

ISSN 2500—0381
Электронная версия

ISSN 0021—3454
Печатная версия

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

П Р И Б О Р О С Т Р О Е Н И Е

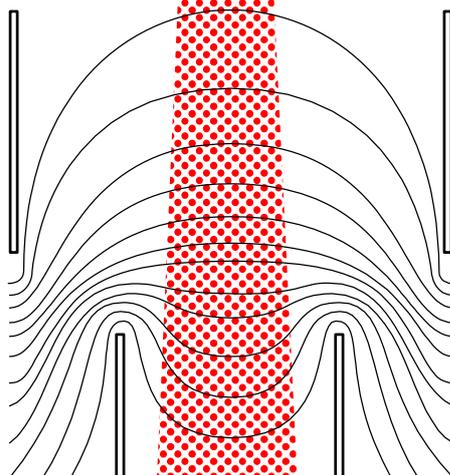
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ



№ 8

Т. 66
2023

Journal of Instrument Engineering



ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

*д-р техн. наук, проф. А. А. БОБЦОВ,
Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

А. П. АЛЕШКИН, д-р техн. наук, проф., ВКА им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия
А. В. БЕЛИКОВ, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
И. А. БЕССМЕРТНЫЙ, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
В. А. БОГАТЫРЕВ, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Д. В. ЕФАНОВ, д-р техн. наук, проф., СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия
В. В. ЕФИМОВ, д-р техн. наук, проф., ВКА им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия
А. КЛИМЧИК, PhD, доцент, Университет Иннополис, Иннополис, Россия
С. А. КОЛЮБИН, д-р техн. наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
И. А. КОНЯХИН, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
В. В. КРИШТОП, д-р физ.-мат. наук, проф., ПНИПУ, Пермь, Россия
Л. С. ЛИСИЦЫНА, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Ю. А. ЛИТВИНЕНКО, канд. техн. наук, Концерн «ЦНИИ «„Электроприбор“», Санкт-Петербург, Россия
В. Д. ЛУКЬЯНОВ, д-р физ.-мат. наук, проф., ОАО „Авангард“, Санкт-Петербург, Россия
А. В. ЛЯМИН, д-р техн. наук, доцент, СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия
А. В. МАЛОЛЕТОВ, д-р физ.-мат. наук, проф., Университет Иннополис, Иннополис, Россия
Ю. Н. МАТВЕЕВ, д-р техн. наук, ООО „ЦРТ-инновации“, Санкт-Петербург, Россия
В. М. МЕДУНЕЦКИЙ, д-р техн. наук, проф., ООО „Феррум“, Санкт-Петербург, Россия
А. Н. МИРОНОВ, д-р техн. наук, проф., ВКА им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия
В. М. МУСАЛИМОВ, д-р техн. наук, проф., ИПМаш РАН, Санкт-Петербург, Россия
А. А. ОЖИГАНОВ, д-р техн. наук, проф., АО «НИТИ „Авангард“», Санкт-Петербург, Россия
А. А. ПЫРКИН (зам. главного редактора), д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
В. С. СИЗИКОВ, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Б. В. СОКОЛОВ, д-р техн. наук, проф., СПбФИЦ РАН, Санкт-Петербург, Россия
С. В. СОЛК, д-р техн. наук, НИИ ОЭП, Сосновый Бор, Ленинградская обл., Россия
В. Ю. ТЕРТЫЧНЫЙ, д-р физ.-мат. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Д. В. ТИТОВ, д-р техн. наук, доцент, ЮЗГУ, Курск, Россия
А. В. ФЕДОРОВ, д-р техн. наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Н. Б. ФИЛИМОНОВ (зам. главного редактора), д-р техн. наук, проф., МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия
И. Б. ФУРТАТ, д-р техн. наук, доцент, ИПМаш РАН, Санкт-Петербург, Россия
В. П. ХОДУНКОВ, канд. техн. наук, ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, Санкт-Петербург, Россия

Ответственный секретарь М. В. Лебецкая

Редактор Л. Г. Позднякова

Набор, верстка: М. В. Герасимова

Перевод: Ю. И. Копилевич

Адрес: 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49, лит. А, Университет ИТМО

Телефон: (812) 480-02-73, E-mail: pribor@itmo.ru

[http:// pribor.ifmo.ru/](http://pribor.ifmo.ru/)

Подписано в печать 30.08.2023 г.

Отпечатано в учреждении „Университетские телекоммуникации“

Адрес: 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49, лит. А

Телефон: (812) 915-14-54, E-mail: Prudentov@tibir.ru

Редколлегия просит авторов и рецензентов отнестись с пониманием к ужесточению требований к рукописям и изменению формы подачи материала в журнале.

Аннотация объемом 150—250 слов должна отражать содержание статьи: предмет исследования, цель работы, метод проведения работы, краткое описание экспериментальных или теоретических исследований, полученные результаты и рекомендации по их применению.

Ключевые слова, служащие идентификаторами при предметном поиске, должны однозначно отражать содержание статьи. Основное ключевое слово/словосочетание указывается первым, общее количество ключевых слов — не менее 5.

Список литературы: для обзорной статьи рекомендуется приводить не менее 50 источников, для полнотекстовой статьи — не менее 15, для краткого сообщения — не менее 8.

Требования к оформлению рукописи размещены на сайте журнала <http://pribor.itmo.ru/>



Адрес: 197101, Санкт-Петербург,
Кронверкский пр., 49, лит. А, Университет ИТМО
Телефон: (812) 480-02-73
[http:// pribor.ifmo.ru/](http://pribor.ifmo.ru/)
E-mail: pribor@itmo.ru

Журнал публикует научные обзоры, полнотекстовые статьи и краткие сообщения, отражающие результаты практических и теоретических исследований в области приборостроения.

Журнал содержит следующие разделы:

- информатика и информационные процессы;
- информационно-измерительные и управляющие системы;
- системный анализ, управление и обработка информации;
- приборы навигации;
- вычислительные системы и их элементы;
- оптические и оптико-электронные приборы и комплексы;
- приборы и методы контроля и диагностики материалов, изделий, веществ и природной среды;
- приборы, системы и изделия медицинского назначения;
- проектирование и технология приборостроения и радиоэлектронной аппаратуры;
- метрология и метрологическое обеспечение;
- компьютерное моделирование и автоматизация проектирования;
- роботы, мехатроника и робототехнические системы.

По договоренности с Редакцией может быть опубликован специальный тематический выпуск, посвященный достаточно узкой проблеме приборостроения.

Рукопись подается по электронной почте: pribor@itmo.ru. Редакция принимает рукопись к рецензированию при условии получения полного комплекта документов, включающего:

- экспертное заключение о возможности опубликования в открытой печати (формат PDF);
- файлы рукописи статьи, оформленные в соответствии с требованиями журнала;
- сведения об авторах, заполненные по шаблону (на русском и английском языке);
- договор о передаче авторских прав.

Рукопись должна содержать:

- название статьи (на русском и английском языке), индекс УДК;
- аннотацию (150—250 слов, на русском и английском языке), ключевые слова (не менее 5 и не более 25, на русском и английском языке), основной текст, список литературы;
- рисунки и таблицы.

Объем текста (оформленного в соответствии с требованиями журнала — шрифт Times New Roman, размер — 14 пт, междустрочный интервал 1,5, поля — сверху и слева 25 мм, снизу 20 мм, справа 10 мм) должен составлять 10—20 страниц, краткого сообщения — 3—5. Объем обзора предварительно согласовывается с Редакцией.

Список литературы (рекомендуется): для обзорной статьи — не менее 50, для полнотекстовой статьи — не менее 15, для краткого сообщения — не менее 8 литературных источников (не менее половины из них должны представлять собой ссылки на издания, включенные в международные базы цитирования Scopus и Web of Science). Список литературы должен формироваться в порядке появления ссылок в тексте.

