках поставленной задачи справедливо соотношение для любого положительного постоянного параметра γ_x :

$$\sigma_x(w) = -\gamma_x^{-1} a_x b_x^{-1} w_2, \quad \dot{\sigma}_x = 0.$$

Опираясь на это свойство, можно сформировать внутреннюю модель по управлению в продольном направлении:

$$\dot{\eta}_x = \bar{u}_x, \quad F_x = \gamma_x \eta_x + \bar{u}_x,$$

где $\bar{u}_x$ — новое управление в продольном направлении (будет определено далее).

В поворотном направлении такого свойства нет, так как параметр ε в общем виде носит переменный характер. Тем не менее заметим, что для прямых участков заданной траектории движения верно $\varepsilon = 0$, а для участков, которые можно описать дугой окружности, справедливо $\varepsilon = \text{const}$ и $\dot{\varepsilon} = 0$. Таким образом, если полагать, что заданная траектория представляет собой композицию прямых и дугообразных участков, то справедливо

$$\sigma_z(w) = \gamma_z^{-1} (\dot{\varepsilon} b_z^{-1} - \varepsilon a_z b_z^{-1}) w_2, \quad \dot{\sigma}_z = 0,$$

и целесообразно рассмотреть внутреннюю модель и в поворотном направлении:

$$\dot{\eta}_z = \bar{u}_z, \quad M = \gamma_z \eta_z + \bar{u}_z,$$

где $\bar{u}_z$ — новое управление в поворотном направлении (будет определено далее), γ_z — положительный параметр.

В поперечном направлении внутренняя модель при такой постановке задачи (без возмущающих воздействий) не обязательна:

$$F_y = \bar{u}_y,$$

где $\bar{u}_y$, наряду с $\bar{u}_x$ и $\bar{u}_z$, будет определено далее.

Рассмотрим вспомогательные переменные

$$\tilde{\eta}_x = \eta_x - \sigma_x(w), \quad \tilde{\eta}_z = \eta_z - \sigma_z(w)$$

и запишем агрегированную модель системы:

$$\dot{\tilde{\eta}}_x = \bar{u}_x,$$

$$\dot{\tilde{\eta}}_z = \bar{u}_z,$$

$$\dot{\tilde{\xi}}_1 = \tilde{\xi}_2,$$

$$\dot{\tilde{\xi}}_2 = \tilde{q}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w) + g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \begin{bmatrix} \gamma_x \tilde{\eta}_x \\ 0 \\ \gamma_z \tilde{\eta}_z \end{bmatrix} + g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \begin{bmatrix} \bar{u}_x \\ \bar{u}_y \\ \bar{u}_z \end{bmatrix},$$

где

$$\tilde{q}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w) = \bar{q}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w) + g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \begin{bmatrix} \gamma_x \sigma_x(w) \\ 0 \\ \gamma_z \sigma_z(w) \end{bmatrix}.$$

Замечание 2. Важно отметить, что член $\tilde{q}(0, 0, \varepsilon, w)$ тождественно равен нулю в случае $\dot{\varepsilon} = 0$ благодаря выбору функций $\psi(w)$ и $\sigma_{x,z}(w)$ и является соизмеримо малой величиной при относительно малых значениях $\dot{\varepsilon}$.

Выбрав законы управления в виде

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_x \\ \bar{u}_y \\ \bar{u}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma_x \tilde{\eta}_x \\ 0 \\ -\gamma_z \tilde{\eta}_z \end{bmatrix} + \rho(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w), \quad (10)$$

где $\rho(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w) = g^{-1}(\tilde{\xi}_1, \varepsilon)(\tilde{q}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w) - k_1 \tilde{\xi}_1 - k_2 \tilde{\xi}_2)$ с некоторыми положительными параметрами k_1 и k_2 , получим динамику замкнутой системы в виде двух подсистем:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\eta}}_x = -\gamma_x \tilde{\eta}_x + h_1^T \rho(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w); \\ \dot{\tilde{\eta}}_z = -\gamma_z \tilde{\eta}_z + h_3^T \rho(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w); \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\xi}}_1 = \tilde{\xi}_2, \\ \dot{\tilde{\xi}}_2 = -k_1 \tilde{\xi}_1 - k_2 \tilde{\xi}_2. \end{cases} \quad (12)$$

Утверждение 1. Система

$$\dot{X} = \Phi(X, \varepsilon, w)$$

с вектором состояния $X = \text{col}\{\tilde{\eta}_x, \tilde{\eta}_z, \tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2\}$ и преобразованием $\Phi(X, \varepsilon, w)$, определенным в (11), (12), является асимптотически устойчивой при условии $\dot{\varepsilon} = 0$, а при $|\dot{\varepsilon}| \leq \mu < \infty$ все траектории системы ограничены областью, зависящей от параметра μ : $X \leq \mathcal{M}_\mu$.

Доказательство. Соответствующий выбор параметров k_1 и k_2 позволяет обеспечить экспоненциальную устойчивость системы (12) и сходимость к нулю переменных $\tilde{\xi}_1$ и $\tilde{\xi}_2$. Благодаря структуре нелинейной функции $\rho(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w)$ и свойству $\rho(0, 0, \varepsilon, w) = 0$ заключаем, что переменные состояния внутренне устойчивых систем (11) стремятся к нулю. С учетом замечания 1 следует отметить, что при нарушении свойства $\dot{\varepsilon} = 0$ стремление к нулю переменных состояния будет также нарушено, однако система сохранит свойство устойчивости по входу, а переменные состояния будут ограничены, если ограничена переменная $\dot{\varepsilon}$.

Синтез робастного закона управления. Закон управления (10) не всегда может быть реализован, так как зависит от переменных $\tilde{\xi}_2$, w и $\tilde{\eta}_{x,z}$, которые могут быть неизмеряемыми. Здесь такой закон управления будет заменен робастной версией с помощью расширенного наблюдателя [11—14]

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} \bar{u}_x \\ \bar{u}_y \\ \bar{u}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{sat}_N(\hat{u}_x) \\ \text{sat}_N(\hat{u}_y) \\ \text{sat}_N(\hat{u}_z) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где

$$\begin{bmatrix} \hat{u}_x \\ \hat{u}_y \\ \hat{u}_z \end{bmatrix} = \bar{G}^{-1}[-k_1 \hat{\xi}_1 - k_2 \hat{\xi}_2 - \sigma_\xi], \quad (14)$$

где $K = [-k_1 \quad -k_2]$, $\hat{\xi} = [\hat{\xi}_1 \quad \hat{\xi}_2]^T$; число N выбирается разработчиком, матрица с постоянными параметрами $\bar{G}$ должна быть невырожденной и выбрана из условия

$$\| (g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) - \bar{G}) \bar{G}^{-1} \|_1 \leq \varrho < 1,$$

где ϱ — число, удовлетворяющее условию $0 < \varrho < 1$, а R^3 -векторы переменных $\hat{\xi}_1$, $\hat{\xi}_2$ и σ_ξ являются состояниями расширенного наблюдателя вида

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\xi}}_1 &= \hat{\xi}_2 + \kappa a_2 (\tilde{\xi}_1 - \hat{\xi}_1); \\ \dot{\hat{\xi}}_2 &= \sigma_\xi + \bar{G}\bar{u} + \kappa^2 a_1 (\tilde{\xi}_1 - \hat{\xi}_1), \\ \dot{\sigma}_\xi &= \kappa^3 a_0 (\tilde{\xi}_1 - \hat{\xi}_1)\end{aligned}$$

с настроечными параметрами $(a_0 \ a_1 \ a_2)$ и κ .

Для доказательства устойчивости замкнутой системы рассмотрим вспомогательные переменные

$$\begin{aligned}\zeta_1 &= \kappa^2 (\tilde{\xi}_1 - \hat{\xi}_1); \\ \zeta_2 &= \kappa (\tilde{\xi}_2 - \hat{\xi}_2); \\ \zeta_3 &= \tilde{q}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w) + g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \begin{bmatrix} \gamma_x \tilde{\eta}_x \\ 0 \\ \gamma_z \tilde{\eta}_z \end{bmatrix} + (g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) - \bar{G}) \tilde{u}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \sigma_\xi) - \sigma_\xi,\end{aligned}$$

где $\tilde{u}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \sigma_\xi)$ — выражение, полученное из (13), (14) заменой $\hat{\xi}_1$, $\hat{\xi}_2$ на $\tilde{\xi}_1$, $\tilde{\xi}_2$.

Дифференцируя вектор $\zeta = (\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)$, получаем

$$\begin{aligned}\dot{\zeta}_1 &= \kappa^2 (\dot{\tilde{\xi}}_1 - \dot{\hat{\xi}}_1) = \kappa^2 (\dot{\tilde{\xi}}_2 - \dot{\hat{\xi}}_2 - \kappa a_2 (\tilde{\xi}_1 - \hat{\xi}_1)) = \kappa (\zeta_2 - a_2 \zeta_1); \\ \dot{\zeta}_2 &= \kappa (\dot{\tilde{\xi}}_2 - \dot{\hat{\xi}}_2) = \\ &= \kappa \left(\tilde{q}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w) + g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \begin{bmatrix} \gamma_x \tilde{\eta}_x \\ 0 \\ \gamma_z \tilde{\eta}_z \end{bmatrix} + g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \begin{bmatrix} \bar{u}_x \\ \bar{u}_y \\ \bar{u}_z \end{bmatrix} - \sigma_\xi - \bar{G}\bar{u} - \kappa^2 a_1 (\tilde{\xi}_1 - \hat{\xi}_1) \right) = \\ &= \kappa \left(\tilde{q}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w) + g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \begin{bmatrix} \gamma_x \tilde{\eta}_x \\ 0 \\ \gamma_z \tilde{\eta}_z \end{bmatrix} + (g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) - \bar{G}) \bar{u} - \sigma_\xi \right) - \kappa^3 a_1 (\tilde{\xi}_1 - \hat{\xi}_1) = \\ &= \kappa \zeta_3 + \kappa (g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) - \bar{G}) (\bar{u}(\hat{\xi}_1, \hat{\xi}_2, \sigma_\xi) - \tilde{u}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \sigma_\xi)) - \kappa a_1 \zeta_1 = \\ &= \kappa (\zeta_3 - a_1 \zeta_1) + \Delta_1,\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= \kappa (g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) - \bar{G}) (\bar{u}(\hat{\xi}_1, \hat{\xi}_2, \sigma_\xi) - \tilde{u}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \sigma_\xi)); \\ \dot{\zeta}_3 &= \dot{\tilde{q}}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w) + \dot{g}(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \begin{bmatrix} \gamma_x \tilde{\eta}_x \\ 0 \\ \gamma_z \tilde{\eta}_z \end{bmatrix} + g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \begin{bmatrix} \gamma_x \dot{\tilde{\eta}}_x \\ 0 \\ \gamma_z \dot{\tilde{\eta}}_z \end{bmatrix} + \dot{g}(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \tilde{u} + (g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) - \bar{G}) \dot{\bar{u}} - \dot{\sigma}_\xi = \\ &= \dot{\tilde{q}}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w) + \dot{g}(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \begin{bmatrix} \gamma_x \tilde{\eta}_x \\ 0 \\ \gamma_z \tilde{\eta}_z \end{bmatrix} + g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \begin{bmatrix} \gamma_x \dot{\tilde{\eta}}_x \\ 0 \\ \gamma_z \dot{\tilde{\eta}}_z \end{bmatrix} + \dot{g}(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \tilde{u} + (g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) - \bar{G}) \dot{\bar{u}} - \kappa a_0 \zeta_1 =\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \dot{q}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w) + \dot{g}(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \begin{bmatrix} \gamma_x \tilde{\eta}_x \\ 0 \\ \gamma_z \tilde{\eta}_z \end{bmatrix} + g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \begin{bmatrix} \gamma_x \dot{\tilde{\eta}}_x \\ 0 \\ \gamma_z \dot{\tilde{\eta}}_z \end{bmatrix} + \\
&+ \dot{g}(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \tilde{u} + (g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) - \bar{G}) J(\tilde{\xi}, \sigma_{\xi}) \bar{G}^{-1} (K \dot{\tilde{\xi}} - \dot{\sigma}_{\xi}) - \kappa a_0 \zeta_1 = \\
&= \Delta_2 - \dot{\sigma}_{\xi} \Delta_0 - \kappa a_0 \zeta_1 = \Delta_2 - \kappa \Delta_0 a_0 \zeta_1 - \kappa a_0 \zeta_1,
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\Delta_0 &= (g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) - \bar{G}) J(\tilde{\xi}, \sigma_{\xi}) \bar{G}^{-1}; \\
\Delta_2 &= \dot{q}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \varepsilon, w) + \dot{g}(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \begin{bmatrix} \gamma_x \tilde{\eta}_x \\ 0 \\ \gamma_z \tilde{\eta}_z \end{bmatrix} + g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \begin{bmatrix} \gamma_x \dot{\tilde{\eta}}_x \\ 0 \\ \gamma_z \dot{\tilde{\eta}}_z \end{bmatrix} + \\
&+ \dot{g}(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) \tilde{u} + (g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon) - \bar{G}) J(\tilde{\xi}, \sigma_{\xi}) \bar{G}^{-1} K \dot{\tilde{\xi}},
\end{aligned}$$

$J(\tilde{\xi}, \sigma_{\xi})$ — матрица Якоби, составленная путем дифференцирования функций насыщения (13).

Получим модель ошибки оценивания:

$$\begin{bmatrix} \dot{\zeta}_1 \\ \dot{\zeta}_2 \\ \dot{\zeta}_3 \end{bmatrix} = \kappa \left(\begin{bmatrix} -a_2 I & I & 0 \\ -a_1 I & 0 & I \\ -a_0 I & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} \Delta_0 \begin{bmatrix} a_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} \Delta_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} \Delta_2$$

и перепишем ее в виде

$$\dot{\zeta} = \kappa (A_{\zeta} - B_{\zeta} C_{\zeta} \Delta_0) \zeta + D_{\zeta} \Delta_1 + B_{\zeta} \Delta_2,$$

где

$$A_{\zeta} = \begin{bmatrix} -a_2 I & I & 0 \\ -a_1 I & 0 & I \\ -a_0 I & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{\zeta} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix}, \quad C_{\zeta}^T = \begin{bmatrix} a_0 I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{\zeta} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Запишем модель замкнутой системы:

$$\begin{aligned}
\dot{X} &= \Phi(X, \varepsilon, w) + \bar{g}(X, \varepsilon) \Delta_3; \\
\dot{\zeta} &= \kappa (A_{\zeta} - B_{\zeta} C_{\zeta} \Delta_0) \zeta + D_{\zeta} \Delta_1 + B_{\zeta} \Delta_2,
\end{aligned}$$

где $\bar{g}(X, \varepsilon) = g(\tilde{\xi}_1, \varepsilon)$, а Δ_3 означает разницу между реализуемым регулятором (13), (14) и номинальным (10).

Поскольку модель замкнутой системы полностью удовлетворяет условиям утверждения 10.2, приведенного в [15], то полученные выше вычисления являются доказательством следующего утверждения.

Утверждение 2. Существует предел насыщения N , параметры a_0 , a_1 , a_2 и значение κ^* такие, что при $\kappa > \kappa^*$ все траектории замкнутой системы ограничены и соответствуют выполнению цели управления (4).

Численное моделирование. Рассмотрим пример моделирования решения задачи траекторного управления мобильным роботом с использованием предложенного подхода. Заданная гладкая траектория описывается уравнением $y = x + 1 - \cos 2x$ и желаемая скорость движения

робота $V^* = 1$ м/с. Параметры динамической модели движения робота выбираются как $a_x = 1$, $a_y = 1$, $a_\omega = 1$, $b_x = 1$, $b_y = 1$ и $b_\omega = 1$.

Выбираем значения параметров робастного регулятора:

$$K = [-100, -100], \quad \bar{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad N = 50,$$

$$a_0 = 0,1, \quad a_1 = 4, \quad a_2 = 1, \quad \kappa = 10, \quad \gamma_x = 1, \quad \gamma_z = 1.$$

Результаты моделирования траектории движения мобильного робота приведены на рис. 2. Как видно на графиках, мобильный робот движется вдоль заданной траектории. Предложенный регулятор, используя оценки регулируемых параметров (s, e, δ), обеспечивает ограниченность ошибок по ориентации и боковому отклонению (рис. 3, а, б и 3, в соответственно).