Не допускается выравнивание с помощью пробелов, табуляций и символов конца абзаца. Эти символы при необходимости могут вставляться не более одного раза подряд (**не переносить с помощью дефисов**).

Формулы и отдельные символы набираются с использованием редактора формул MathType (Microsoft Equation). **Не вставлять** формулы из пакетов MathCad и MatLab. Размер шрифта в формулах — по умолчанию. Все переменные набираются курсивом, греческие буквы — прямым шрифтом, полужирные символы в формуле — стилем „матрица вектор“, русские символы — стилем „текст“, векторы следует набирать полужирным шрифтом без стрелок.

Рисунки выполняются в градациях серого в одном из форматов приложений Microsoft (Word, Excel, PowerPoint), предпочтителен векторный формат. Кривые на графиках следует помечать цифрами (1, 2, 3 и т.д.) или/и задавать линиями разного стиля (пунктир, штрихпунктир, жирная); толщина осей должна быть не менее 0,5 пт, иначе качество печати не гарантируется.

Плата за публикацию не взимается.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

- Козачёк О. А., Бобцов А. А., Николаев Н. А. Адаптивный наблюдатель переменных состояния нелинейной нестационарной системы с неизвестными постоянными параметрами 627
- Суров И. Л., Алексеева К. С., Сизова А. А., Лемешонок Т. Ю. Построение корректируемой автономной бесплатформенной инерциальной гировертикали 637

ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ И УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

- Татарникова Т. М., Архипцев Е. Д., Кармановский Н. С. Определение размера кластера и числа реплик высоконагруженных информационных систем 646

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

- Мусалимов В. М., Ерофеев М. А., Монахов Ю. С., Малов М. С. Моделирование ударно-фрикционного взаимодействия стопы с опорной поверхностью с использованием базиса обобщенных функций Эрмита 652

ПРИБОРЫ НАВИГАЦИИ

- Лукин К. О., Кривошеев С. В. Графоаналитический метод оптимального синтеза контура маятниковой коррекции гироскопических вертикалей 660

ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И КОМПЛЕКСЫ

- Шилин А. Н., Шилин А. А., Атаманюк Р. Г. Цифровой оптико-электронный измерительный прибор контроля крупногабаритных оболочек вращения 671
- Орехова М. К., Бахолдин А. В. Методика габаритного расчета зеркального модуля интегрального поля 680
- Майоров Е. Е., Бородянский Ю. М., Курлов В. В., Таюрская И. С., Пушкина В. П., Гулиев Р. Б. Пространственное микросканирование поверхности плоскопараллельных стеклянных пластинок интерференционным методом 688

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИКИ МАТЕРИАЛОВ, ИЗДЕЛИЙ, ВЕЩЕСТВ И ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ

- Джавадов Н. Г., Асадов Х. Г., Азизова А. Э. Метод обнаружения малого количества нефтяных загрязнителей в жидкости с использованием лазерно-флуоресцентной 696
- Ибрагимова А. М., Евдулов О. В. Экспериментальное исследование термоэлектрического устройства для охлаждения дискретных электрорадиоэлементов 704

EDITOR-IN-CHIEF

*Dr. Sci., Prof. ALEXEY BOBTSOV,
ITMO University, St. Petersburg, Russia*

EDITORIAL BOARD

ALESHKIN ANDREY, Dr. Sci., Prof., A. F. Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russia
BELIKOV ANDREY, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
BESSMERTNY IGOR, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
BOGATYREV VLADIMIR, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
EFANOV DMITRY, Dr. Sci., Prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia
EFIMOV VLADIMIR, Dr. Sci., Prof., A. F. Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russia
KHODUNKOV VYACHESLAV, PhD, D. I. Mendeleev All-Russian Institute for Metrology, St. Petersburg, Russia
KLIMCHIK ALEXANDER, PhD, Ass. Prof., Innopolis University, Innopolis, Russia
KOLYUBIN SERGEY, Dr. Sci., Ass. Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
KONYAKHIN IGOR, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
KRISHTOP VIKTOR, Dr. Sci., Prof., PNRPU, Perm, Russia
LISITSYNA LYUBOV, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
LITVINENKO YULIA, PhD, Concern CSRI Electropribor, JSC, St. Petersburg, Russia
LUKYANOV VALERY, Dr. Sci., Prof., Avangard JSC, St. Petersburg, Russia
LYAMIN ANDREY, Dr. Sci., Ass. Prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia
MALOLETOV ALEXANDER, Dr. Sci., Prof., Innopolis University, Innopolis, Russia
MATVEEV YURIY, Dr. Sci., Speech Technology Center, St. Petersburg, Russia
MEDUNETSKY VIKTOR., Dr. Sci., Prof., Ferrum LLC, St. Petersburg, Russia
MIRONOV ANDREY, Dr. Sci., Prof., A. F. Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russia
MUSALIMOV VIKTOR, Dr. Sci., Prof., IPMash RAS, St. Petersburg, Russia
OZHIGANOV ALEXANDER, Dr. Sci., Prof., SRTI Avangard JSC, St. Petersburg, Russia
PYRKIN ANTON, Dr. Sci., Prof., Deputy Editor-in-Chief, ITMO University, St. Petersburg, Russia
SIZIKOV VALERY, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
SOKOLOV BORIS, Dr. Sci., Prof., SPbFRC RAS, St. Petersburg, Russia
SOLK SERGEY, Dr. Sci., SRI OEP, Sosnovy Bor, Leningrad region, Russia
TERTYCHNY VLADIMIR, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
TITOV DMITRY, Dr. Sci., Ass. Prof., SWSU, Kursk, Russia
FEDOROV ALEXEY, Dr. Sci., Ass. Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
FILIMONOV NIKOLAY, Dr. Sci., Prof., Deputy Editor-in-Chief, M. V. Lomonosov MSU, Moscow, Russia
FURTAT IGOR, Dr. Sci., Ass. Prof., IPMash RAS, St. Petersburg, Russia

Executive secretary Marina V. Lebetskaya

Editor Lidia G. Pozdniakova

Page-proof, makeup Maria V. Gerasimova

Translation of Yuriy I. Kopilevich

Address: ITMO University, Kronverksky pr. 49, bldg. A, St. Petersburg, Russia, 197101

Tel: (812) 480-02-73

Site: pribor.ifmo.ru

E-mail: pribor@itmo.ru

JOURNAL OF INSTRUMENT ENGINEERING

ITMO UNIVERSITY

The Journal is published since January 1958

Vol. 66

AUGUST 2023

№ 8

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL, AND INFORMATION PROCESSING

Kozachek O. A., Bobtsov A. A., Nikolaev N. A. Adaptive Observer of State Variables of a Nonlinear Nonstationary System with Unknown Constant Parameters 627

Surov I. L., Alekseeva K. S., Sizova A. A., Lemeshonok T. Yu. Construction of an Adjustable Autonomous Strapdown Inertial Vertical Gyro..... 637

INFORMATION TECHNOLOGIES AND SYSTEMS, COMPUTER TECHNIQUE

Tatarnikova T. M., Arkhipsev E. D., Karmanovskiy N. S. Determining the Cluster Size and the Number of Replicas of Highly Loaded Information Systems 646

COMPUTER SIMULATION AND DESIGN AUTOMATION

Musalimov V. M., Erofeev M. A., Monakhov Yu. S., Malov M. S. Modeling Shock-Friction Interaction of the Foot with the Supporting Surface Using the Basis of Generalized Hermite Functions 652

NAVIGATIONAL INSTRUMENTS

Lukin K. O., Krivosheev S. V. Graphical-Analytical Method for Optimal Synthesis of Pendulum Correction Contour of Vertical Gyros..... 660

OPTICAL AND OPTO-ELECTRONIC INSTRUMENTS AND SYSTEMS

Shilin A. N., Shilin A. A., Atamaniuk R. G. Digital Optoelectronic Measuring Device for Monitoring Large-sized Shells of Revolution 671

Orekhova M. K., Bakholdin A. V. Method for Overall Calculation of an Integral-field Mirror Module..... 680

Maierov E. E., Borodyansky Yu. M., Kurlov V. V., Tayurskaya I. S., Pushkina V. P., Guliyev R. B. Spatial Micro-scanning of Plane-Parallel Glass Plate Surface by the Interference Method..... 688

INSTRUMENTS AND METHODS FOR MONITORING AND DIAGNOSING

MATERIALS, PRODUCTS, SUBSTANCES AND THE NATURAL ENVIRONMENT

Javadov N.G., Asadov H. G., Azizova A. E. Method for Detecting a Small Amount of Oil Contaminants in a Liquid Using Laser Fluorescence Technology 696

Ibragimova A. M., Evdulov O. V. Experimental Studies of a Thermoelectric Device for Cooling Discrete Electric Radio Elements..... 704

To the Authors!