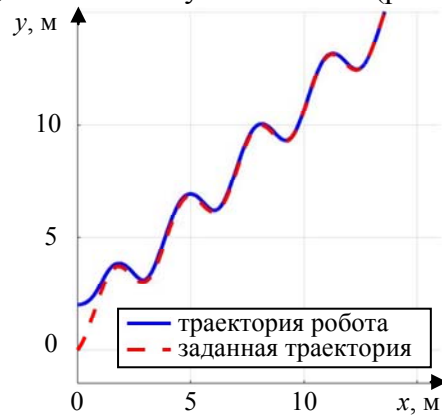


Рис. 2

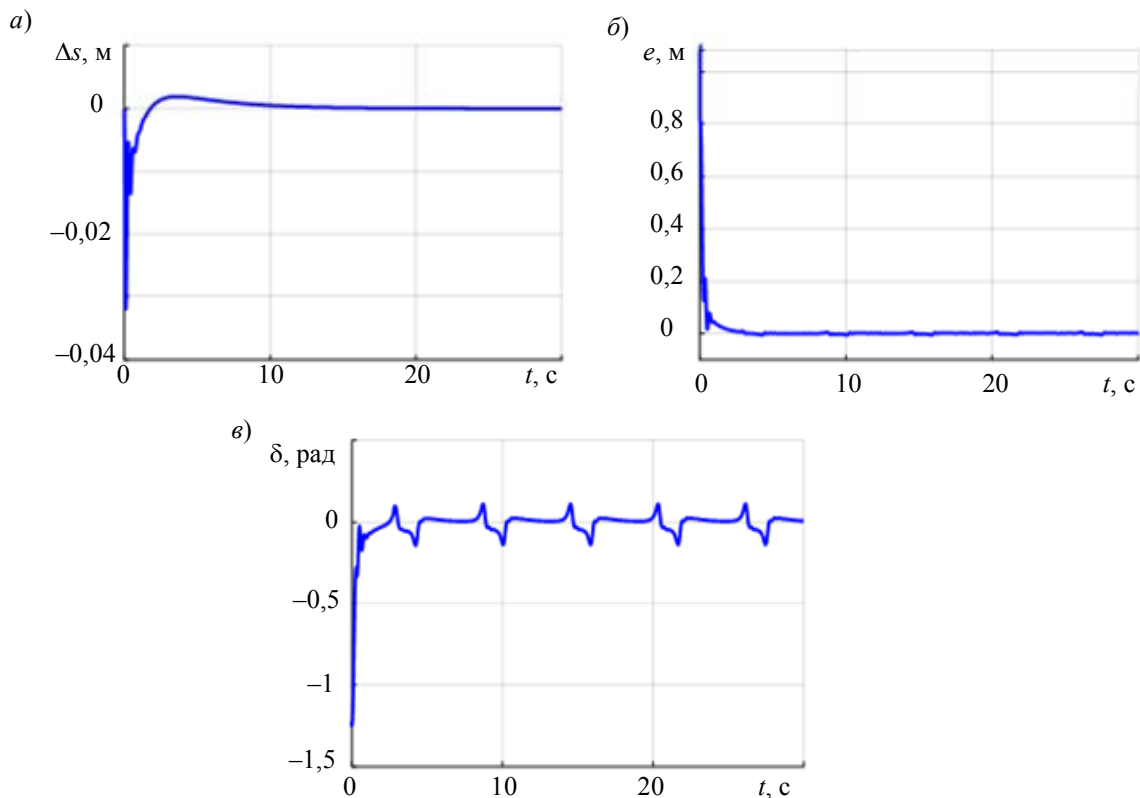


Рис. 3

Рассмотрим второй пример, демонстрирующий реальный случай, когда мобильный робот должен двигаться от точки A до точки D с заданным курсом по заранее запланированной

траектории во избежание столкновения с препятствием. В данном случае траектория задается по четырем ориентирам $A(0,0)$, $B(10,10)$, $C(20,5)$, $D(30,20)$ (рис. 4, а); результат моделирования представлен на рис. 4, б. Из рис. 5 видно, что регулятор обеспечивает нулевую ошибку по продольному (а) и поперечному (б) отклонению от заданной траектории и по углу ориентации (в).

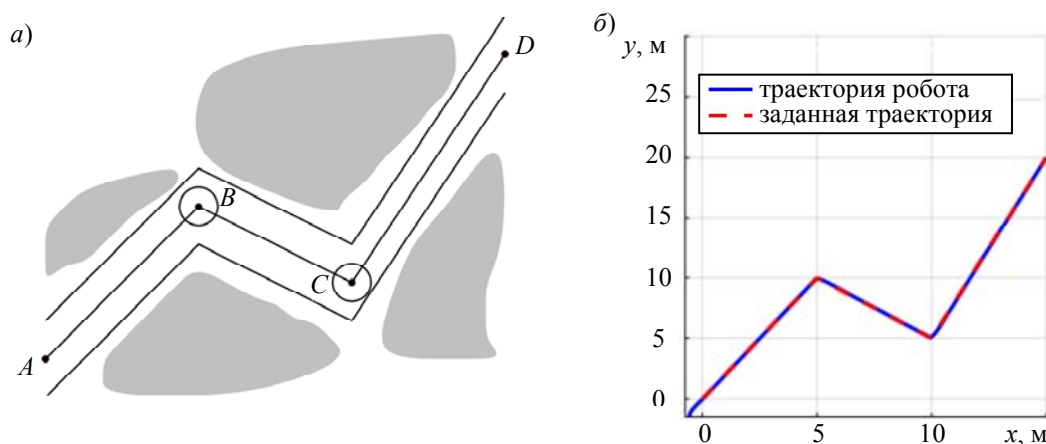


Рис. 4

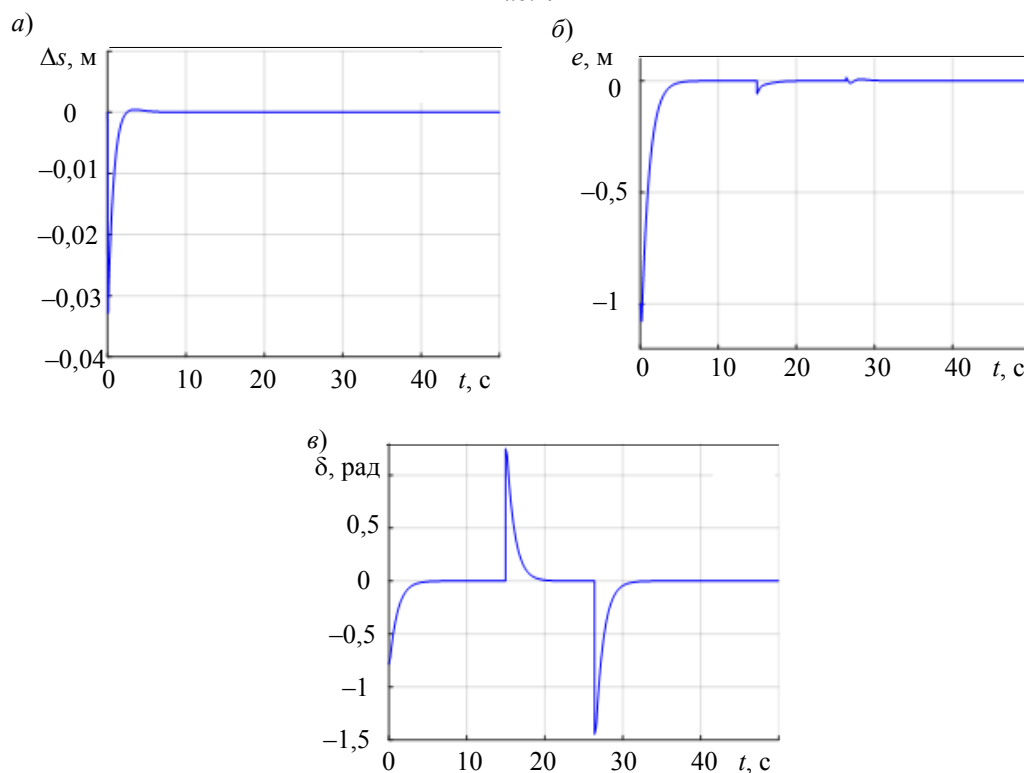


Рис. 5

Заключение. В развитие методов синтеза алгоритмов траекторного управления движением мобильных роботов вдоль заданной непрерывной траектории предположена новая параметризация математической модели движения робота вдоль траектории, позволяющая записать нелинейную модель движения в нормальной форме, на основе которой синтезируется робастный регулятор с использованием метода расширенного наблюдателя. Такой подход позволяет аналитически показать ограничение ошибок регулирования в установившемся режиме при движении робота вдоль траектории.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бурдаков С. Ф., Мирошник И. В., Стельмаков Р. Э. Системы управления движением колесных роботов. СПб: Наука, 2001. 232 с.
2. Чепинский С. А., Мирошник И. В. Траекторное управление кинематическими механизмами нетривиальной конструкции // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2004. № 3 (14). С. 4—10.
3. Капитанюк Ю. А., Чепинский С. А. Управление мобильным роботом по заданной кусочно-гладкой траектории // Гирокоспия и навигация. 2013. № 2. С. 42—52.
4. Miroshnik I. V., Nikiforov V. O. Trajectory motion control and coordination of multilink robots. San-Francisco, 1996. (Prepr. 13th IFAC World Congress).
5. Бушуев А. Б., Исаева Е. Г., Морозов С. Н., Чепинский С. А. Управление траекторным движением многоканальных динамических систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2009. Т. 52, № 11. С. 50—56.
6. Хоанг Д. Т., Пыркин А. А. Алгоритм траекторного управления движением мобильного робота без измерения координат положения // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2021. Т. 21, № 6. С. 858—865.
7. Хоанг Дык Тхинь, Пыркин А. А. Траекторное управление мобильным роботом в условиях неопределенности // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 8. С. 608—619.
8. Borisov O. I., Pyrkin A. A., Isidori A. Application of enhanced extended observer in station-keeping of a quadrotor with unmeasurable pitch and roll angles // IFAC-PapersOnLine. 2019. Vol. 52, N 16. P. 837—842.
9. Borisov O. I., Pyrkin A. A., Isidori A. Robust output regulation of permanent magnet synchronous motors by enhanced extended observer // IFAC-PapersOnLine. 2020. Vol. 53, N 2. P. 4881—4886.
10. Bobtsov A., Pyrkin A., Ortega R., Vukosavic S., Stankovic A., Panteley E. A robust globally convergent position observer for the permanent magnet synchronous motor // Automatica. 2015. N 61. P. 47—54.
11. Freidovich L., Khalil H. Performance recovery of feedback linearization based designs // IEEE Trans. on Automatic Control. 2008. N 53(10). P. 2324—2334.
12. Isidori A., Marconi L., Serrani A. Robust Autonomous Guidance. London: Springer Verlag, 2003.
13. Khalil H. High-Gain Observers in Nonlinear Feedback Control // Advances in Design and Control; Society for Industrial and Applied Mathematics. 2017.
14. Sidori A., Pyrkin A., Borisov O. An extension of a lemma of Dayawansa and its application in the design of extended observers for nonlinear systems // Automatica. 2019. Vol. 106. P. 178—183.
15. Isidori A. Lectures in feedback design for multivariable systems. Basel, Springer Intern. Publ., 2017.

Сведения об авторах

Дык Тхинь Хоанг

— аспирант; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: hoangducthinh93@gmail.com

Антон Александрович Пыркин

— д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: a.pyrkin@gmail.com

Поступила в редакцию 25.04.22; одобрена после рецензирования 05.05.22; принята к публикации 31.05.22.

REFERENCES

1. Burdakov S.F., Miroshnik I.V., Stel'makov R.E. *Sistemy upravleniya dvizheniyem kolesnykh robotov* (Motion Control Systems for Wheeled Robots), St. Petersburg, 2001, 232 p. (in Russ.)
2. Chepinsky S.A., Miroshnik I.V. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2004, no. 3(14), pp. 4—10. (in Russ.)
3. Kapitanjuk Yu.A., Chepinsky S.A. *Girokopiya i Navigatsiya*, 2013, no. 2, pp. 42—52. (in Russ.)
4. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O. *Prepr. 13th IFAC World Congress*, San-Francisco, 1996, V. A., pp. 361—366.
5. Bushuev A.B., Isaeva E.G., Morozov S.N., Chepinsky S.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2009, no. 11(52), pp. 50—56. (in Russ.)
6. Hoang D.T., Pyrkin A.A. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2021, no. 6(21), pp. 858—865. (in Russ.)
7. Hoang Duc Thinh, Pyrkin A.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2021, no. 8(64), pp. 608—619. (in Russ.)

8. Borisov O.I., Pyrkin A.A., Isidori A. *IFAC-PapersOnLine*, 2019, no. 16(52), pp. 837–842.
9. Borisov O.I., Pyrkin A.A., Isidori A. *IFAC-PapersOnLine*, 2020, no. 2(53), pp. 4881–4886.
10. Bobtsov A., Pyrkin A., Ortega R., Vukosavic S., Stankovic A., and Panteley E. *Automatica*, 2015, no. 61, pp. 47–54.
11. Freidovich L. and Khalil H. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, no. 10(53), pp. 2324–2334.
12. Isidori A., Marconi L., and Serrani A. *Robust Autonomous Guidance*, Springer, London.
13. Khalil H. *High-Gain Observers in Nonlinear Feedback Control*, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2017.
14. Sideri A., Pyrkin A., Borisov O. *Automatica*, 2019, vol. 106, pp. 178–183.
15. Isidori A. *Lectures in feedback design for multivariable systems*, Basel, Switzerland, Springer International Publishing, 2017.

Data on authors

- | | | |
|------------------------|---|---|
| Duc Thinh Hoang | — | Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics;
E-mail: hoangducthinh93@gmail.com |
| Anton A. Pyrkin | — | Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics;
E-mail: a.pyrkin@gmail.com |

Received 25.04.22; approved after reviewing 05.05.22; accepted for publication 31.05.22.

ИЗОФОТОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД
ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЛИНИЙ СПЕКТРА МАЛОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

В. К. Кирилловский, Т. В. Точилина*

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия,
*tvtochilina@itmo.ru

Аннотация. Рассмотрены возможности методов изофотометрии для анализа линий спектра малой интенсивности. Назначение изофотометрии спектра состоит в способности выявления линий и зон спектра с низким уровнем интенсивности. Предложенный метод служит альтернативой традиционным методам регистрации линий спектра, в которых используется фотографирование спектра на приемнике изображения, что позволяет получить информацию о распределении относительной интенсивности спектра в диапазоне 10^{-2} . Изофотометрия функции рассеяния точки позволяет получать диапазон перепада относительных освещенностей в изображении $10^{-4}—10^{-5}$. Такие же возможности открываются при изофотометрии спектра. Кратко рассмотрены основы инновационных методов изофотометрии излучений и полей. Отмечено основное достоинство метода изофотометрии спектра — возможность обнаружения новых спектральных линий, которые не удастся зарегистрировать традиционными методами. Отмечена эффективность метода и области его применения.

Ключевые слова: спектр, изофотометрия, функция преобразования, интенсивность спектра, инновационный метод

Ссылка для цитирования: Кирилловский В. К., Точилина Т. В. Изофотометрический метод определения линий спектра малой интенсивности // Изв. вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 7. С. 513—519. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-7-513-519.

ISOPHOTOMETRIC METHOD FOR DETERMINING LOW-INTENSITY SPECTRUM LINES

V. K. Kirillovsky, T. V. Tochilina*

ITMO University, St. Petersburg, Russia,
*tvtochilina@itmo.ru

Abstract. The possibilities of isophotometry methods for the analysis of low-intensity spectral lines are considered. The purpose of spectrum isophotometry is to detect spectral lines and zones of a low intensity level. The proposed method serves as an alternative to the traditional methods of registering spectrum lines that use photographing the spectrum on the image receiver, which allows obtaining information on the distribution of the relative intensity of the spectrum in the range of two orders of magnitude. The isophotometry of the point spread function makes it possible to obtain a range of relative illumination differences in the image up to $10^{-4}—10^{-5}$. The same possibilities open up with spectrum isophotometry. The basics of innovative methods of isophotometry of radiation and fields are briefly reviewed. It is noted that the main advantage of the spectrum isophotometry method is the possibility of detecting new spectral lines that cannot be detected by traditional methods. The method effectiveness and the scope of its application are described.