The Journal of Instrument Engineering publishes scientific reviews, full-text articles and short messages, reflecting the unpublished results of theoretical and practical research in the field of fundamental instrument making.

The Journal publishes articles on the following themes: information technologies and systems, devices and automatic control systems, computer engineering, gyroscopic and navigation systems, instruments of precision mechanics, electronic and electromagnetic devices, optical and optoelectronic devices and systems, thermal regimes and reliability of devices and systems, technology and instrumentation, scientific and practical development. In agreement with the Editorial Board can be published a special themed issue devoted to a fairly narrow issue of instrumentation.

The material of the article accepted in electronic form and on any media, executed in a text editor Word without formatting along with a hard copy on A4. Electronic version of the paper may be sent by E-mail: **pribor@mail.ifmo.ru**

The size of the article (in printed form) must not exceed eight pages, a short presentation of two. Size scientific review previously agreed with the Editorial Board.

Submission includes two copies of:

— the manuscript text; list of references (recommended): review article — not less than 50, for the full text of the article — no less than 15, for short messages — at least 8 of the literary source (at least half of them should be links to the editions listed in international database of citation Scopus and Web of Science); number citations consecutively as they appear in the text;

— extended abstract (150—250 words);

— keywords (not less than 5 and not more than 25);

— illustrations: each on a separate sheet of A4 (not overestimate in the text) — big, with a maximum fill;

— the recommendation of the Department (laboratory);

— information about the authors on a template (surname, name, patronymic, name of the organization in accordance with the latest edition of the Charter, the address of the organization, academic degree and title, position, e-mail address).

The article must also enclose agreement on the transfer of copyright.

The main text. The following requirements are common to good practice in the design documents.

Font — Times New Roman, size 14, line spacing 1.5, margins — top and left — 25 mm, bottom — 20 mm, right — 10 mm.

Not allowed alignment with spaces, tabs and end of a paragraph (in the layout will need to be cleared). These symbols must be inserted only when necessary, and not more than once in a row (not to carry with dashes).

Don't insert formulas from MathCad or MatLab!

Figures and tables are to be inserted after the list of references. Graphics are accepted in one of Microsoft formats (Word, Excel, and PowerPoint); vector format is preferable. Don't use color graphics; it is better to apply dotted, dash-and dot lines, etc., or mark lines with numerical symbols.

Editorial Staff

**АДАПТИВНЫЙ НАБЛЮДАТЕЛЬ ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ
НЕЛИНЕЙНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ СИСТЕМЫ
С НЕИЗВЕСТНЫМИ ПОСТОЯННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ**

О. А. КОЗАЧЁК*, А. А. БОБЦОВ, Н. А. НИКОЛАЕВ

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
**oakozachek@itmo.ru*

Аннотация. Предложен адаптивный наблюдатель вектора состояния нелинейной нестационарной системы по измерениям выходной переменной. Задача решена для случая, когда матрица (вектор) управления и нелинейный компонент уравнения состояния системы содержат неизвестные постоянные параметры. При синтезе наблюдателя проводится предварительная параметризация исходной нелинейной системы. Затем полученная система приводится к линейной регрессионной модели. На следующем этапе неизвестные постоянные параметры регрессии оцениваются с помощью метода наименьших квадратов с фактором забывания (forgetting factor). Результат предыдущей работы авторов, в которой рассмотрена линейная нестационарная система, содержащая неизвестные параметры в матрице (векторе) управления, расширен на случай, когда уравнение состояния системы содержит частично неизвестную нелинейность. Работоспособность предложенного алгоритма проиллюстрирована математическим моделированием.

Ключевые слова: адаптивный наблюдатель, нелинейная система, нестационарная система, линейная регрессионная модель, идентификация параметров

Благодарности: статья подготовлена при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант 22-21-00499.

Ссылка для цитирования: Козачёк О. А., Бобцов А. А., Николаев Н. А. Адаптивный наблюдатель переменных состояния нелинейной нестационарной системы с неизвестными постоянными параметрами // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 8. С. 627—636. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-627-636.

**ADAPTIVE OBSERVER OF STATE VARIABLES
OF A NONLINEAR NONSTATIONARY SYSTEM
WITH UNKNOWN CONSTANT PARAMETERS**

O. A. Kozachek*, A. A. Bobtsov, N. A. Nikolaev

ITMO University, St. Petersburg, Russia
**oakozachek@itmo.ru*

Abstract. For a nonlinear nonstationary system an adaptive state vector observer using output variable measurement is developed the control matrix (vector) and the nonlinear component of the equation of state of the system contain unknown constant parameters. When synthesizing the observer, a preliminary parametrization of the original nonlinear system is carried out. Then the derived system is reduced to a linear regression model. At the next stage, unknown constant regression parameters are estimated using the least squares method with a forgetting factor. The result of the previous work by the authors, which considered a linear non-stationary system containing unknown parameters in the control matrix (vector), is extended to the case when the equation of state of the system contains a partially unknown nonlinearity. The performance of the proposed algorithm is illustrated by mathematical modeling.

Keywords: adaptive observer, nonlinear system, nonstationary system, linear regression model, parameters identification

Acknowledgment: The article was prepared with the financial support of the Russian Science Foundation, grant 22-21-00499.

For citation: Kozachek O. A., Bobtsov A. A., Nikolaev N. A. Adaptive observer of state variables of a nonlinear nonstationary system with unknown constant parameters. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 8. P. 627—636 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-627-636.

Введение. Получение информации о состоянии системы является важной задачей при управлении динамическими системами. Для этого могут использоваться первичные измерительные преобразователи (датчики). Однако не всегда весь вектор состояния объекта доступен прямым измерениям. В случаях, когда невозможно разместить набор средств, достаточный для измерения всего вектора состояния, при оценке неизвестных переменных применяются наблюдатели.

Методы синтеза наблюдателей состояния линейных динамических систем с постоянными параметрами известны и достаточно эффективны [1, 2]. Однако интерес исследователей к проблеме синтеза наблюдателей для линейных систем не угасает. Об этом свидетельствует публикационная активность в изданиях, посвященных проблемам анализа и синтеза систем автоматического управления. В частности, в [2] рассмотрен синтез оптимальных эллипсоидных наблюдателей и алгоритмов, которые позволяют обеспечить оптимальные эллипсоидные оценки вектора состояния системы и неизвестных параметров.

Проблема разработки алгоритмов наблюдения переменных состояния нелинейных систем на данный момент изучена меньше. По этой причине в научном сообществе сохраняется интерес к исследованию нелинейных систем [3, 4].

Важным аспектом задачи построения наблюдателей является тот факт, что объект не всегда может быть описан моделью с постоянными параметрами. В некоторых случаях параметры системы изменяются со временем под действием внутренних и внешних факторов. К таким факторам, например, относятся изменение параметров вследствие старения элементов системы, воздействие экстремальных температур, изменение массогабаритных параметров в ходе эксплуатации. В связи с этим поведение сложных динамических систем может быть описано более точно с помощью математических моделей, содержащих нестационарные параметры. По этой причине исследования, посвященные проблеме синтеза наблюдателей для нестационарных систем, в настоящее время имеют большую актуальность.

При построении наблюдателей применяются различные подходы. Одним из них является сведение исходной модели объекта к линейной регрессионной (см., например, [5, 6]) с дальнейшей идентификацией неизвестных параметров модели.

Алгоритмы оценки вектора состояния нелинейной нестационарной системы могут использоваться не только при синтезе законов управления. Они также имеют и самостоятельное значение. К примеру, эти алгоритмы могут применяться при разработке средств контроля технического состояния [7, 8].

При решении задач, связанных с синтезом наблюдателей неизвестных переменных состояния нестационарных систем, исследователи вводят в отношении матриц описания объекта различные допущения и предположения. В качестве примера можно рассмотреть работу [9], где предполагается, что матрица состояния задана в канонической форме. Кроме того, в статье [10] предполагается, что матрица состояния может быть представлена в виде суммы, где одно слагаемое известно, а второе состоит из неизвестных постоянных

ных параметров. В статье оцениваются неизвестные параметры, а затем на основе полученных оценок синтезируется наблюдатель неизвестного вектора состояния системы.

В настоящей работе предложено развитие результатов работы [11], в которой представлен алгоритм оценки вектора состояния линейной нестационарной системы. Рассмотренная система содержит неизвестные параметры в матрице состояния и матрице (векторе) управления. В настоящей работе подход, предложенный в [11], развивается на случай, когда система является нелинейной. Предполагается, что нелинейный компонент, содержащийся в уравнении состояния системы, частично неизвестен.

Постановка задачи. Рассматривается нелинейная нестационарная система с одним входом и одним выходом (SISO) вида:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{k}\mathbf{C}^T(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t) + \mathbf{w}(y, t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n, \quad t \geq 0, \\ y(t) &= \mathbf{C}^T(t)\mathbf{x}(t),\end{aligned}\quad (1)$$

где $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ — неизвестный вектор состояния; $u(t) \in \mathbb{R}$ — известный входной сигнал; $y(t) \in \mathbb{R}$ — измеряемый выходной сигнал; матрицы $\mathbf{A}(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{C}^T(t) \in \mathbb{R}^n$ являются известными и ограниченными с нестационарными параметрами; параметры $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^n$ и $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ постоянны и неизвестны; $\mathbf{w}(y, t)$ — частично неизвестная нелинейная вектор-функция.

В отношении рассматриваемой системы при решении поставленной задачи были приняты следующие допущения.

Допущение 1. Нелинейная вектор-функция $\mathbf{w}(y, t)$ может быть представлена в виде:

$$\mathbf{w}(y, t) = \mathbf{m}f(y(t)),$$

где $f(y(t))$ — известная нелинейная функция, а $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^n$ — вектор неизвестных постоянных параметров.

Допущение 2. Предполагается, что траектории входа и состояний ограничены.

Допущение 3. Пара матриц $\mathbf{A}(t)$ и $\mathbf{C}^T(t)$ обнаруживаема. Это означает, что существует матрица обратной связи $\mathbf{L}(t)$ такая, что автономная система

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{A}(t) - \mathbf{L}(t)\mathbf{C}^T(t)]\mathbf{x}(t)$$

асимптотически устойчива.

Допущение 4. Автономная система $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_0(t)\mathbf{x}(t)$, где $\mathbf{A}_0(t) = \mathbf{A}(t) - \mathbf{L}(t)\mathbf{C}^T(t)$, является равномерно устойчивой (uniformly stable), т.е. ее фундаментальная матрица удовлетворяет условию (см. теорему 6.4 [12]):

$$\Phi_{\mathbf{A}_0}(t, \tau) \leq c_1, \quad \forall t \geq \tau \geq 0.$$

Введенные допущения являются типовыми (см., например, [12—14]).

Для системы (1) ставится задача синтеза адаптивного наблюдателя вида:

$$\dot{\boldsymbol{\chi}}(t) = \mathbf{F}(\boldsymbol{\chi}(t), u(t), y(t)),$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \hat{\mathbf{k}}(t) \\ \hat{\mathbf{b}}(t) \\ \hat{\mathbf{m}}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{S}(\boldsymbol{\chi}(t), u(t), y(t)),$$

где $\boldsymbol{\chi}(t) \in \mathbb{R}^{n_\chi}$ такое, что все сигналы ограничены. Адаптивный наблюдатель должен обеспечивать сходимость оценок переменных состояния и оценок постоянных неизвестных параметров к реальным значениям:

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t), \quad \hat{\mathbf{k}}(t) = \mathbf{k}, \quad \hat{\mathbf{b}}(t) = \mathbf{b}, \quad \hat{\mathbf{m}}(t) = \mathbf{m}$$

для всех $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{\chi}(t) \in \mathbb{R}^{n_\chi}$.

Основной результат. На первом этапе работы производится параметризация исходной системы с целью получения статической линейной регрессионной модели. Таким образом, основной задачей становится идентификация неизвестных постоянных параметров линейной статической регрессионной модели. В дальнейшем на основе полученных параметров можно будет восстановить компоненты вектора состояния. На втором шаге работы оцениваются неизвестные постоянные параметры линейной регрессионной модели. Существует множество различных методов решения этой задачи. Выбор метода зависит от условий возбуждения, накладываемых на регрессор (см., например, [6, 15, 16]).

Теорема 1. Рассмотрим динамическую систему вида

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}(t) = \mathbf{A}_0(t)\boldsymbol{\xi}(t) + \mathbf{L}(t)y(t), \quad \boldsymbol{\xi}(0) = \mathbf{0}_{n \times 1}, \quad (2)$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) = \mathbf{A}_0(t)\boldsymbol{\eta}(t) + \mathbf{I}y(t), \quad \boldsymbol{\eta}(0) = \mathbf{0}_{n \times n}, \quad (3)$$

$$\dot{\boldsymbol{\zeta}}(t) = \mathbf{A}_0(t)\boldsymbol{\zeta}(t) + \mathbf{I}u(t), \quad \boldsymbol{\zeta}(0) = \mathbf{0}_{n \times n}, \quad (4)$$

$$\dot{\boldsymbol{\rho}} = \mathbf{A}_0(t)\boldsymbol{\rho}(t) + \mathbf{I}f(y), \quad \boldsymbol{\rho}(0) = \mathbf{0}_{n \times n}, \quad (5)$$

$$\dot{\boldsymbol{\Phi}}(t) = \mathbf{A}_0(t)\boldsymbol{\Phi}(t), \quad \boldsymbol{\Phi}(0) = \mathbf{I}_{n \times n}, \quad (6)$$

где матрицы $\mathbf{A}_0(t)$ и $\mathbf{L}(t)$ удовлетворяют допущениям 3, 4, а \mathbf{I} — единичная матрица соответствующей размерности.

Таким образом, исходную динамическую систему (1) можно преобразовать к линейной регрессионной модели в новых переменных вида

$$z(t) = \boldsymbol{\Psi}(t)\boldsymbol{\Theta}, \quad (7)$$

где сигнал $z(t) = y(t) - \mathbf{C}^\top(t)\boldsymbol{\xi}(t)$ измеряется,

$\boldsymbol{\Psi}(t) = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}^\top(t)\boldsymbol{\Phi}(t) & \mathbf{C}^\top(t)\boldsymbol{\eta}(t) & \mathbf{C}^\top(t)\boldsymbol{\zeta}(t) & \mathbf{C}^\top(t)\boldsymbol{\rho}(t) \end{bmatrix}$ — вектор известных функций,

$\boldsymbol{\Theta} = [\boldsymbol{\theta} \quad \mathbf{k} \quad \mathbf{b} \quad \mathbf{m}]^\top = [\Theta_1 \quad \Theta_2 \quad \Theta_3 \quad \Theta_4 \quad \Theta_5 \quad \Theta_6 \quad \Theta_7 \quad \Theta_8]^\top$ — вектор неизвестных постоянных параметров.