Keywords: spectrum, isophotometry, transformation function, spectrum intensity, innovative method

For citation: Kirillovsky V. K., Tochilina T. V. Isophotometric method for determining low-intensity spectrum lines. *Journal of Instrument Engineering*. 2022. Vol. 65, N 7. P. 513—519 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-7-513-519.

Введение. Традиционные методы регистрации линий спектра заключаются в фотографировании спектра на используемом приемнике изображения (фотопластинка, матрица) и последующем получении графика распределения освещенности в линиях спектра. Такие приемники, как фотоматериал и матрица, позволяют получать информацию о распределении относительной интенсивности спектра в диапазоне 10^{-2} в связи с характером и формой соответствующей функции преобразования [1, 2]. С другой стороны, методы изофотометрии дают возможность исследовать излучающие объекты в расширенном диапазоне спектра 10^{-4} — 10^{-5} [2, 3].

Назначение изофотометрии спектра — возможность обнаружения линий и зон спектра с низким уровнем интенсивности. Такая возможность появляется благодаря тому, что изофотометрия позволяет работать в широком, не достижимом другими методами, диапазоне перепада относительной интенсивности [2]. Главное достоинство метода изофотометрии — распознавание новых линий спектра, которые не удается регистрировать традиционными методами [4, 5—10].

В работах [2—4] рассмотрены инновационные изофотометрические методы исследования излучений и полей. Использование таких методов позволяет выполнять экспериментальный анализ пятна рассеяния с помощью определения функции рассеяния точки, регистрировать перепады освещенности в пятне рассеяния и строить кривые распределения. Для описания механизма формирования функции распределения интенсивности в изображении спектра в диапазоне 10^{-5} применяется аппарат функций преобразования [1, 2]. Методы изофотометрии с переменным накоплением и переменным световым потоком рассмотрены в [3], а также предложены области применения методов при исследовании, производстве и эксплуатации различных групп оптических приборов и их элементов. Методы изофотометрии были разработаны и успешно внедрены в виде действующих приборов при контроле и аттестации главного зеркала большого телескопа азимутального (БТА) диаметром 6 м [11—13].

Изофотометрические методы находят применение в различных областях научных исследований, в том числе в медицине, биологии [2—4], астрономии [2, 3, 12, 13] и других областях [14—16], что требует, в частности, определения линий спектра малой интенсивности. Показать новые возможности и перспективы в разработке метода определения линий спектра малой интенсивности на основе применения изофотометрии спектра — цель настоящей статьи.

Работа является продолжением нового направления развития методов оптических исследований на основе нового принципа регистрации полей с использованием третьей координаты — изменения способа накопления энергии света путем управления экспозицией. Начало этим работам было положено благодаря участию проф. В. А. Зверева.

Основные положения. Анализ традиционных методов исследования спектра [5, 6, 9, 10] показывает, что для спектра действует линейная функция преобразования (ФП), определяемая как зависимость

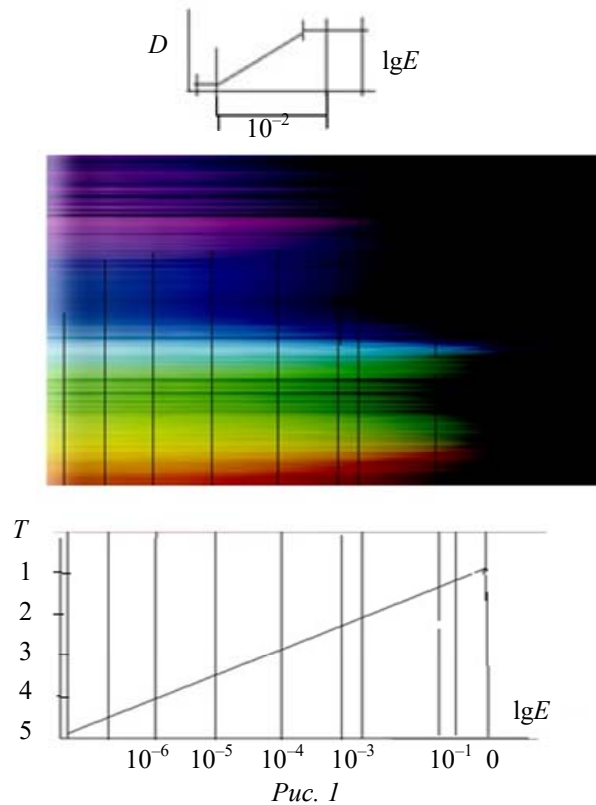
$$D = f(\lg E),$$

где D — сигнал приемника изображения, E — освещенность в оптическом изображении спектра.

Световая характеристика характеристической кривой обеспечивает распределение относительной интенсивности в спектре диапазона 10^{-2} (рис. 1, на графике по оси ординат T — номер изофоты).

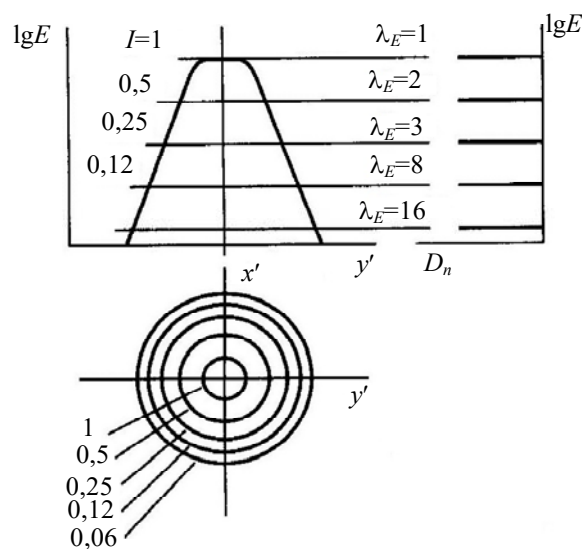
При изофотометрии получен сигнал относительной освещенности в изображении объекта в диапазоне до 10^{-4} .

Изображение спектра характеризуется плавным распределением освещенности. При проведении изофотометрического измерения получают множество самостоятельных изображений путем быстрой последовательной регистрации и множество значений функции распределения освещенности в ряде характерных линий.



Фундаментальное отличие метода изофотометрии заключается в создании дополнительной переменной для процесса регистрации и исследования объекта. Эта переменная может быть разных видов. Возрастающими могут быть: длительность экспозиции, управление световым потоком от объекта, управление чувствительностью приемника изображения, совмещение способов управления.

Каждая изофота — геометрическое место точек, имеющих различные пространственные координаты и равные значения координаты относительной освещенности. Формирование изофоты исследуемого оптического изображения осуществляется благодаря применению приемника изображения, обладающего ФП типа „импульс“. На рис. 2 представлена схема метода изофотометрии с переменным временем накопления, здесь I — относительная освещенность в изображении (максимум соответствует $I=1$); x' , y' — координаты изображения, λ_E — шаг дискретизации при изофотометрической регистрации оптического изображения.



Для изофотометрии характерна периодическая ФП метода исследования прецизионных поверхностей типа „гребенка“ [2—4, 11, 12, 17—20].

Периодическая ФП может быть наглядно представлена выражением

$$I_{y,z} = \text{comb}(E / \lambda_E) = \sum_{n=1}^N \delta(E - n\lambda_E),$$

где y, z — координаты на оптическом изображении спектра.

Для интерферометрии периодическая ФП соответствует деформации исследуемого волнового фронта, для изофотометрии светящихся объектов — относительной освещенности в изображении объекта.

На практике:

$$I(E) = I_{\max} \text{ при } E/\lambda_E = 0, 1, 2, 3..., \\ I(E) = 0 \text{ при } E/\lambda_E \neq 0, 1, 2, 3...,$$

при $\lambda_E \leq E \leq n\lambda_E$.

Как показал анализ [12, 13], разработанная система ФП дает ряд специальных положительных эффектов, таких как сокращение избыточности информации, улучшение наглядности и выявление новых деталей и свойств объекта, повышение чувствительности контроля и точности измерений, упрощение задачи автоматизации контроля и исследований.

Взаимовлияние синтезируемых методов исследования прецизионных поверхностей с достижением новых результатов и свойств иллюстрируется на примере предложенного метода.

Принцип действия метода. Сравним результаты оценки интенсивности спектра при использовании традиционных методов и предложенного метода изофотометрии. На рис. 3 представлены спектры звезды: *а* — без обработки, *б* — фотография, перекрытая фотометрическим клином (опция „клин“ программы Photoshop), *в* — изофотограмма спектра. Видно, что на изофотограмме спектра прослеживаются новые спектральные линии.

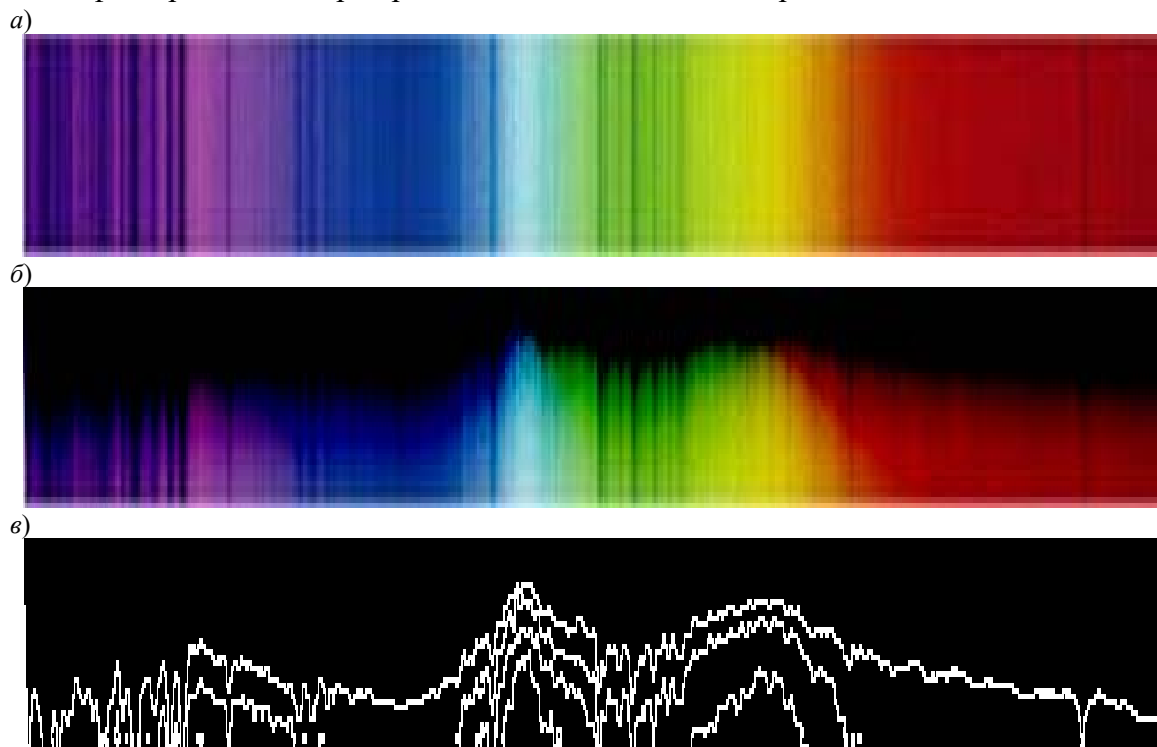


Рис. 3

Сравнение возможностей традиционных приемников изображения и изофотометрии показывает, что сигнал интенсивности может достичь соотношения в 10^{-6} .

В качестве иллюстрации дополнительных возможностей при реализации скоростной компьютерной изофотометрии изменений спектра выбрано трехмерное отображение распределения интенсивности в изображении спектра при визуализации изменения спектра во времени (рис. 4). Визуализация показывает возможность 3D-отображения девиаций спектра во времени, что вполне реально при высоком быстродействии современных компьютеризированных регистраторов изображения.

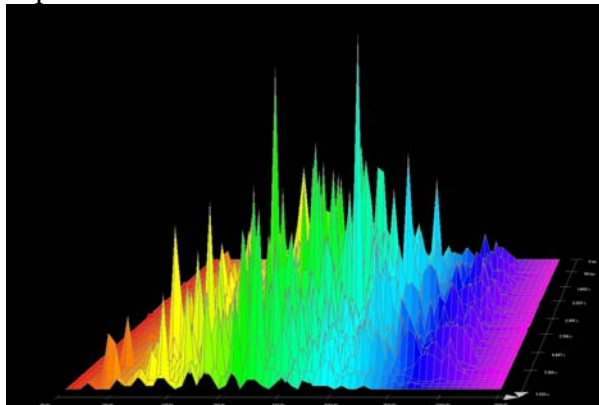


Рис. 4

Заключение. Рассмотрен метод изофотометрии спектра, предназначенный для выявления линий и зон спектра с низким уровнем интенсивности. Предложенный метод служит альтернативой традиционным методам регистрации линий спектра и позволяет получать информацию о распределении относительной интенсивности спектра в диапазоне 10^{-5} . Рассмотрено понятие и применение развитой функции преобразования. Экспериментально подтверждено, что изофотометрия функции рассеяния линии обеспечивает обнаружение и регистрацию новых спектральных линий.

Представленный метод в дальнейшем может найти широкое применение в различных областях науки и техники, где используются методы спектрального анализа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кирилловский В. К., Точилина Т. В. Оптические измерения. Ч. 5. Аберрации и качество оптического изображения. СПб: Ун-т ИТМО, 2019.
2. Кирилловский В. К. Современные оптические исследования и измерения. СПб: Изд-во „Лань“, 2022. 340 с.
3. Кирилловский В. К., Точилина Т. В. Оптические измерения. Ч. 4. Оценка качества оптического изображения и измерение его характеристик. СПб: Ун-т ИТМО, 2018. 86 с.
4. Иванова Т. А., Кирилловский В. К. Проектирование и контроль оптики микроскопов. Л.: Машиностроение, 1984. 231 с.
5. Родионов С. А. Основы оптики. Конспект лекций. СПб: СПб ГИТМО (ТУ), 2000. 167 с.
6. Зверев В. А. Основы геометрической оптики. СПб: СПб ГИТМО (ТУ), 2002. 218 с.
7. Креопалова Г. В., Лазарева Н. Л., Пуряев Д. Т. Оптические измерения. М.: Машиностроение, 1987. 264 с.
8. Еськова Л. М., Гаврилин Д. В. Компьютерные методы контроля оптики. СПб: СПб ГУ ИТМО, 2004. 89 с.
9. Оптический производственный контроль / Под ред. Д. Малакары. М.: Машиностроение, 1985. 400 с.
10. Зайдель А. Н. Основы спектрального анализа. М.: Наука, 1965. 324 с.
11. Кирилловский В. К., Точилина Т. В. Оптические измерения. Ч. 6. Инновационные направления в оптических измерениях и исследованиях оптических систем. СПб: Ун-т ИТМО, 2019. 96 с.
12. Зверев В. А., Кирилловский В. К., Сокольский М. Н. К методике расшифровки результатов изофотометрической съемки изображений точечных объектов // Современная прикладная оптика и оптические приборы: Материалы Всесоюз. науч.-техн. конф. Л.: ЛИТМО, 1975. С. 62—63.

13. Зверев В. А., Кирилловский В. К., Сокольский М. Н. Применение метода изофотометрической регистрации при исследованиях и аттестации главного зеркала БТА // ОМП. 1976. № 12. С. 6—8.
14. Sahu R., Mordechai Sh. Spectroscopic techniques in medicine: The future of diagnostics // Applied Spectroscopy Rev. 2016. N 51(6). P. 484—499. DOI: 10.1080/05704928.2016.1157809.
15. Hammes G. G. Spectroscopy for the Biological Sciences. Wiley, 2005. 192 p.
16. Popescu M., Birlan M., Gherase R.M., Sonka A., Naiman M., Cristescu C. P. Applications of visible and infrared spectroscopy to astronomy // UPB Scientific Bulletin, Ser. A: Applied Mathematics and Physics. 2012. N 74(3). P. 107—120.
17. Mandon J., Guelachvili G., Picqué N. Fourier transform spectroscopy with a laser frequency comb // Nature Photonics. 2009. Vol. 3. P. 99—102. DOI:10.1038/nphoton.2008.293.
18. Coddington I., Swann W. C., Newbury N. R. Coherent Dual Comb Spectroscopy at High Signal to Noise // Physical Rev. E, Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics. 2010. N 82(4). DOI: 10.1103/PhysRevA.82.043817.
19. Schiller S. Spectrometry with frequency combs // Opt. Letters. 2002. N 27. P. 766—768. DOI: 10.1364/OL.27.000766.
20. Gohle C., Stein B., Schliesser A., Udem T., Hänsch T.W. Frequency comb vernier spectroscopy for broadband, high-resolution, high-sensitivity absorption and dispersion spectra // Phys. Rev. Lett. 2007. N 99. P. 263902. DOI: 10.1103/PhysRevLett.99.263902.

Сведения об авторах

- Владимир Константинович Кирилловский** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, инженерно-исследовательский факультет; E-mail: vkkir@mail.ru
- Татьяна Вячеславовна Точилина** — канд. техн. наук; Университет ИТМО, инженерно-исследовательский факультет; E-mail: tvtochilina@itmo.ru

Поступила в редакцию 15.03.22; одобрена после рецензирования 22.03.22; принята к публикации 31.05.22.

REFERENCES

1. Kirillovskiy V.K., Tochilina T.V. *Opticheskie izmereniya. Chast' 5* (Optical Measurements. Part 5), St. Petersburg, 2019, 35 p. (in Russ.)
2. Kirillovskiy V.K. *Sovremennye opticheskie issledovaniya i izmereniya* (Modern Optical Studies and Measurements), St. Petersburg, 2022, 340 p. (in Russ.)
3. Kirillovskiy V.K., Tochilina T.V. *Opticheskie izmereniya. Chast' 4. Otsenka kachestva opticheskogo izobrazheniya i izmereniye yego kharakteristik* (Optical Measurements. Part 4. Evaluation of optical image quality and measurement of its characteristics), St. Petersburg, 2018. 86 p. (in Russ.)
4. Ivanova T.A., Kirillovskiy V.K. *Proyektirovaniye i kontrol' optiki mikroskopov* (Design and Control of Microscope Optics), Leningrad, 1984, 231 p. (in Russ.)
5. Rodionov S.A. *Osnovy optiki. Konspekt lektsiy* (Fundamentals of Optics. Lecture Notes), St. Petersburg, 2000, 167 p. (in Russ.)
6. Zverev V.A. *Osnovy geometricheskoy optiki* (Fundamentals of Geometric Optics), St. Petersburg, 2002, 218 p. (in Russ.)
7. Kreopalova G.V., Lazareva N.L., Puryayev D.T. *Opticheskiye izmereniya* (Optical Measurements), Moscow, 1987, 264 p. (in Russ.)
8. Eskova L.M., Gavrilin D.V. *Komp'yuternyye metody kontrolya optiki* (Computer Methods for Controlling Optics), St. Petersburg, 2004, 89 p. (in Russ.)
9. Malacara D., ed., *Optical shop testing*, Wiley-Interscience, A John Wiley & Sons, Inc., 2007.
10. Zaydel' A.N. *Osnovy spektral'nogo analiza* (Fundamentals of Spectral Analysis), Moscow, 1965, 324 p. (in Russ.)
11. Kirillovskiy V.K., Tochilina T.V. *Opticheskie izmereniya. Chast' 6. Innovatsionnyye napravleniya v opticheskikh izmereniyakh i issledovaniyakh opticheskikh system* (Optical Measurements. Part 6. Innovative Directions in Optical Measurements and Research of Optical Systems), St. Petersburg, 2019, 96 p. (in Russ.)
12. Zverev V.A., Kirillovskiy V.K., Sokol'skiy M.N. *Sovremennaya prikladnaya optika i opticheskiye pribory. Chast' 2* (Modern Applied Optics and Optical Devices. Part 2), Leningrad, 1975, pp. 62—63. (in Russ.)
13. Zverev V.A., Kirillovskiy V.K., Sokol'skiy M.N. *Journal of Optical Technology*, 1976, no. 12, pp. 6—8. (in Russ.)
14. Sahu R., Mordechai Sh. *Applied Spectroscopy Reviews*, 2016, no. 6(51), pp. 484—499, DOI:10.1080/05704928.2016.1157809.
15. Hammes G.G. *Spectroscopy for the Biological Sciences*, 2005, 192 p., DOI:10.1002/bmb.2006.49403402161.
16. Popescu M., Birlan M., Gherase R.M., Sonka A., Naiman M., Cristescu C.P. *UPB Scientific Bulletin, Series A: Applied Mathematics and Physics*, 2012, no. 3(74), pp. 107—120.
17. Mandon J., Guelachvili G. & Picqué N. *Nature Photonics*, 2009, vol. 3, pp. 99—102, DOI:10.1038/nphoton.2008.293.

18. Coddington I., Swann W.C., Newbury N.R. *Physical review. E, Statistical physics, plasmas, fluids, and related interdisciplinary topics*, 2010, no. 4(82), DOI:10.1103/PhysRevA.82.043817.
19. Schiller S. *Opt. Lett.*, 2002, no. 27, pp. 766–768, DOI:10.1364/OL.27.000766.
20. Gohle C., Stein B., Schliesser A., Udem T. & Hänsch T.W. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, no. 99, pp. 263902, DOI:10.1103/PhysRevLett.99.263902.

Data on authors

- Vladimir K. Kirillovsky** — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Engineering and Research;
E-mail: vkkir@mail.ru
- Tatiana V. Tochilina** — PhD; ITMO University, Faculty of Engineering and Research;
E-mail: tvtochilina@itmo.ru

Received 15.03.22; approved after reviewing 22.03.22; accepted for publication 31.05.22.

АБСОРБЦИОННАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ СТЕКЛООМЫВАЮЩИХ ЖИДКОСТЕЙ ДЛЯ АВТОМОБИЛЕЙ

Ю. М. БОРОДЯНСКИЙ¹, С. В. КОЛЕСНИЧЕНКО², Е. Е. МАЙОРОВ^{3*},
А. А. КОНСТАНТИНОВА⁴, Е. А. ПЕТРОВА⁵, Е. В. ПОПОВА⁶

¹Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича,
Санкт-Петербург, Россия

²Государственный университет морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова,
Санкт-Петербург, Россия

³Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
Санкт-Петербург, Россия
*majorov_ee@mail.ru

⁴Военная академия связи им. С. М. Будённого,
Санкт-Петербург, Россия

⁵Санкт-Петербургский университет технологий управления и экономики,
Санкт-Петербург, Россия

⁶Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна,
Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. Рассмотрена возможность применения абсорбционной спектроскопии для изучения оптических свойств стеклоомывающих жидкостей „Sintech“, „Freeze Way“ и „Frozox“ для автомобилей разных марок. Приведены оптическая схема и внешний вид измерительного прибора — спектрофотометра UV-2600i, а также показан измерительный блок, где крепятся кюветы с веществом. Получены спектральные кривые поглощения, отличные друг от друга по форме, наблюдаемые сдвиги кривых связаны с поверхностно активными веществами, функциональными добавками и красителями.

Ключевые слова: стеклоомывающие жидкости, спектрофотометр, спектр, абсорбционная спектроскопия, коэффициент поглощения, монохроматор, оптические свойства

Ссылка для цитирования: Бородянский Ю. М., Колесниченко С. В., Майоров Е. Е., Константинова А. А., Петрова Е. А., Попова Е. В. Абсорбционная спектроскопия стеклоомывающих жидкостей для автомобилей // Изв. вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 7. С. 520—526. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-7-520-526.

ABSORPTION SPECTROSCOPY OF WINDSHIELD WASHER FLUIDS FOR CARS

Yu. M. Borodyansky¹, S. V. Kolesnichenko², E. E. Maiorov^{3*},
A. A. Konstantinova⁴, E. A. Petrova⁵, E. V. Popova⁶

¹The Bonch-Bruевич St. Petersburg State University of Telecommunications,
St. Petersburg, Russia

²Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
St. Petersburg, Russia

³St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,
St. Petersburg, Russia
*majorov_ee@mail.ru

⁴S. M. Budyonny Military Academy of Telecommunications,
St. Petersburg, Russia

⁵St. Petersburg University of Management Technologies and Economics,
St. Petersburg, Russia

⁶St. Petersburg State University of Industrial Technologies and Design,
St. Petersburg, Russia

Abstract. The possibility of using absorption spectroscopy to study the optical properties of windshield washer fluids "Sintech", "Freeze Way", and "Frozox" for cars of different brands is considered. The optical scheme and external view of the measuring instrument, the UV-2600i spectrophotometer, are shown, as well as the measuring block with attached cuvettes for the substance to be analyzed. The obtained spectral absorption curves differ from each other in shape, the observed shifts of the curves are associated with surfactants, functional additives, and dyes.

Keywords: windshield washer fluids, spectrophotometer, spectrum, absorption spectroscopy, absorption coefficient, monochromator, optical properties

For citation: Borodyansky Yu. M., Kolesnichenko S. V., Maiorov E. E., Konstantinova A. A., Petrova E. A., Popova E. V. Absorption spectroscopy of windshield washer fluids for cars. *Journal of Instrument Engineering*. 2022. Vol. 65, N 7. P. 520—526 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-7-520-526.

Введение. На протяжении нескольких десятков лет автолюбители находятся в поиске идеальных стеклоомывающих жидкостей (СЖ) для зимнего времени года. Вопрос выбора качественных СЖ важен, так как он напрямую связан со здоровьем человека. При некачественной „незамерзайке“ увеличивается токсичность вещества, что может вызвать при его вдыхании сонливость, раздражение, сухость глаз, тошноту и головную боль. Это, в свою очередь, может приводить к тому, что водитель, управляя техническим средством повышенной опасности, будет неадекватно совершать маневры на дороге, и соответственно говорить о какой-нибудь безопасности бессмысленно.

Существует широкий спектр методов и средств контроля жидкофазных сред, в частности, это химические методы анализа [1, 2]. Однако получения химических данных может быть недостаточно для более детального анализа веществ. Поэтому перспективным и актуальным представляется использование оптических методов и средств для определения оптических параметров СЖ [3, 4].

Применение абсорбционной спектроскопии для исследования стеклоомывающих жидкостей дает возможность дополнить существующие параметры оптическими данными. Анализ литературных источников показал, что точные количественные данные по оптическим свойствам исследуемых веществ, включая коэффициент поглощения (K) во всем диапазоне длин волн, практически отсутствуют [5—10]. В настоящее время такие данные неполны, противоречивы, представлены на качественном уровне, так что в лучшем случае представляют интерес оценочного характера.

Существенную и научную значимость, как средство контроля СЖ, может иметь спектроскопия, в частности абсорбционная, в ультрафиолетовой, видимой и инфракрасной областях спектра применительно к коэффициенту поглощения и комплексному составу СЖ, где поглощение обусловлено оптическими переходами между электронными состояниями в спиртах, поверхностно активных веществах, функциональных добавках и красителях, формирующих СЖ [11, 12]. На основе полученных экспериментальных данных могут быть уточнены и оптимизированы алгоритмы контроля СЖ, а при необходимости и внесены в лабораторный измерительный комплекс на производстве этих жидкофазных сред. Именно применение абсорбционной спектроскопии для изучения оптических свойств стеклоомывающих жидкостей для автомобилей — предмет исследования в настоящей статье.

Метод и объект исследования. Измерения спектров оптического поглощения проводились на автоматизированном спектрофотометре UV-2600i компании „Shimadzu“ (Япония). Прибор, внешний вид которого представлен на рис. 1, позволяет проводить анализ в ультрафиолетовой, видимой и инфракрасной областях спектра [13, 14] и исследует объекты разного агрегатного состояния, а также порошкообразные среды. Прибор обеспечивает высокочувствительные и стабильные измерения спектров поглощения жидких образцов [15, 16]. Прибор состоит из двухлучевой оптической схемы, содержащей два источника излучения (дейтериевую и галогенную лампы), электронный измерительный блок, одиночный монохроматор Черни — Тернера с LO-RAY-LIGH дифракционной решеткой, специальное отсекающее зеркало и фотоэлектронный умножитель. Спектрофотометр отличается широкой спектральной областью работы и автоматически поддерживает постоянный выделяемый спектральный интервал во всем диапазоне сканирования, что существенно повышает достоверность измерений.

Предусмотрена защита от внешних загрязнителей. Регистрация светового сигнала после прохождения монохроматора осуществляется с помощью фотоприемного устройства.



Рис. 1

Оптическая схема автоматизированного спектрофотометра UV-2600i представлена на рис. 2: WI — галогенная лампа, D₂ — дейтериевая лампа, W — окошко, S₁, S₂ — щели, L.M. — зеркало переключения источника излучения, M₁—M₅ — зеркала, GR — решетка, F — фильтр, B.S. — светоделитель, Sam — кювета с измеряемым образцом, Ref — кювета с образцом сравнения, L — линза, P.D. — фотодиоды.

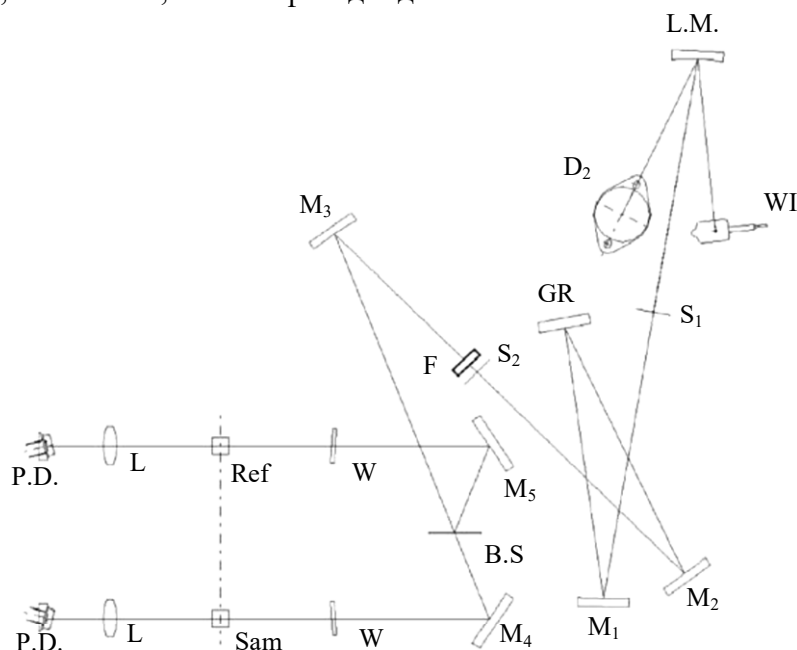


Рис. 2

В двухлучевой схеме прибора с двумя фотодетекторами опорный и объектный световые пучки приходят каждый к своему фотодетектору [17, 18]. Такое построение позволяет развести по своим каналам объектный и опорный лучи, не совмещая их в один фотоприемник, тем самым увеличивая пространство в кюветном отделении, что удобно для измерения веществ с любым агрегатным состоянием, чтобы исследуемая поверхность была как можно ближе к световому излучению. Технические характеристики спектрометра UV-2600i удовлетворяют требованиям контроля исследуемых жидкостей.

Спектральному анализу подлежали стеклоомывающие жидкости „Sintech“, „Freeze Way“ и „Frozoх“ для автомобилей разных марок. Данные стеклоомывающие незамерзающие жидкости предназначены для очистки лобовых, боковых и задних стекол автомобиля в холодное время года при температуре до -30°C . Инициатором измерений оптических свойств этих жидкостей

стала она из торговых сетей Санкт-Петербурга; эти стеклоомыватели имеют хорошие химические характеристики, более того, они самые востребованные у автомобилистов.