Доказательство. Рассмотрим уравнение ошибки вида

$$\mathbf{e}(t) = \boldsymbol{\xi}(t) + \boldsymbol{\eta}(t)\mathbf{k} + \boldsymbol{\zeta}(t)\mathbf{b} + \boldsymbol{\rho}(t)\mathbf{m} - \mathbf{x}(t). \quad (8)$$

Производная ошибки $\dot{\mathbf{e}}(t)$ имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}(t) = & \dot{\xi}(t) + \dot{\eta}(t)\mathbf{k} + \dot{\zeta}(t)\mathbf{b} + \dot{\rho}(t)\mathbf{m} - \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_0(t)\xi(t) + \mathbf{L}(t)y(t) + \\ & + \mathbf{A}_0(t)\eta(t)\mathbf{k} + \mathbf{I}y(t)\mathbf{k} + \mathbf{A}_0(t)\zeta(t)\mathbf{b} + \mathbf{I}u(t)\mathbf{b} + \mathbf{A}_0(t)\rho(t)\mathbf{m} + \mathbf{I}f(y)\mathbf{m} - \\ & - (\mathbf{A}_0(t) + \mathbf{L}(t)\mathbf{C}^T(t))\mathbf{x}(t) - \mathbf{k}\mathbf{C}^T(t)\mathbf{x}(t) - \mathbf{b}u(t) - \mathbf{m}f(y) = \\ & = \mathbf{A}_0(t)(\xi(t) + \eta(t)\mathbf{k} + \zeta(t)\mathbf{b} + \rho(t)\mathbf{m}) - \mathbf{A}_0(t)\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}_0\mathbf{e}(t). \end{aligned}$$

Решением полученного дифференциального уравнения является функция:

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{\Phi}(t)\boldsymbol{\theta}, \quad (9)$$

где $\boldsymbol{\theta} = \mathbf{e}(0)$ — начальные условия вектора $\mathbf{e}(t)$. При нулевых начальных условиях динамической системы (2)—(6):

$$\mathbf{e}(0) = -\mathbf{x}(0).$$

Выполнив подстановку (9) в (8), получим:

$$\mathbf{x}(t) - \xi(t) = \eta(t)\mathbf{k} + \zeta(t)\mathbf{b} + \rho(t)\mathbf{m} - \mathbf{\Phi}(t)\boldsymbol{\theta}. \quad (10)$$

Преобразуем полученное выражение, умножив обе части равенства (10) на $\mathbf{C}^T(t)$. Полученное уравнение является линейной регрессионной моделью вида (7).

Для оценки неизвестных параметров линейной регрессии могут быть применены различные подходы: например, градиентный алгоритм идентификации [17], метод динамического расширения регрессора и смешивания [15, 16] и др. Стоит отметить, что большинство методов может быть применено, только если регрессия удовлетворяет условию неисчезающего возбуждения:

$$\alpha_2 \mathbf{I} \leq \int_{t_0}^{t_0+\delta} \boldsymbol{\Psi}(\tau) \boldsymbol{\Psi}^T(\tau) d\tau \leq \alpha_1 \mathbf{I}, \text{ для всех } t_0 > 0,$$

где α_1 , α_2 и δ — положительные константы.

В настоящей работе для оценки неизвестных параметров линейной регрессионной модели (7) выбран метод наименьших квадратов с фактором забывания (forgetting factor) [18, 19]:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\Theta}}} = \gamma \mathbf{F}(t) \boldsymbol{\Psi}^T(t) (z(t) - \boldsymbol{\Psi}(t) \hat{\boldsymbol{\Theta}}),$$

$$\dot{\mathbf{F}} = \begin{cases} -\gamma \mathbf{F}(t) \boldsymbol{\Psi}^T(t) \boldsymbol{\Psi}(t) \mathbf{F}(t) + \beta \mathbf{F}(t), & \text{если } \mathbf{F}(t) \leq \mathbf{M}, \\ 0 & \text{если } \mathbf{F}(t) > \mathbf{M}, \end{cases}$$

где $\mathbf{F}(0) = \frac{1}{f_0} \mathbf{I}$, где \mathbf{I} — единичная матрица; $\gamma > 0$, $\beta > 0$, $f_0 \geq 0$, $\mathbf{M} > 0$ — настраиваемые

параметры, а вектор $\hat{\boldsymbol{\Theta}} = [\hat{\boldsymbol{\theta}} \quad \hat{\mathbf{k}} \quad \hat{\mathbf{b}} \quad \hat{\mathbf{m}}]^T = [\hat{\Theta}_1 \quad \hat{\Theta}_2 \quad \hat{\Theta}_3 \quad \hat{\Theta}_4 \quad \hat{\Theta}_5 \quad \hat{\Theta}_6 \quad \hat{\Theta}_7 \quad \hat{\Theta}_8]^T$ — оценка вектора неизвестных параметров $\boldsymbol{\Theta}$.

Оценив неизвестные постоянные параметры системы, оценку вектора состояния можно найти с помощью (10) в виде:

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \xi(t) - \Phi(t) \begin{bmatrix} \hat{\Theta}_1 \\ \hat{\Theta}_2 \end{bmatrix} + \eta(t) \begin{bmatrix} \hat{\Theta}_3 \\ \hat{\Theta}_4 \end{bmatrix} + \zeta(t) \begin{bmatrix} \hat{\Theta}_5 \\ \hat{\Theta}_6 \end{bmatrix} + \rho(t) \begin{bmatrix} \hat{\Theta}_7 \\ \hat{\Theta}_8 \end{bmatrix}.$$

Результаты моделирования. При моделировании алгоритма использовалась система (1) со следующими параметрами:

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} 2 - \sin t & 1 \\ -8 + \cos t & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{w}(y, t) = \mathbf{m} \sin y,$$

где $\mathbf{m} = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix}$.

Используя вектор $\mathbf{L}(t) = \begin{bmatrix} 2 - \sin t \\ 1 + \cos t \end{bmatrix}$, получим

$$\mathbf{A}_0(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9 & 0 \end{bmatrix}.$$

Начальные условия вектора состояния при этом:

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Для алгоритма оценки были выбраны следующие параметры: $\alpha = 1000$, $M = 10^{12}$, $\beta = 1$, $f_0 = 0,1$. На вход системы был подан синусоидальный сигнал: $u(t) = \sin t$.

На рис. 1 приведены переходные процессы оценки неизвестных параметров $\hat{\Theta}$. На рис. 2 представлены переходные процессы для ошибки оценивания по каждому из неизвестных параметров (a — $\hat{\Theta}_1 - \Theta_1$; b — $\hat{\Theta}_2 - \Theta_2$; v — $\hat{\Theta}_3 - \Theta_3$; z — $\hat{\Theta}_4 - \Theta_4$; d — $\hat{\Theta}_5 - \Theta_5$; e — $\hat{\Theta}_6 - \Theta_6$; $ж$ — $\hat{\Theta}_7 - \Theta_7$; $з$ — $\hat{\Theta}_8 - \Theta_8$).

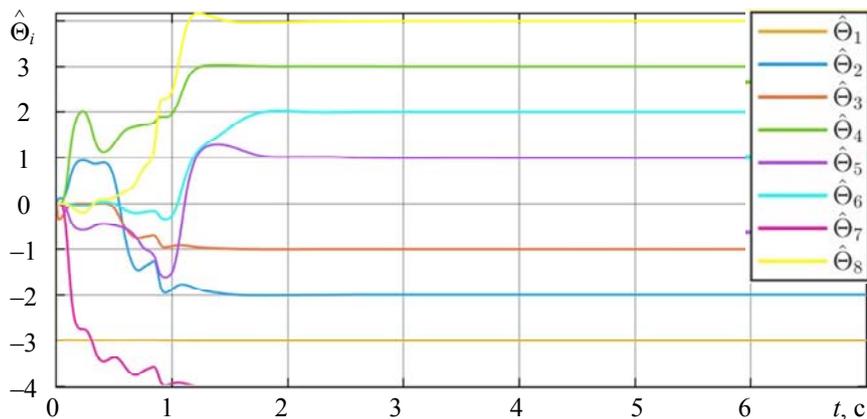


Рис. 1

Целью статьи была разработка наблюдателя состояния системы (1), обеспечивающего сходимость оценки неизвестных параметров и вектора состояния к реальным значениям, что означает сходимость ошибки оценивания к нулю. На представленных графиках видно, что ошибки оценивания всех параметров, а также компоненты вектора состояния сходятся к нулю, что полностью соответствует поставленной цели.