При выборе зимней жидкости для стеклоомывателя обращают внимание в основном на процент входящего в состав спирта и на температуру кристаллизации. По заявлению производителей этих жидкостей, доля спирта должна составлять от 25 до 75 %: у омывающей жидкости с порогом замерзания $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ — 25 %, у средства с порогом замерзания $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ — от 50 до 75 %. Представленные жидкости для стеклоомывателя на основе этилового и изопропилового спирта безопасны для здоровья человека и хорошо очищают стекла.

Экспериментальные результаты. Образцы исследуемых СЖ были введены в кюветы, а сами кюветы помещены в каналы измерений прибора (рис. 3) напротив круглых окон.

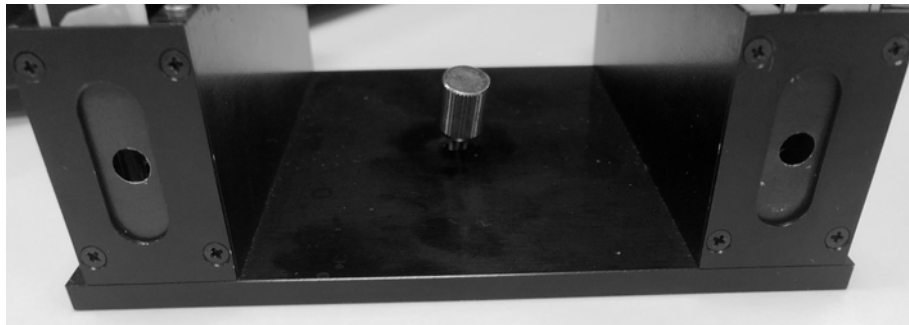


Рис. 3

Для получения оптических свойств образцы жидкостей облучались в измерительном блоке. Спектральные зависимости коэффициента поглощения в различных стеклоомывающих жидкостях для зимнего периода времени представлены на рис. 4: 1 — „Sintech“, 2 — „Freeze Way“, 3 — „Frozoх“.

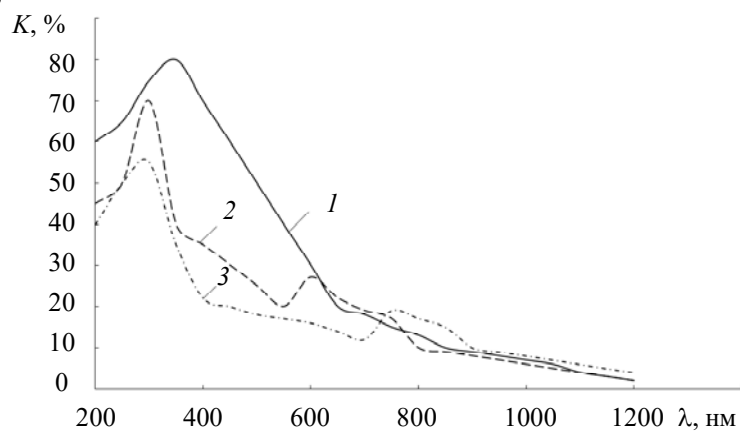


Рис. 4

Анализ рис. 4 показывает, что спектры поглощения у СЖ „Sintech“ в ультрафиолетовой области, где $\lambda = 375...385\text{ нм}$, имеют максимум. Далее спектральная кривая монотонно убывает, а в диапазоне $1000...1200\text{ нм}$ стремится к нулю. Максимум поглощения у „Freeze Way“ находится в диапазоне $260...265\text{ нм}$. Далее кривая имеет сложную форму распределения и на интервале $\lambda = 630...638\text{ нм}$ наблюдается всплеск, где коэффициент $K = 28\text{ %}$; начиная с $\lambda = 770\text{ нм}$ данное распределение также монотонно убывает. Что касается „Frozoх“, то как и у „Freeze Way“, максимальное значение K зафиксировано в диапазоне $260...265\text{ нм}$, только в более длинноволновой области спектра имеется небольшой всплеск на $\lambda = 770...780\text{ нм}$, и далее кривая стремится к минимуму. По форме спектральные кривые поглощения отличны друг от друга, а сдвиги, по-видимому, связаны с поверхностно активными веществами, функциональными добавками и красителями.

Подводя итог эксперименту, можно сказать, что у всех исследуемых жидкостей максимальное значение коэффициента поглощения было определено в ультрафиолетовой области спектра, а минимальное — в инфракрасном диапазоне длин волн.

Заключение. Представлены результаты исследования, направленного на взаимодействие исследуемого вещества — стеклоомывающих жидкостей для автомобилей — с ультрафиолетовым, видимым и инфракрасным излучением. Зафиксированы переходы как между электронными энергетическими уровнями молекул, так и между колебательными и вращательными энергетическими уровнями. Приведенные экспериментальные результаты могут представлять интерес для химических производств по созданию жидкостей для стеклоомывателя, а также и для оптического приборостроения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пентин Ю. А., Вилков Л. В. Физические методы исследования в химии. М.: Мир, 2003. 367 с.
2. Хайдаров Г. Г., Хайдаров А. Г., Машек А. Ч., Майоров Е. Е. Влияние температуры на поверхностное натяжение // Вестн. Санкт-Петербургского ун-та. Сер. 4. Физика, химия. 2012. Вып. 1. С. 24—28.
3. Александров Е. Б., Запасский В. С. Лазерная магнитная спектроскопия. М.: Наука, 2020. 279 с.
4. Шмидт В. Оптическая спектроскопия для химиков и биологов. М.: Техносфера, 2007. 995 с.
5. Майоров Е. Е., Машек А. Ч., Цыганкова Г. А., Хайдаров А. Г., Абрамян В. К., Зайцев Ю. Е. Разработка лабораторного спектрофотометра видимой области спектра для контроля жидкофазных сред // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2016. № 8. С. 42—46.
6. Майоров Е. Е., Машек А. Ч., Цыганкова Г. А., Писарева Е. А. Исследование оптических свойств черных щелоков рефрактометрическими и спектрофотометрическими методами при производстве сульфатной целлюлозы // Научные ведомости Белгород. гос. ун-та. 2018. Т. 50, № 1. С. 55—63. DOI: 10.18413/2075-4639-2018-50-1-55-63.
7. Майоров Е. Е., Машек А. Ч., Цыганкова Г. А., Писарева Е. А. Исследование спектрофотометра ультрафиолетовой области длин волн для анализа спектров пропускания дисперсных сред // Изв. ТулГУ. Технические науки. 2018. Вып. 4. С. 357—365.
8. Майоров Е. Е., Туровская М. С., Литвиненко А. Н., Черняк Т. А., Дагаев А. В., Пономарев С. Е., Курлов В. В., Катунин Б. Д. Исследование разработанного спектрофотометра для ультрафиолетовой области спектра и его технико-экономическое обоснование // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2018. № 7. С. 38—43.
9. Майоров Е. Е., Константинова А. А., Шаламай Л. И., Цыганкова Г. А., Машек А. Ч., Пушкина В. П., Хохлова М. В., Коцкович В. Б., Дагаев А. В. Исследования оптических спектров диметилсульфоксида (CH₃)₂SO // Изв. ТулГУ. Технические науки. 2019. № 7. С. 212—223.
10. Арефьев А. В., Бородянский Ю. М., Майоров Е. Е., Дагаев А. В., Хохлова М. В., Гулиев Р. Б. Разработка экспериментальной методики для фотометрического анализа нефтепродуктов // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2020. № 9. С. 1—5. DOI: 10.25791/pribor.09.2020.1202.
11. Шаламай Л. И., Кузьмина Д. А., Майоров Е. Е., Мендоса Е. Ю., Сакерина А. И., Нарушак Н. С. Исследование оптических свойств твердых тканей зуба и композитных материалов посредством фотометрического анализа // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2020. № 8. С. 11—17. DOI: 10.25791/pribor.08.2020.1196.
12. Майоров Е. Е., Шаламай Л. И., Кузьмина Д. А., Мендоса Е. Ю., Нарушак Н. С., Сакерина А. И. Спектральный анализ стоматологического реставрационного материала и зубной ткани пациентов разных возрастных групп in vitro // Изв. ТулГУ. Технические науки. 2020. № 8. С. 105—114.
13. Кузьмина Д. А., Мендоса Е. Ю., Майоров Е. Е., Нарушак Н. С., Сакерина А. И., Шаламай Л. И. Экспериментальные исследования оптических свойств твердых тканей передних зубов и современных синтетических пломбировочных материалов // Стоматология для всех. 2020. № 4. С. 58—62. DOI: 10.35556/idr-2020-4(93)58-62.

14. Кузьмина Д. А., Мендоса Е. Ю., Майоров Е. Е., Нарушак Н. С., Шаламай Л. И. Спектроскопия отражения тканей зубов *in vitro* и наногибридных реставрационных материалов // MEDICUS. Междунар. медицинский научный журнал. 2020. № 5 (35). С. 68—73.
15. Кузьмина Д. А., Майоров Е. Е., Шаламай Л. И., Мендоса Е. Ю., Нарушак Н. С. Использование метода спектроскопии отражения для распознавания подлинности стоматологических реставрационных материалов // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 1. С. 63—70. DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-1-63-70.
16. Шаламай Л. И., Мендоса Е. Ю., Кузьмина Д. А., Майоров Е. Е. Исследование оптических свойств композитных материалов и твердых тканей зуба пациентов *in vitro* // Dental Forum. 2021. № 1. С. 3—6.
17. Громов О. В., Майоров Е. Е., Черняк Т. А., Удахина С. В., Писарева Е. А., Константинова А. А. Измерения оптических свойств кожного покрова *in vivo* под воздействием современных увлажняющих средств // Междунар. научно-исследовательский журнал. 2021. № 3 (105). С. 38—43. DOI: 10.23670/IRJ.2021.105.3.006.
18. Майоров Е. Е., Черняк Т. А., Цыганкова Г. А., Машек А. Ч., Константинова А. А., Писарева Е. А. Спектральное исследование текстильного оптического отбеливателя и органического красителя // Научное приборостроение. 2021. Т. 31, № 1. С. 73—83. DOI: 10.18358/np-31-1-e010.

Сведения об авторах

- | | |
|--|--|
| Юрий Михайлович Бородинский | — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича, кафедра безопасности информационных систем;
E-mail: borodyanskyum@gmail.com |
| Сергей Викторович Колесниченко | — д-р. техн. наук, доцент; Государственный университет морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова, кафедра математического моделирования и прикладной информатики;
E-mail: serjkor@yandex.ru |
| Евгений Евгеньевич Майоров | — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра прикладной математики; E-mail: majorov_ee@mail.ru |
| Анна Алексеевна Константинова | — канд. техн. наук, доцент; Военная академия связи им. С. М. Будённого, кафедра общепрофессиональных дисциплин;
E-mail: konstantinova.a.a@mail.ru |
| Екатерина Александровна Петрова | — канд. экон. наук, доцент; Санкт-Петербургский университет технологий управления и экономики, кафедра информационных технологий и математики; E-mail: Ekaterina.petrova.fibd@gmail.com |
| Елена Владимировна Попова | — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна, кафедра математики; E-mail: serana5@inbox.ru |

Поступила в редакцию 17.02.22; одобрена после рецензирования 28.02.22; принята к публикации 31.05.22.

REFERENCES

1. Pentin Yu.A., Vilkov L.V. *Fizicheskiye metody issledovaniya v khimii* (Physical Research Methods in Chemistry), Moscow, 2003, 367 p. (in Russ.)
2. Khaidarov G.G., Khaidarov A.G., Mashek A.Ch., Mayorov E.E. *Bulletin of St. Petersburg University. Physics chemistry*, 2012, no. 1, pp. 24—28. (in Russ.)
3. Alexandrov E.B., Zapassky V.S. *Lazernaya magnitnaya spektroskopiya* (Laser Magnetic Spectroscopy), Moscow, 2020, 279 p. (in Russ.)
4. Schmidt W. *Optical Spectroscopy in Chemistry and Life Sciences. An Introduction*, NY, Wiley, 2005.
5. Mayorov E.E., Mashek A.Ch., Tsygankova G.A., Khaidarov G.G., Khaidarov A.G., Zaitsev Y.E., Abrahamyan V.K. *Instruments and Systems: Monitoring, Control, and Diagnostics*, 2016, no. 8, pp. 42—46. (in Russ.)
6. Mayorov E.E., Mashek A.Ch., Tsygankova G.A., Pisareva Y.A. *Belgorod State University Scientific Bulletin*, 2018, no. 1(50), pp. 55—63, DOI: 10.18413/2075-4639-2018-50-1-55-63. (in Russ.)
7. Mayorov E.E., Mashek A.Ch., Tsygankova G.A., Pisareva E.A. *News of the Tula State University. Technical sciences*, 2018, no. 4, pp. 357—365. (in Russ.)
8. Mayorov E.E., Turovskaya M.S., Litvinenko A.N., Chernyak T.A., Dagaev A.V., Ponomarev S.E., Kurlov V.V., Katunin B.D. *Instruments and Systems: Monitoring, Control, and Diagnostics*, 2018, no. 7, pp. 38—43. (in Russ.)
9. Mayorov E.E., Konstantinova A.A., Shalamay L.I., Tsygankova G.A., Mashek A.Ch., Pushkina V.P., Khokhlova M.V., Kotskovich V.B., Dagaev A.V. *News of the Tula State University. Technical sciences*, 2019, no. 7, pp. 212—223. (in Russ.)

10. Arefiev A.V., Borodyansky Yu.M., Majorov E.E., Dagaev A.V., Khokhlova M.V., Guliev R.B. *News of the Tula State University. Technical sciences*, 2020, no. 9, pp. 1–5, DOI: 10.25791/pribor.09.2020.1202. (in Russ.)
11. Shalamay L.I., Kuzmina D.A., Maiorov E.E., Mendosa E.Yu., Sakerina A.I., Narushak N.S. *Instruments and Systems: Monitoring, Control, and Diagnostics*, 2020, no. 8, pp. 11–17, DOI: 10.25791/pribor.08.2020.1196. (in Russ.)
12. Maiorov E.E., Shalamay L.I., Kuzmina D.A., Mendosa E.Yu., Narushak N.S., Sakerina A.I. *News of the Tula State University. Technical sciences*, 2020, no. 8, pp. 105–114. (in Russ.)
13. Kuzmina D.A., Mendoza E.Yu., Maiorov E.E., Narushak N.S., Sakerina A.I., Shalamay L.I. *Dentistry for everyone*, 2020, no. 4, pp. 58–62, DOI.org/10.35556/idr-2020-4(93)58-62. (in Russ.)
14. Kuzmina D.A., Mendosa E.Yu., Maiorov E.E., Narushak N.S., Shalamay L.I. *MEDICUS*, 2020, no. 5(35), pp. 68–73. (in Russ.)
15. Kuzmina D.A., Maiorov E.E., Shalamay L.I., Mendosa E.Yu., Narushak N.S. *Journal of Instrument Engineering*, 2021, no. 1(64), pp. 63–70, DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-1-63-70. (in Russ.)
16. Shalamay L.I., Mendoza E.Yu., Kuzmina D.A., Maiorov E.E. *Dental forum*, 2021, no. 1, pp. 3–6. (in Russ.)
17. Gromov O.V., Mayorov E.E., Chernyak T.A., Udakhina S.V., Pisareva E.A., Konstantinova A.A. *Meždunarodnyj naučno-issledovatel'skij žurnal* (International Research Journal), 2021, no. 3(105), pp. 38–43, DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2021.105.3.006>. (in Russ.)
18. Maiorov E.E., Chernyak T.A., Tsygankova G.A., Mashek A.C., Konstantinova A.A., Pisareva E.A. *Nauchnoe Priborostroenie* (Scientific Instrumentation), 2021, no. 1(31), pp. 73–83, DOI: 10.18358/np-31-1-e010. (in Russ.)