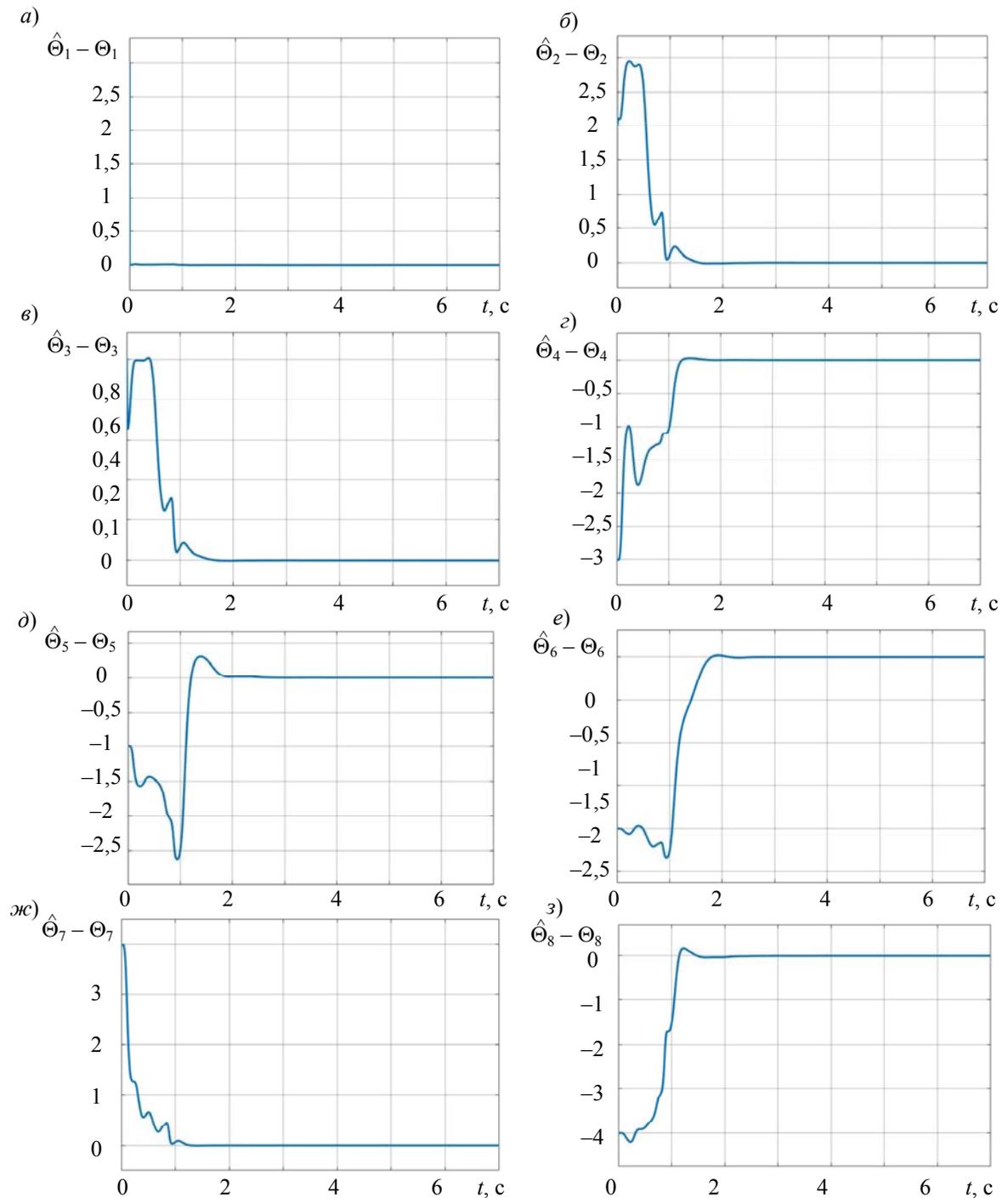


Рис. 2

На рис. 3 приведены переходные процессы для ошибки оценки компонентов вектора состояния исходной нелинейной нестационарной системы (a — $\hat{x}_1 - x_1$; b — $\hat{x}_2 - x_2$).

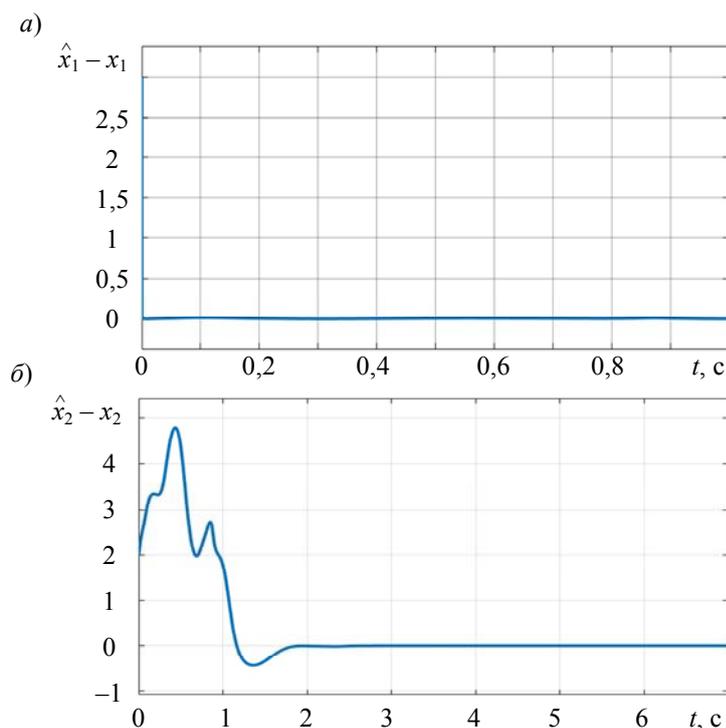


Рис. 3

Представленные на рисунках результаты моделирования демонстрируют работоспособность предложенного наблюдателя переменных состояния нелинейной нестационарной системы (1), содержащей неизвестные постоянные параметры.

Заключение. В работе предложен адаптивный наблюдатель состояния нелинейной нестационарной системы, параметры которой частично неизвестны. Неизвестные постоянные параметры содержатся в матрице (векторе) управления, а также в нелинейном компоненте. Измеряется только выходная переменная, входной сигнал полагается известным. Работоспособность предложенного алгоритма проиллюстрирована математическим моделированием.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каленова В. И., Морозов В. М. Линейные нестационарные системы и их приложения к задачам механики: учеб. пособие. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 208 с. ISBN 978-5-9221-1231-4.
2. Баландин Д. В., Коган М. М. Управление и оценивание в линейных нестационарных системах на основе эллипсоидальных множеств достижимости // Автоматика и телемеханика. 2020. № 8. С. 8—28.
3. Haotian Xu, Shuai Liu, Shangwei Zhao, Jingcheng Wang. Distributed control for a class of nonlinear systems based on distributed high-gain observer // ISA Transactions, 2023. Vol. 138, N 7. DOI:10.1016/j.isatra.2023.03.002.
4. Venkateswaran S., Kravaris C. Linear Unknown Input Observers for Sensor Fault Estimation in Nonlinear Systems // IFAC-PapersOnLine. 2023. Vol. 56, is. 1. P. 61—66.
5. Bobtsov A., Ortega R., Yi B., Nikolaev N. Adaptive state estimation of state-affine systems with unknown time-varying parameters // Intern. J. of Control. 2021. Vol. 95, N 9. P. 1—26. DOI:10.1080/00207179.2021.1913647.
6. Glushchenko A., Lastochkin K. Robust Time-Varying Parameters Estimation Based on I-DREM Procedure // arXiv preprint arXiv:2111.11716, 2021.
7. Gao F., Jiang G., Zhang Z., Song J. An adaptive observer for actuator and sensor fault diagnosis in linear time-varying systems // Proc. of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation. IEEE, 2012. P. 3281—3285.
8. Wang F., Zong M., Chen W. Fault diagnosis of linear time-varying system based on high gain adaptive compensation sliding mode observer // 2017 IEEE 2nd Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference (ITNEC). IEEE, 2017. P. 1688—1691.