Data on authors

Yuriy M. Borodyansky	—	PhD, Associate Professor; The Bonch-Bruевич St. Petersburg State University of Telecommunications, Department of Information Systems Security; E-mail: borodyanskyum@gmail.com
Sergey V. Kolesnichenko	—	Dr. Sci., Associate Professor; Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, Department of Mathematical Modeling and Applied Computer Science; E-mail: serjkop@yandex.ru
Evgeny E. Maiorov	—	PhD, Associate Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Applied Mathematics; E-mail: majorov_ee@mail.ru
Anna A. Konstantinova	—	PhD, Associate Professor; S. M. Budyonny Military Academy of Telecommunications, Department of General Professional Disciplines; E-mail: konstantinova.a.a@mail.ru
Ekaterina A. Petrova	—	PhD, Associate Professor; St. Petersburg University of Management Technologies and Economics, Department of Information Technologies and Mathematics; E-mail: Ekaterina.petrova.fibd@gmail.com
Elena V. Popova	—	PhD, Associate Professor; St. Petersburg State University of Industrial Technologies and Design, Department of Mathematics; E-mail: serana5@inbox.ru

Received 17.02.22; approved after reviewing 28.02.22; accepted for publication 31.05.22.

ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛАСТИЧНЫХ АКТЮАТОРОВ
С ТОРСИОННОЙ ПРУЖИНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ
В РОБОТИЗИРОВАННЫХ УСТРОЙСТВАХ РЕАБИЛИТАЦИИ

М. С. МАЛОВ*, В. М. МУСАЛИМОВ, С. Ю. ЛОВЛИН

*Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия,
mishamalov1@gmail.com

Аннотация. Исследуется вопрос оптимальной упругости пружины в актюаторе с целью разработки эффективных и компактных гибких соединений с использованием физических пружин для возможного применения в носимых роботизированных устройствах реабилитации. Представлен обзор отечественных и зарубежных разработок, указаны различные подходы к классификации актюаторов по расположению пружины. Рассмотрены преимущества и недостатки альтернативных решений, разработан концепт плоского торсиона, который позволит собирать несколько пружин на одном валу.

Ключевые слова: роботизированная локомоторная реабилитация, переменная жесткость, упругий актюатор

Ссылка для цитирования: Малов М. С., Мусалимов В. М., Ловлин С. Ю. Применение эластичных актюаторов с торсионной пружиной переменной жесткости в роботизированных устройствах реабилитации // Изв. вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 7. С. 527—534. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-7-527-534.

APPLICATION OF ELASTIC ACTUATORS WITH TORSION SPRING OF VARIABLE STIFFNESS
IN ROBOTIC REHABILITATION DEVICES

M. S. Malov*, V. M. Musalimov, S. Yu. Lovlin

*ITMO University, St. Petersburg, Russia,
mishamalov1@gmail.com

Abstract. The issue of optimal spring elasticity in the actuator is investigated in order to develop efficient and compact flexible joints using physical springs for possible use in wearable robotic rehabilitation devices. An overview of domestic and foreign developments is presented, various approaches to the classification of actuators by the spring location are described. The advantages and disadvantages of alternative solutions are considered; a concept of flat torsion is developed, which allows for assembling several springs on one shaft.

Keywords: robotic locomotor rehabilitation, variable stiffness, elastic actuator

For citation: Malov M. S., Musalimov V. M., Lovlin S. Yu. Application of elastic actuators with torsion spring of variable stiffness in robotic rehabilitation devices. *Journal of Instrument Engineering*. 2022. Vol. 65, N 7. P. 527—534 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-7-527-534.

Введение. Синергия человека и роботизированной системы на любом уровне взаимодействия повышает общую производительность совместной деятельности за счет полного или взаимодополняющего использования их возможностей и способностей при выполнении задания. В более сложных случаях, таких как ассистирование локомоции человека или реабилитация после

нейромускульных травм, робот-помощник, выполняя вспомогательную роль, должен обеспечивать безопасное взаимодействие с пользователем при выполнении управляемой задачи [1]. Первой ступенью, обеспечивающей безопасность, должна служить конструкция самого устройства [2].

Для решения подобных задач в сфере реабилитации были использованы наработанные решения в биомехатронике. Концепция, сформированная в 1995 г. М. Ульямсоном в работе „Series Elastic Actuators“ (SEA — линейный упругий привод), получила дальнейшее развитие [3]. Такая конструкция обеспечивает устойчивость SEA к ударным нагрузкам, низкий выходной механический импеданс, пассивное накопление механической энергии и повышенную пиковую мощность, что, в свою очередь, позволяет точно управлять положением входного звена и тем самым обеспечивать безопасное взаимодействие пользователя и робота. При такой конструкции необходимо учитывать множество нюансов, один из самых важных — баланс жесткости пружины актюатора. Это свойство заключается в равновесии между выдерживаемыми нагрузками и управляющим импедансом, для которого пружина не должна быть слишком жесткой, что является одной из самых сложных задач при проектировании SEA.

Контроль усилия на выходном звене. При сравнении работы обычного „жесткого“ робота с линейными приводами и движений человека легко заметить, что первым довольно сложно даются управление силой и автономное взаимодействие с поверхностью. На основании этого группа ученых Массачусетского технологического института [4], опытным путем уменьшая пропускную способность и жесткость конструкции привода, добилась увеличения контроля и стабильности силы. Данный метод заключается в размещении упругого элемента последовательно с источником энергии, которым обычно является двигатель постоянного тока с редуктором или гидравлический цилиндр. Первичная схема упругого актюатора представлена на рис. 1.

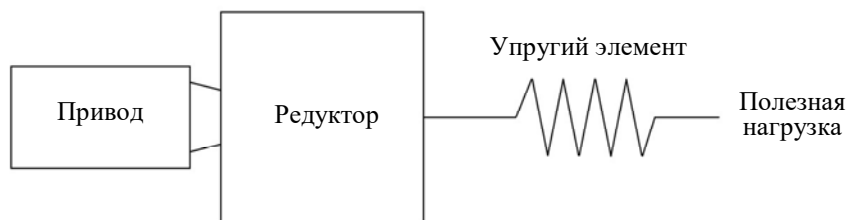


Рис. 1

В дальнейшем эта схема получила широкое распространение и применение, было разработано несколько основных типологий.

Основной сложностью в проектировании актюатора до сих пор является подбор пружины или упругого элемента. Классический подход представляет собой последовательный расчет базовых параметров упругого элемента с последующим их сравнением с параметрами готового изделия либо создание индивидуального элемента. Наиболее распространенным типом пружины кручения является цилиндрическая, стандартные параметры которой — длина l и диаметр d . Формула для максимального напряжения сдвига при кручении имеет следующий вид:

$$\tau_{\max} = \frac{16T_{\max}}{\pi d^3}, \quad (1)$$

где $T_{\max}$ — максимальная сила.

Для расчета минимального диаметра пружины перегруппируем выражение (1):

$$d_{\min} = \sqrt[3]{\frac{32T_{\max}}{\pi\sigma_T}}, \quad (2)$$

используя критерий текучести Треска, а именно: текучесть материала „начинается“ при $T_{\max}=0,5\sigma_T$, где σ_T — напряжение текучести. Выражения для угла закручивания пружины на выходе, минимальной длины пружины (при данном угле) и ее результирующей жесткости, где G — модуль сдвига, имеют следующий вид:

$$\gamma = \frac{32T_{\max}l}{\pi d^4 G}; \quad l_{\min} = \frac{\pi d_{\min}^4 G \gamma}{32T_{\max}}, \quad k = \frac{\pi d_{\min}^4 G}{32l}.$$

Актюаторы, основанные на торсионной пружине. Практически все существующие SEA были разработаны в соответствии с определенными требованиями. Известные на данный момент классификации актюаторов базируются на принципе расположения пружины, а именно (рис. 2):

- упругий привод с чувствительной силой реакции — пружина расположена в позиции 1 или 2, перед передачей усилия;
- упругий привод с датчиком передаваемого усилия — пружина расположена в позиции 3, внутри передачи;
- упругий привод с датчиком усилия — пружина расположена в позиции 4, после трансмиссии.

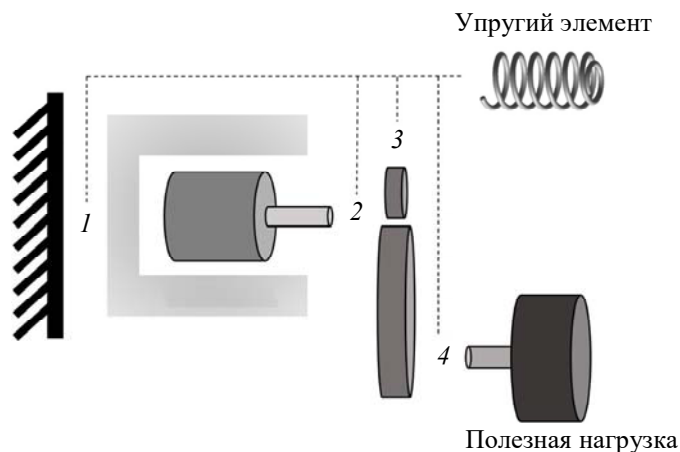


Рис. 2

Упругий элемент, включенный в SEA, является самой важной частью привода и необходим для реализации высокоточного управления силой. Проблема управления высокоточными актюаторами, перспективы их развития и применения, а также классификация систем управления подробно рассмотрены в работах [5, 6].

Однако при выборе классификации актюатора по типологии пружин возможно, как представлено в [7], применение систем управления и процесс проектирования всего механизма может быть упрощен. Можно выделить два типа эластичных элементов актюатора. Первый тип — это системы с линейными пружинами сжатия, расположенными таким образом, что при вращении вала шарнира создается центрирующий упругий момент. Подробно это решение представлено в работах группы ученых из Университета Твенте (Нидерланды) [8], а также в работе международной группы ученых из Италии и Бельгии [9].

Второй тип эластичных элементов — это системы, в которых используются пружины кручения, напрямую соединенные с нагрузкой, что в некоторых случаях можно классифицировать как торсион. Так, в работе [10] рассматривается торсионная пружина с двойной спиралью (рис. 3, а). Двойная спиральная конструкция нивелирует действующие на центр пружины нежелательные радиальные силы, когда пружина деформируется под действием крутящего момента. Похожая конструкция применена и в работе [11]. Другое решение описано в [12] (рис. 3, б), где в конструкции двуногого робота Kurmet применена спиралевидная однонаправленная торсионная пружина.

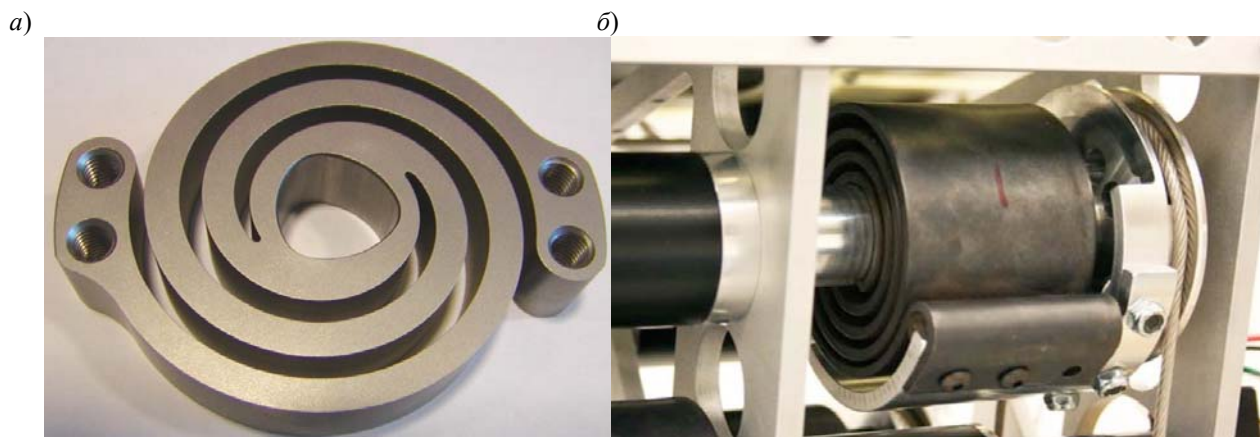


Рис. 3

Множество конструкций актюаторов, основанных на двух принципиальных видах конфигурации упругого элемента, получили свое развитие, однако существенным недостатком данных решений является невозможность модуляции жесткости во время работы.

Одним из перспективных направлений модернизации эластичных актюаторов является применение спиральных анизотропных тел в качестве упругого элемента. Такая конструкция была апробирована для применения в подвесах магниточувствительных элементов магнито-статического вариометра, входящего в состав геофизического комплекса GI-MTS-1 [13]. Конструкция обладает свойствами упругой анизотропии. Использование таких торсионных элементов позволит, в свою очередь, снизить модуль кручения (повысить чувствительность); повысить устойчивость к изменению климатических факторов; повысить временную стабильность (уменьшить температурный дрейф нуля) и повысить устойчивость к динамическим нагрузкам. Отличительной чертой конструкции является отсутствие неустойчивости характеристик при производстве, а также возможность модулирования упругости во время ротации.

Данное решение отличается глубокой проработкой математического аппарата вычисления ключевых параметров. Расчет основных параметров устройства представляет собой совокупность уравнений статики и динамики. К примеру, в работах [14—16] приведены уравнения, связывающие внешние силы и моменты с линейными (e) и угловыми (θ) деформациями спирально-анизотропных стержней (САС):

$$\left. \begin{aligned} \frac{P}{\pi R^2 E} &= A_{11}e + A_{12}\theta; \\ \frac{M}{\pi R^3 E} &= A_{21}e + A_{22}\theta, \end{aligned} \right\}$$

где A_{11} , A_{22} , $A_{12} = A_{21}$ — модули растяжения, кручения, растяжения-кручения соответственно; E — модуль упругости САС; P — осевая нагрузка; M — скручивающий момент; R — радиус САС.

Представленное решение позволит использовать не только весь математический аппарат, разработанный для управления классическими „жесткими“ приводами, но и такие свойства SEA, как упругость и точность.

Применительно к реабилитационным устройствам модульность рассмотренной конструкции позволит адаптировать носимую роботизированную систему к конкретной задаче ассистирования человеку при ходьбе или к полноценному курсу реабилитации.

Модульная конструкция торсионной пружины. Для корректной биомеханики движения любого сустава необходимо модулировать жесткость пружины во время ходьбы. Альтернативным решением для реализации конструкции переменной жесткости может быть механизм, замещающий анизотропию упругости на управляемую. На основе данного предположения был разработан концепт плоского торсиона, представленный на рис. 4.

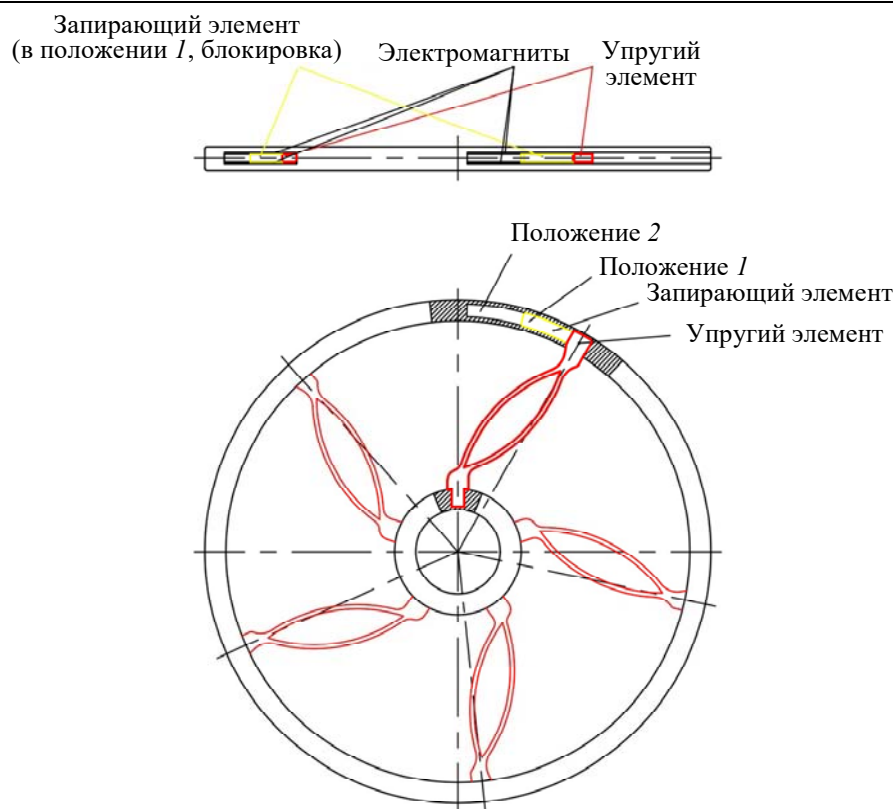


Рис. 4

Предполагается, что изменению жесткости будет способствовать перемещение запирающего элемента вдоль поля электромагнитов, а именно: упругий элемент блокируется запирающим элементом в начальном положении 1. Внутренний диаметр элемента для соединения с валом планируется выполнять со шлицевым соединением, равно как и внешний. Такое решение позволит собирать несколько пружин на одном валу. При необходимости уменьшить жесткость при кручении запирающий элемент становится свободным и перемещается в положение 2, тем самым обеспечивая холостой ход упругого элемента. 3D-визуализация предлагаемого устройства представлена на рис. 5.

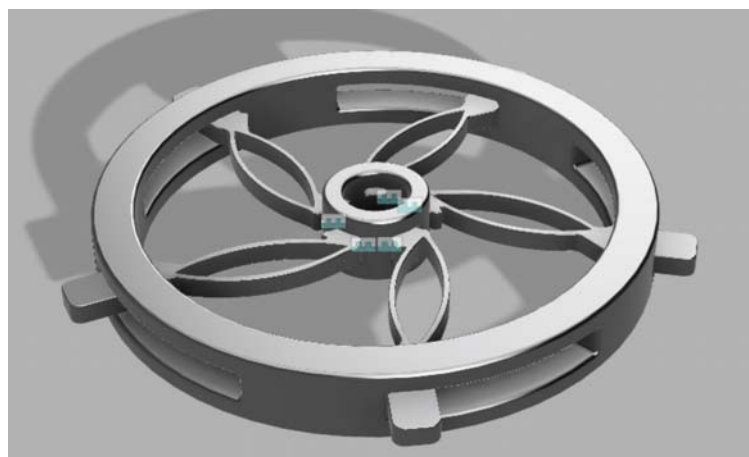


Рис. 5

Основная задача при проектировании готового устройства — определение физических значений его параметров. Предполагаемая многоступенчатость конструкции позволит регулировать жесткость в сборке пружин в широком диапазоне, исключая необходимость аппроксимации расчетных значений к значениям стандартной конструкции.

Предложенный концепт торсионной пружины нуждается в основательной проработке конструкции и создании методики расчета упругого элемента.

Применение эластичных актюаторов. Действие локомоторной механотерапии неоднократно доказано множеством ученых. Несмотря на то, что локомоторная терапия является сравнительно новым направлением, в некоторых медицинских учреждениях, помимо клинического применения роботизированных систем, проводятся также научные исследования, связанные с использованием данного метода. [17]. Основой устройств, применяемых в локомоторной терапии, является упругий актюатор, обеспечивающий безопасное и контролируемое взаимодействие человека и робота.

Универсальность применения эластичных актюаторов позволяет использовать их в том числе и для создания носимых ортезов. Для конструкции такого рода привод должен соответствовать многим требованиям, в частности обладать возможностью имитации внутреннего передаточного числа сустава, а также подвижностью в разных плоскостях. Такую конструкцию, учитывая требования безопасности и поддерживая необходимый уровень комфорта, можно рассматривать как источник энергии для экзоскелета. Подобное решение, основанное на системе приводов с усилителем, может представлять собой серию пружин между двигателем и суставом человеческого тела, при этом должно осуществляться управление выходным крутящим моментом и смещением упругого элемента. В будущем возможно применение нейронной сети для реализации устойчивого управления положением привода путем компенсации нелинейных характеристик нагрузки, таких как сила тяжести и трение. Подтверждением данной гипотезы могут служить полученные китайскими учеными экспериментальные результаты, показывающие, что актюатор имеет хорошее следование положению и податливость, при этом реализуется безопасное взаимодействие между экзоскелетом и телом человека [18].

Заключение. Исследован вопрос оптимальной упругости пружины в актюаторе в целях разработки эффективных и компактных гибких соединений для применения в реабилитационных устройствах. Предложена модульная торсионная пружина для эластичного актюатора. Для апробации решения в дальнейшем необходимо провести макетирование торсиона, собрать конструкцию из нескольких элементов и провести испытания.

Вариативность применения и широкий диапазон выходных характеристик при компактных конструктивных решениях позволяет использовать эластичный актюатор с внедренной модульной торсионной пружиной не только для создания ортеза, но и в перспективе для конструирования устройств роботизированной локомоторной механотерапии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Khatib O., Yokoi K., Brock O., Chang Kyong Sok, Casal A. Robots in Human Environments: Basic Autonomous Capabilities // Intern. Journal Robotic Res. 1999. N 18. P. 684—696.
2. De Santis A., Siciliano B., De Luca A., Bicchi A. An atlas of physical human–robot interaction // Mechanism and Machine Theory. 2008. Vol. 43, iss. 3. P. 253—270, DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2007.03.003.
3. Williamson M. M. Series Elastic Actuators // Tech. Rep. 1524: Massachusetts Institute of Technology. Boston, 1995.
4. Robinson D. W., Pratt J. E., Paluska D. J., Pratt G. A. Series Elastic Actuator Development for a Biomimetic Walking Robot // IEEE/ASME Intern. Conf. on Advanced Intelligent Mechatronics, Atlanta, GA, Sept. 19—22, 1999.
5. Paine N., Oh S., Sentis L. Design and control considerations for highperformance series elastic actuators // IEEE/ASME Trans. on Mechatronics. 2014. Vol. 19. P. 1080—1091.
6. Paine N., Mehling J. S., Holley J., Radford N. A., Johnson G., Fok C. L., Sentis L. Actuator Control for the NASA-JSC Valkyrie Humanoid Robot: A Decoupled Dynamics Approach for Torque Control of Series Elastic Robots // J. Field Robot. 2015. N 32. P. 378—396.
7. Carpio G., Accoto D., Sergi F., Tagliamonte L. N., Guglielmelli E. A Novel Compact Torsional Spring for Series Elastic Actuators for Assistive Wearable Robots // ASME Journal of Mechanical Design. 2012. N 134(12). P. 121002. DOI: 10.1115/1.4007695.

8. Veneman J. F., Ekkelenkamp R., Kruidhof R., Helm F. van der, Kooij H. van der. A series elastic- and bowden-cable-based actuation system for use as torque actuator in exoskeleton-type robots // Intern. Journal of Robotics Research. 2006. N 25(3). P. 261—281.
9. Tsagarakis N., Laffranchi M., Vanderborght B., Caldwell D. A compact soft actuator unit for small scale human friendly robots // Proc. IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation. 2009. P. 4356—4362.
10. Lagoda C., Schouten A., Stienen A., Hekman E., Kooij H. van der. Design of an electric series elastic actuated joint for robotic gait rehabilitation training // Proc. of the 3rd IEEE RAS and EMBS Intern. Conf. on Biomedical Robotics and Biomechatronics. 2010. P. 21—26.
11. Stienen A., Hekman E., Braak H. ter, Aalsma A., Helm F. van der, Kooij H. van der. Design of a rotational hydroelastic actuator for a powered exoskeleton for upper limb rehabilitation // IEEE Trans. on Biomedical Engineering. 2010. N 57(3). P. 728—735.
12. Knox B., Schmiedeler J. P. A unidirectional series-elastic actuator design using a spiral torsion spring // ASME Journal of Mechanical Design. 2009. N 131(125001). P. 1—5.
13. Геофизический комплекс 01-МТ8-1. Техническое описание. СПб: СПбФ ИЗМИРАН, 2009. 38 с.
14. Мусалимов В. М. Механика деформируемого кабеля. СПб: СПбГУ ИТМО, 2005. 203 с.
15. Мусалимов В. М., Мокряк С. Я., Соханев Б. В., Шиянов В. Д. Определение упругих характеристик гибких кабелей на основе модели спирально-анизотропного тела // Механика композитных материалов. 1984. № 1. С. 136—141.
16. Мусалимов В. М., Перепелкина С. Ю., Паасуке М., Гапеева Е., Ерелине Я. Статистическое моделирование передаточных отношений коленного сустава // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2020. № 20 (3). С. 446—454.
17. Даминов В. Д. Роботизированная локомоторная терапия в нейрореабилитации // Вестн. восстановительной медицины. 2012. № 1.
18. Qian Chenglong, Zhu Aibin, Song Jiyuan, Shen Huang, Zhang Xiaodong, Cao Guangzhong. Design and Control of a Novel Series Elastic Actuator for Knee Exoskeleton // Proc. of the 12th Intern. Conf. on Intelligent Robotics & Applications, ICIRA. 2019. P. 629—640. DOI: 10.1007/978-3-030-27535-8_56.

Сведения об авторах

- | | |
|------------------------------------|---|
| Михаил Сергеевич Малов | — аспирант; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: mishamalov1@gmail.com |
| Виктор Михайлович Мусалимов | — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: musvm@yandex.ru |
| Сергей Юрьевич Ловлин | — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники |

Поступила в редакцию 20.04.22; одобрена после рецензирования 29.04.22; принята к публикации 31.05.22.

REFERENCES

1. Khatib O., Yokoi K., & Brock O., Chang K., Casal A. *Intern. J. Robotic Res.*, 1999, no. 18, pp. 684—696.
2. De Santis A., Siciliano B., De Luca A., Bicchi A. *Mechanism and Machine Theory*, 2008, no. 3 (43), pp. 253—270, ISSN 0094-114X, <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2007.03.003>.
3. Williamson M.M. *Series Elastic Actuators*, Tech. Rep. 1524: Massachusetts Institute of Technology. Boston, 1995.
4. Robinson D.W., Pratt J.E., Paluska D.J., Pratt G.A. *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, Sept. 19—22, 1999, Atlanta, GA.
5. Paine N., Oh S., Sentis L. *IEEE/ASME Trans. Mechatron.*, 2014, no. 19, pp. 1080—1091.
6. Paine N., Mehling J.S., Holley J., Radford N.A., Johnson G., Fok C.L., Sentis L. *J. Field Robot.*, 2015, no. 32, pp. 378—396.
7. Carpino G., Accoto D., Sergi F., Tagliamonte L.N., and Guglielmelli E. *ASME. J. Mech. Des.*, December 2012, no. 12(134), pp. 121002, <https://doi.org/10.1115/1.4007695>.
8. Veneman J.F., Ekkelenkamp R., Kruidhof R., van der Helm F., and van der Kooij H. *International Journal of Robotics Research*, 2006, no. 3(25), pp. 261—281.
9. Tsagarakis N., Laffranchi M., Vanderborght B., and Caldwell D. *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2009, pp. 4356—4362.
10. Lagoda C., Schouten A., Stienen A., Hekman E., and van der Kooij H. *Proc. 3rd IEEE RAS and EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics*, 2010, pp. 21—26.
11. Stienen A., Hekman E., ter Braak H., Aalsma A., van der Helm F., and van der Kooij H. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2010, no. 3(57), pp. 728—735.

12. Knox B., and Schmiedeler J.P. *ASME Journal of Mechanical Design*, 2009, no. 131(125001), pp. 1–5.
13. Geofizicheskiy kompleks 01-MT8-1. Tekhnicheskoye opisaniye (*Geophysical Complex 01-MT8-1. Technical Description*), St. Petersburg, 2009, 38 p. (in Russ.)
14. Musalimov V.M. *Mekhanika deformiruyemogo kabelya* (Deformable Cable Mechanics), St. Petersburg, 2005, 203 p. (in Russ.)
15. Musalimov V.M., Mokryak S.Ya., Sokhaney B.V., Shiyanov V.D. *Mekhanika kompozitnykh materialov*, 1984, no. 1, pp. 136–141. (in Russ.)
16. Musalimov V.M., Perepelkina S.Yu., Pääsuke M., Gapeeva E.N., Ereline J. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2020, no. 3 (20), pp. 446–454, DOI: 10.17586/2226-1494-2020-20-3-446-454. (in Russ.)
17. Daminov V.D. *Vestnik vosstanovitel'noy meditsiny*, 2012, no. 1. (in Russ.)
18. Qia Chenglong, Zhu Aibin, Song Jiyuan, Shen Huang, Zhang Xiaodong, Cao Guangzhong, *Design and Control of a Novel Series Elastic Actuator for Knee Exoskeleton*, 2019, DOI: 10.1007/978-3-030-27535-8_56.

Data on authors

Mikhail S. Malov	—	Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: michaelmalov21@gmail
Victor M. Musalimov	—	Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: musvm@yandex.ru
Sergey Yu. Lovlin	—	PhD, Associate professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics

Received 20.04.22; approved after reviewing 29.04.22; accepted for publication 31.05.22.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В МОРСКИХ УСТЬЯХ РЕК С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ CTD-ЗОНДА

Д. А. АНТОНЕНКОВ

*Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия,
dmitry_science@mail.ru*

Аннотация. Рассматриваются особенности применения CTD-зондов для исследования процессов взаимодействия речных и морских вод в устьях рек. Приведены результаты экспедиционных исследований гидродинамических процессов в устье реки Черной, полученные с помощью данных технических средств. Представлена методика выполнения экспериментов и приведены основные характеристики применяемого оборудования. Использование современных CTD-зондов позволяет получать информацию о распределении основных гидрологических параметров водной среды (удельной электропроводности и температуры) в натурных условиях, что необходимо при моделировании гидрологического режима устьев рек.

Ключевые слова: CTD-зонд, устье реки, соленость, датчики, температура, эксперименты

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 0555-2021-0005 „Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем прибрежных зон Черного и Азовского морей“ (шифр „Прибрежные исследования“).

Ссылка для цитирования: Антоненков Д. А. Экспериментальные исследования гидрологических процессов в морских устьях рек с использованием CTD-зонда // Изв. вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 7. С. 535—540. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-7-535-540.

EXPERIMENTAL STUDIES OF HYDROLOGICAL PROCESSES IN SEA ESTUARIES USING CTD PROBE

D. A. Antonenkov

*Marine Hydrophysical Institute of the RAS, Sevastopol, Russia,
dmitry_science@mail.ru*

Abstract. Several features of using CTD probes to study the processes of interaction of river and sea waters in river estuaries are considered. The results of expedition studies of hydrodynamic processes at the estuary of the Chernaya River (Sevastopol) obtained with the help of these technical means are demonstrated. The method of performing experiments and the main characteristics of the equipment used are presented. The use of modern CTD probes allows obtaining information about the distribution of the main hydrological parameters of the aquatic environment (electrical conductivity and temperature) in natural conditions, which is necessary when modeling the hydrological regime of river estuaries.

Keywords: CTD probe, river estuary, salinity, sensors, temperature, experiments

Acknowledgment: the work was carried out within the framework of the state task on the topic No. 0555-2021-0005 "Complex interdisciplinary studies of oceanological processes that determine the functioning and evolution of ecosystems of the coastal zones of the Black and Azov Seas" (code "Coastal research").

For citation: Antonenkov D. A. Experimental studies of hydrological processes in sea estuaries using CTD probe. *Journal of Instrument Engineering*. 2022. Vol. 65, N 7. P. 535—540 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-7-535-540.

Введение. В настоящее время в условиях глобального изменения климата и постоянного роста антропогенной нагрузки на прибрежные территории, а также сокращения сети гидрологических постов, в том числе и их отсутствия в устьях рек, требуется разработка новых методов изучения гидрологических процессов, протекающих в устьевых зонах [1, 2]. Для этой цели в основном используется гидродинамическое моделирование [3, 4]. Однако для

получения репрезентативных результатов необходимы качественные натурные данные, полученные с помощью специальных стационарных исследований и выполнения комплексных экспедиционных работ.

Для описания гидрологических процессов, обусловленных смешением морских и речных вод, одними из наиболее важных параметров являются удельная электропроводность (расчетная соленость) и температура воды. Для получения таких данных в настоящее время активно используются STD-зонды различных фирм-производителей [5—7]. STD-зонд — это оборудование для измерения таких параметров, как температура, давление и электропроводность водной среды на разных глубинах.