9. Кочетков С. А. Об одном алгоритме идентификации параметров в линейных нестационарных системах // Тр. IX Междунар. конф. „Идентификация систем и задачи управления“ SICPRO'12. 2012. С. 195—209.
10. Bobtsov A., Nikolaev N., Slita O., Kozachek O., Oskina O. Adaptive observer for a LTV system with partially unknown state matrix and delayed measurements // 14th Intern. Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops. ICUMT-2022. 2022. P. 165—170.
11. Бобцов А. А., Николаев Н. А., Ортега Мартинес Р., Слита О. В., Козачёк О. А. Адаптивный наблюдатель переменных состояния линейной нестационарной системы с частично неизвестными параметрами матрицы состояния и вектора входа // Мехатроника, автоматизация, управление. 2022. Т. 23, № 6. С. 283—288.
12. Rugh W. J. Linear system theory. Prentice-Hall, Inc., 1996.
13. Tranninger M., Seeber R., Zhuk S., Steinberger M., and Horn M. Detectability Analysis and Observer Design for Linear Time Varying Systems // IEEE Control Systems Letters. 2020. Vol. 4, N 2. P. 331—336.
14. Tranninger M., Zhuk S., Steinberger M., Fridman L., Horn M. Non-Uniform Stability, Detectability, and Sliding Mode Observer Design for Time Varying Systems with Unknown Inputs // arXiv preprint arXiv:1809.06460. 2018.
15. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., and Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. 2016. Vol. 62, N 7. P. 3546—3550.
16. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Parameters estimation via dynamic regressor extension and mixing // 2016 American Control Conference (ACC). IEEE. 2016. P. 6971—6976.
17. Мирошник И. В., Нукифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. М.: Наука, 2000. 549 с.
18. Ljung L. System identification // Signal analysis and prediction. Boston, MA: Birkhäuser, 1998. P. 163—173.
19. Sastry S., Bodson M. Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness. New Jersey: Prentice-Hall, 1989.

Сведения об авторах

- Ольга Андреевна Козачёк** — аспирант; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: oakozachek@itmo.ru
- Алексей Алексеевич Бобцов** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; директор мегафакультета КТиУ; E-mail: bobtsov@mail.ru
- Николай Анатольевич Николаев** — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: nikona@yandex.ru

Поступила в редакцию 15.03.23; одобрена после рецензирования 24.03.23; принята к публикации 22.06.23.

REFERENCES

1. Kalenova V.I., Morozov V.M. *Lineynyye nestatsionarnyye sistemy i ikh prilozheniya k zadacham mekhaniki* (Linear Nonstationary Systems and Their Applications to Problems in Mechanics), Moscow, 2010, 208 p. (in Russ.)
2. Balandin D.V., Kogan M.M. *Automation and Remote Control*, 2020, no. 8(81), pp. 1367–1384.
3. Haotian Xu, Shuai Liu, Shangwei Zhao, Jingcheng Wang, *ISA Transactions*, 2023, no. 7(138), DOI:10.1016/j.isatra.2023.03.002.
4. Venkateswaran S., Kravaris C. *IFAC-PapersOnLine*, 2023, no. 1(56), pp. 61–66.
5. Bobtsov A., Ortega R., Yi B., Nikolaev N. *International Journal of Control*, 2021, no. 9(95), pp. 1–26, DOI:10.1080/00207179.2021.1913647.
6. Glushchenko A., Lastochkin K. *arXiv preprint arXiv:2111.11716*, 2021.
7. Gao F., Jiang G., Zhang Z., Song J. *Proceedings of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation*, IEEE, 2012, pp. 3281–3285.
8. Wang F., Zong M., Chen W. *2017 IEEE 2nd Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference (ITNEC)*, IEEE, 2017, pp. 1688–1691.
9. Kochetkov S.A. *Identifikatsiya sistem i zadachi upravleniya, SICPRO'12 (System Identification and Control Problems" SICPRO'12), Proceedings of the IX International Conference*, 2012, pp. 195–209. (in Russ.)
10. Bobtsov A., Nikolaev N., Slita O., Kozachek O., Oskina O. *14th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops, ICUMT 2022*, 2022, pp. 165–170.
11. Bobtsov A.A., Nikolaev N.A., Ortega R., Slita O.V., Kozachek O.A. *Mechatronics, Automation, Control*, 2022, no. 6(23), pp. 283–288. (in Russ.)
12. Rugh W.J. *Linear system theory*, Prentice-Hall, Inc., 1996.
13. Tranninger M., Seeber R., Zhuk S., Steinberger M. and Horn M. *IEEE Control Systems Letters*, 2020, no. 2(4), pp. 331–336.

14. Tranninger M., Zhuk S., Steinberger M., Fridman L., Horn M. *arXiv preprint arXiv:1809.06460*, 2018.
15. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., and Pyrkin A. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, no. 7(62), pp. 3546–3550.
16. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. *2016 American Control Conference (ACC), IEEE*, 2016, pp. 6971–6976.
17. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O., Fradkov A.L. *Nelineynoye i adaptivnoye upravleniye slozhnymi dinamicheskimi sistemami* (Nonlinear and Adaptive Control of Complex Dynamic Systems), Moscow, 2000, 549 p. (in Russ.)
18. Ljung L. *Signal analysis and prediction*, Boston, MA, Birkhäuser, 1998, pp. 163–173.
19. Sastry S., Bodson M. *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness*, New Jersey, Prentice-Hall, 1989.

Data on authors

- | | | |
|----------------------------|---|---|
| Olga A. Kozachek | — | Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: oakozachek@itmo.ru |
| Alexey A. Bobtsov | — | Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; Director of Mega-faculty of Computer Technologies and Control; E-mail: bobtsov@mail.ru |
| Nikolay A. Nikolaev | — | PhD, Associate Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: nikona@yandex.ru |

Received 15.03.23; approved after reviewing 24.03.23; accepted for publication 22.06.23.

**ПОСТРОЕНИЕ КОРРЕКТИРУЕМОЙ АВТОНОМНОЙ
БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ ГИРОВЕРТИКАЛИ**И. Л. СУРОВ^{1*}, К. С. АЛЕКСЕЕВА², А. А. СИЗОВА², Т. Ю. ЛЕМЕШОНОК²¹ ГИРООПТИКА, Санкт-Петербург, Россия,

*surov@gyro.ru

² БГТУ „ВОЕНМЕХ“ им. Д. Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. Исследован вариант построения бесплатформенной инерциальной гировертикали с использованием коррекции по приборной скорости и барометрической высоте. Комплексирование выполняется на базе расширенного фильтра Калмана для летательного аппарата самолетной схемы. В качестве параметров направления местной вертикали использованы углы тангажа и крена. Выполнено математическое моделирование.

Ключевые слова: бесплатформенная инерциальная гировертикаль, фильтр Калмана, приборная скорость, самолетная схема

Ссылка для цитирования: Суров И. Л., Алексеева К. С., Сизова А. А., Лемешонок Т. Ю. Построение корректируемой автономной бесплатформенной инерциальной гировертикали // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 8. С. 637—645. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-637-645.