Цель настоящей статьи — разработка методики использования STD-зондов для исследований гидродинамических процессов в зонах смешения морских и речных вод в устьях малых рек и апробация методики в ходе экспедиционных исследований на полигоне в устье реки Черной (Севастополь).

Экспедиционные исследования и методика выполнения натурных экспериментов. В практике экспедиционных исследований растет спрос на метрологически обеспеченные натурные данные, в частности данные автоматизированных средств измерения основных параметров воды, которые обеспечивают STD-зонды. В основном такие зонды используются для мониторинга и исследования термохалинной структуры вод Мирового океана. Значение термина „термохалинный“ определяется его составом: „термо“ — температура, „халин“ — соленость; эти два фактора вместе определяют плотность водной среды. STD-зонды дают достаточно точную и всестороннюю картину распределения и изменения температуры, солености и плотности воды [8]. Основные датчики, входящие в состав стандартного STD-зонда, — датчик температуры, измеритель электропроводности и датчик давления. Датчик температуры обеспечивает измерения в месте расположения прибора в толще воды и используется для определения солености. Измеритель электропроводности измеряет проводимость, т.е. электрический ток, который может проходить через толщу воды; с помощью нескольких вычислений и ввода показаний датчика температуры определяется соленость. Давление, которое зависит от глубины, измеряется соответствующим датчиком [9]. В итоге, после того как зонд опускается в воду, в его память записываются показания различных датчиков, и далее с помощью бортовых вычислений и обработки данных на выходе получают значения температуры, солености и плотности с привязкой к глубине.

Применение STD-зондов при работах в области смешения морских и речных вод в устьях рек позволяет исследовать структуру разнородных потоков, прогнозировать возможные изменения состояния устьев рек под влиянием природных и антропогенных факторов.

При проведении комплексных экспедиционных исследований в районе р. Черной была разработана и апробирована методика выполнения натурных экспериментов с использованием STD-зонда для устьев рек. В работах использовался созданный в Морском гидрофизическом институте (МГИ) РАН (Севастополь), гидрозонд ГАП-АК-12Р [10], внешний вид которого представлен на рис. 1.



Рис. 1

Технические характеристики гидрозонда ГАП-АК-12Р

Диапазон измерений температуры, °С	От –2 до +38
Цена единицы наименьшего разряда температуры, не более, °С	0,01
Пределы погрешности канала температуры	
при доверительной вероятности 0,95, не более, °С	±0,03
Диапазон измерений электрической проводимости, о.е.:	
1-й диапазон	От 0 до 0,9
2-й диапазон	От 0,6 до 1,5
Цена единицы наименьшего разряда	
электрической проводимости, не более, о.е.	2,5·10 ^{–4}
Пределы погрешности электрической проводимости	
при доверительной вероятности 0,95, о.е.	±7,5·10 ^{–4}
Диапазон измерений гидростатического давления, МПа	От 0 до 2,5
Цена единицы наименьшего разряда гидростатического давления, МПа	6,25·10 ^{–4}
Пределы погрешности гидростатического давления	
при доверительной вероятности 0,95, МПа	±6,25·10 ^{–3}

Методика выполнения натурных экспериментов с использованием зонда заключалась в последовательном выполнении ряда этапов.

1. Выбор положения створов, измерительных станций и их количества в устье. Закрепление створов и станций на местности. При выборе створов учитывались существующие гидротехнические сооружения и особенности рельефа местности.

2. Выполнение промерных работ с использованием лотлиня, эхолота для определения максимальной глубины на станции и последующего назначения измерительных горизонтов. В связи с небольшими глубинами в устье реки шаг между горизонтами составлял 0,1 м.

3. Измерения методом зондирования в автономном режиме. На каждой станции производилось измерение с выдержкой прибора на горизонте 30—60 с. Прибор находился полностью в воде, постепенно погружаясь до соприкосновения с дном.

4. Обработка полученных данных с помощью разработанного в МГИ программного обеспечения. На данном этапе осуществлялась выборка данных и определялись основные характеристики водной среды — температура, соленость.

Одновременно с измерениями гидрозондом проводились метеорологические наблюдения — измерение направления и скорости ветра, наблюдения за температурой окружающего воздуха. Для исследования динамики водного потока также использовался разработанный макет прибора „Визуализатор потока“ [11], позволяющий определять поля скорости течения в исследуемой области и визуализировать турбулентные процессы в придонном слое и в толще воды.

На рис. 2 показана схема участка работ с отмеченными створами и станциями в экспедиционных исследованиях, выполненных в 2021 г. на полигоне р.Черной.

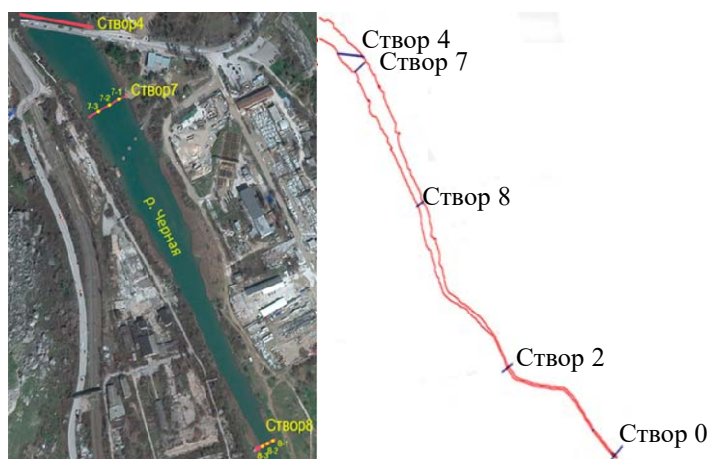


Рис. 2

Погодные условия в период проведения исследований были типичными для теплого периода года: было ясно, скорость ветра не превышала 4 м/с, при этом направление ветра менялось с юго-восточного на северо-западное, температура воздуха изменялась от 23,0 до 24,6 °С. Температура воды в устье реки изменялась в пределах 17,0 °С в створе 0 до 23,8 °С в створе 8, соленость — от 0,5 ‰ в створе 0 до 18,3 ‰ в створе 4. Расход воды в р. Черной, поступающей в Севастопольскую бухту, составлял 0,1 м³/с, что характерно для периода межени.

Пространственная изменчивость солености в зоне взаимодействия разнотипных вод представлена на рис. 3, *а* — створ 4, *б* — створ 7, *в* — створ 8; на графиках *H* — глубина, *S* — соленость, *N* — номер станции.

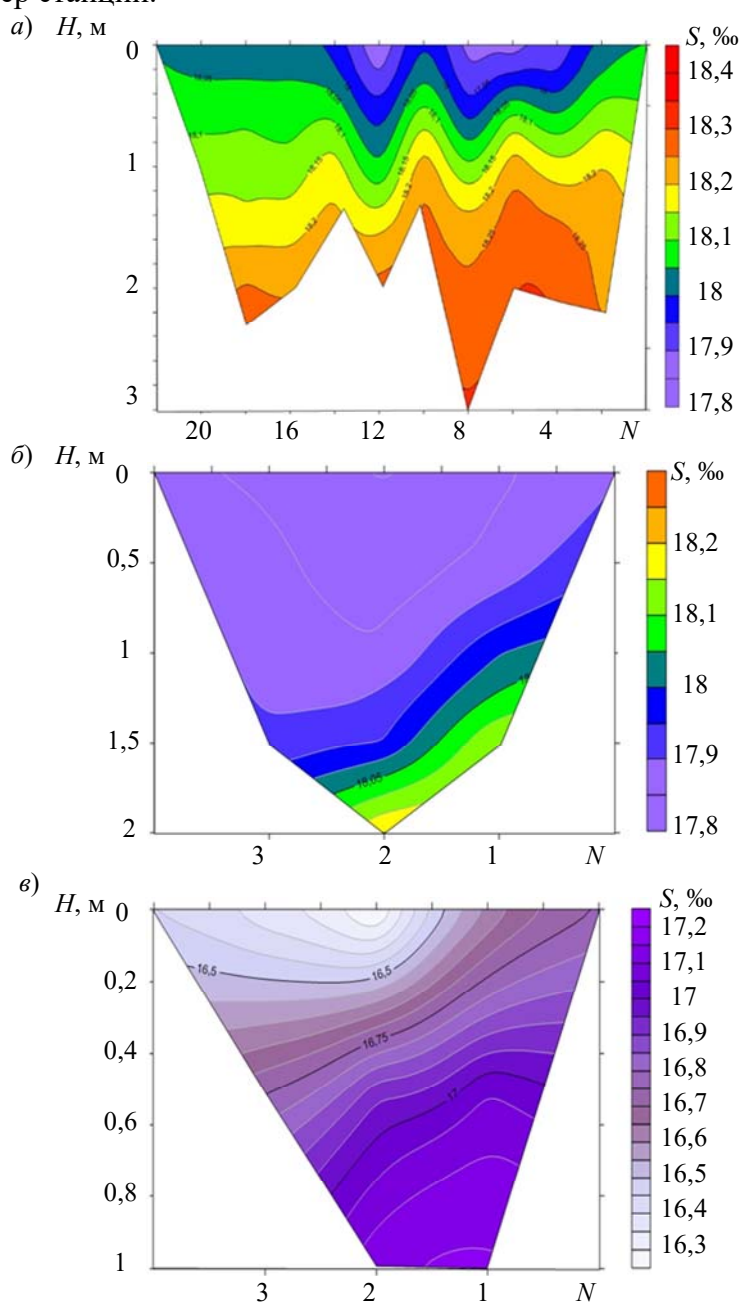


Рис. 3

Максимальный вертикальный градиент солености, рассчитанный между поверхностью и дном, в нижней части участка работ наблюдался на станции 8 створа 4 и составлял 0,2 ‰ на 1 м. Согласно данным по створам 7 и 8 характер расположения потоков соленой и пресной воды в целом не изменялся на данном участке устья, тогда как максимальная соленость к створу 8 уменьшалась до 17,2 ‰, при этом стратификация воды по солености была более вы-

ражена, максимальный вертикальный градиент на станции 2 створа 8 достигал 0,9 ‰ на 1 м. Соленость в створе 2 составила 10 ‰, в створе 0 — 0,5 ‰. Следовательно, средний горизонтальный градиент солености на участке исследований — 10,6 ‰ на 1 км.

Заключение. Разработана методика использования STD-зондов для исследований гидродинамических процессов в зонах смешения морских и речных вод в устьях малых рек и выполнена ее апробация в экспедиционных исследованиях на полигоне р. Черной. Использование данной методики в натурных условиях позволило получить данные о пространственной изменчивости солености в зоне взаимодействия разнотипных вод.

Таким образом, применение современных STD-зондов дает возможность получать информацию о распределении основных гидрологических параметров водной среды (удельной электропроводности (расчетной солености) и температуры) в натурных условиях, что необходимо при моделировании гидрологического режима устьев рек.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлова М. В. Процессы проникновения морских вод в устья рек // Водные ресурсы. 2013. Т. 40, № 5. С. 439—455
2. Миньковская Р. Я. Комплексные исследования разнотипных морских устьев рек (на примере морских устьев рек северо-западной части Черного моря). Севастополь: МГИ, 2020. 364 с.
3. Антохина Е. Н., Жук В. А. Применение ИМК ECOMAG для моделирования стока воды с различных по площади водосборов // Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление. 2011, № 4. С. 17—32.
4. Алабян А. М., Беликов В. В., Крышенко И. Н., Лебедева С. В. Применение двумерных гидродинамических моделей для решения проблем регулирования русла Нижней Волги в условиях дефицита данных гидрологических изысканий // Инженерные изыскания. 2014, № 2. С. 18—28.
5. Portela L. I., Ramos S., Trigo-Teixeira A. Effect of salinity on the settling velocity of fine sediments of a harbour basin // J. of Coastal Research. 2013. N 65. P. 1188—1193.
6. Архипкин В. С., Лазарюк А. Ю., Левашов Д. Е., Рамазин А. Н. Океанология: инструментальные методы измерения основных параметров морской воды. М.: МАКС Пресс, 2009. 336 с.
7. Рамазин А. Н. Некоторые научно-методические аспекты метрологического обеспечения измерений электропроводности и температуры морской воды с помощью STD-зондов // Тр. ВНИРО. Техника для рыбохозяйственных исследований. 2016. № 159. С. 167—182.
8. Полонский А. Б., Шокурова И. Г., Белокопытов В. Н. Десятилетняя изменчивость температуры и солености в Черном море // Морской гидрофизический журнал. 2013. № 6. С. 27—41.
9. Paradis R., Wood S. L. Inexpensive Expendable Conductivity Temperature and Depth (CTD) Sensor // Conference: Oceans'13; MTS/IEEE San Diego, California, USA. 2013.
10. Гидрозонд автономный портативный „ГАП-АК-12Р“ [Электронный ресурс]: <http://mhiras.ru/sensors/gidrozond_avtonomnyj_portativnyj_GAP-AK-12R.html>, 19.04.2022.
11. Антоненков Д. А. Измерительный комплекс для исследования динамических характеристик и структуры течения водного потока в прибрежной морской зоне // Изв. вузов. Приборостроение. 2020. Т. 63, № 12. С. 1112—1118. DOI 10.17586/0021-3454-2020-63-12-1112-1118.

Сведения об авторе

Дмитрий Александрович Антоненков — канд. техн. наук; Морской гидрофизический институт РАН, отдел гидрофизики шельфа; ст. научный сотрудник;
E-mail: dmitry_science@mail.ru

Поступила в редакцию 20.04.22; одобрена после рецензирования 11.05.22; принята к публикации 31.05.22.

REFERENCES

1. Mikhaylova M.V. *Vodnyye resursy*, 2013, no. 5(40), pp. 439—455 (in Russ.)
2. Minkovskaya R.Ya. *Kompleksnyye issledovaniya raznotipnykh morskikh ust'yev rek (na primere morskikh ust'yev rek*

- severo-zapadnoy chasti Chornogo morya*) (Comprehensive Studies of Different Types of Sea Mouths of Rivers (On the Example of Sea Mouths of Rivers in the Northwestern Part of the Black Sea)), Sevastopol, 2020, 364 p. (in Russ.)
3. Antokhina E.N., Zhuk V.A. *Vodnoye khozyaystvo Rossii: problemy, tekhnologii, upravleniye*, 2011, no. 4, pp. 17–32. (in Russ.)
 4. Alabyan A.M., Belikov V.V., Krshenko I.N., Lebedeva S.V. *Engineering survey*, 2014, no. 2, pp. 18–28. (in Russ.)
 5. Portela L.I., Ramos S. and Trigo-Teixeira A. *Journal of Coastal Research*, 2013, no. 65, pp. 1188–1193, ISSN 0749-0208.
 6. Arkhipkin V.S., Lazaryuk A.Yu., Levashov D.E., Ramazin A.N. *Okeanologiya: instrumental'nyye metody izmereniya osnovnykh parametrov morskoy vody* (Oceanology: Instrumental Methods for Measuring the Main Parameters of Sea Water), 2009, Moscow, 336 p. (in Russ.)
 7. Ramazin A.N. *Trudy VNIRO. Tekhnika dlya rybokhozyaystvennykh issledovaniy*, 2016, no. 159, pp. 167–182. (in Russ.)
 8. Polonskiy A.B., Shokurova I.G., Belokopytov V.N. *Morskoy gidrofizicheskiy zhurnal*, 2013, no. 6, pp. 27–41. (in Russ.)
 9. Paradis R., Wood S.L. *Inexpensive Expendable Conductivity Temperature and Depth (CTD) Sensor*, Conference: Oceans'13 At: MTS/IEEE San Diego, California, USA. 2013.
 10. http://mhi-ras.ru/sensors/gidrozond_avtonomnyj_portativnyj_GAP-AK-12R.html. (in Russ.)
 11. Antonenkov D.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2020, no. 12(63), pp. 1112–1118, DOI 10.17586/0021-3454-2020-63-12-1112-1118. (in Russ.)

Data on author**Dmitry A. Antonenkov**

— PhD; Marine Hydrophysical Institute of the RAS, Shelf Hydrophysics Department; Senior Researcher; E-mail: dmitry_science@mail.ru

Received 20.04.22; approved after reviewing 11.05.22; accepted for publication 31.05.22.