CONSTRUCTION OF AN ADJUSTABLE AUTONOMOUS STRAPDOWN INERTIAL VERTICAL GYROI. L. Surov^{1*}, K. S. Alekseeva², A. A. Sizova², T. Yu. Lemeshonok²¹ GYROOPTICS, St. Petersburg, Russia,

*surov@gyro.ru

² D. F. Ustinov Baltic State Technical University VOENMEH, St. Petersburg, Russia

Abstract. A variant of constructing a strapdown inertial vertical gyro with the use of correction for the indicated speed and barometric altitude is studied. Integration is performed on the basis of an extended Kalman filter for an aircraft of the airplane scheme. The pitch and roll angles are used as parameters of the local vertical direction. Mathematical modeling is carried out.

Keywords: strapdown inertial vertical gyro, Kalman filter, indicated airspeed, airplane scheme

For citation: Surov I. L., Alekseeva K. S., Sizova A. A., Lemeshonok T. Yu. Construction of an adjustable autonomous strapdown inertial vertical gyro. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 8. P. 637—645 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-637-645.

Введение. Основным недостатком способа автономного определения собственной ориентации и построения вертикали на борту летательного аппарата (ЛА) при помощи инерциальных измерителей является неограниченное возрастание погрешностей со временем. В связи с этим решения, полученные с помощью алгоритма определения местной вертикали, часто объединяют с информацией от других измерителей, находящихся на борту ЛА.

Более всего распространен вариант комплексирования информации инерциальных навигационных систем с информацией от спутниковой навигационной системы (СНС) [1—3]. Комплексирование с СНС не всегда возможно из-за подверженности спутниковых навигационных систем влиянию внешних помех. В этой связи исследование автономных интегрированных навигационных систем без использования СНС является актуальной задачей.

Во многих работах предлагается выполнять корректировку параметров ориентации по двум известным неколлинеарным векторам: индукции магнитного поля Земли и силы тяго-

тения. Для измерения первого вектора используется триада магнитометрических преобразователей (МП), для измерения второго вектора используются акселерометры при допущении о равномерном движении в целом или в низкочастотной области измерений [2, 4—11]. Указанное допущение позволяет определить параметры ориентации с высокой точностью, но оно неприменимо при наличии собственных ускорений ЛА. Часть алгоритмов предполагает учет собственных ускорений при помощи измерения вектора скорости и последующей компенсации [12, 13]. Результаты измерения МП необходимо сравнивать с известными значениями проекций вектора индукции магнитного поля Земли, что затруднительно в условиях автономного полета. Чаще МП используют в качестве магнитного компаса для корректировки угла курса [2].

В работе предложен алгоритм комплексирования измеренных данных бесплатформенной инерциальной гировертикали (БИГВ), указателя скорости и высотомера при помощи фильтра Калмана для ЛА самолетной схемы (рис. 1).

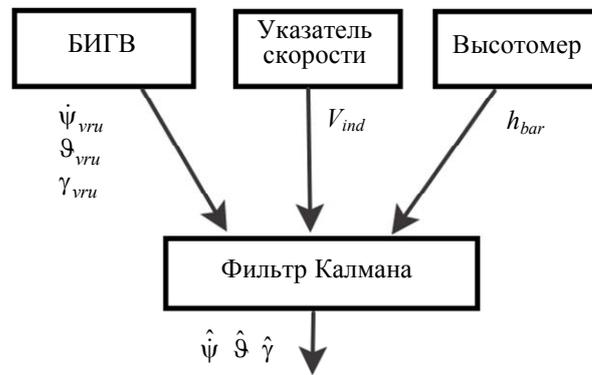


Рис. 1

Для измерения путевой скорости ЛА относительно стартовой системы координат возможно использовать измерители истинной воздушной скорости или приборной скорости в допущении об отсутствии скорости ветра. Такими измерителями могут служить аэрометрический, манометрический или термодинамический указатель скорости. В качестве измерителя высоты в настоящей работе рассмотрен барометрический высотомер, но также возможно использование радиотехнического высотомера.

Направление местной вертикали определено углами тангажа и крена. В качестве метода исследования используется математическое моделирование.

Описание математической модели. Определим стартовую систему координат (СК) $OX_n Y_n Z_n$ ($OX_n Y_n$ — плоскость стрельбы) и связанную СК $OXYZ$ (по ГОСТ 20058-80). Для описания алгоритма определим промежуточную СК $OX'Y'Z'$, полученную из стартовой при помощи положительного поворота вокруг OY_n на угол рыскания ψ [14].

Модель опорной траектории. Моделирование проводится на основе опорных данных телеметрии, полученных при натурных испытаниях. Опорные данные получены при помощи высокоточной навигационной системы для двух различных траекторий. Опорный угол рыскания изменяется в пределах $\pm 180^\circ$, опорные углы тангажа и крена — в пределах $\pm 40^\circ$ (на рис. 2 приведены опорные данные телеметрии для траектории № 1).

В математическую модель сигналов акселерометров и гироскопов помимо зашумленной информации о векторе угловой скорости и кажущегося ускорения, полученного по телеметрическим данным, добавлены систематические погрешности смещения нулей.

При моделировании не учитываются кривизна и вращение Земли, что обусловлено использованием акселерометрических измерений в векторе состояния (маятниковой коррекции). Кажущееся ускорение действует избирательно по направлению к определяемой местной вертикали [5, 10].

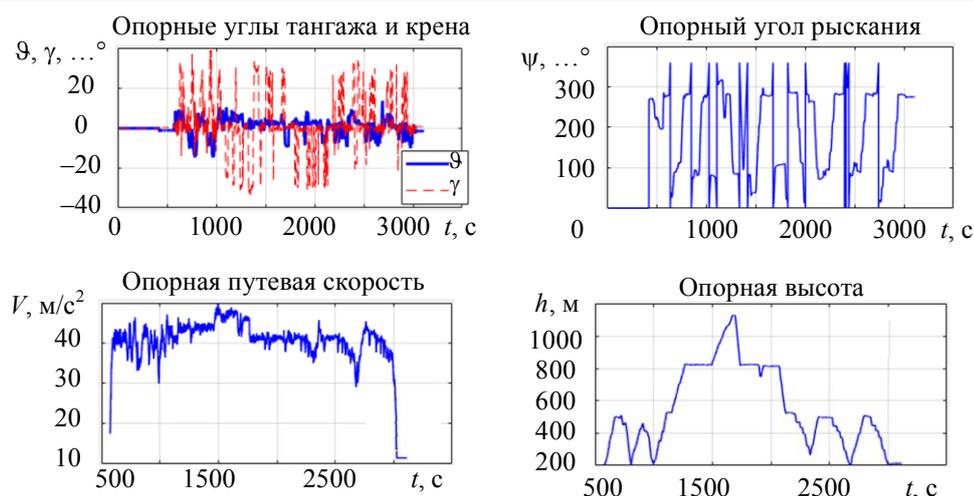


Рис. 2

В работе принято допущение об отсутствии боковой составляющей линейной скорости в промежуточной СК $OX'Y'Z'$, что характерно для ЛА самолетной схемы.

Алгоритм оценивания углов тангажа и крена на основе расширенного фильтра Калмана. Алгоритм объединения результатов измерения гировертикали, приборной скорости и барометрической высоты строится на основе расширенного фильтра Калмана (РФК) [15, 16]. Используем уравнения этапа экстраполяции:

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{G}_k \mathbf{Q}_k \mathbf{G}_k^T, \tag{1}$$

где \mathbf{F}_k — переходная на шаге k матрица динамики системы; \mathbf{G}_k — матрица, определяющая влияние вектора выходных шумов с ковариациями \mathbf{Q}_k ; $\mathbf{P}_{k|k-1}$ — априорная матрица ковариаций системы на шаге k ; \mathbf{P}_{k-1} — апостериорная матрица ковариаций системы на шаге $k - 1$.

Определим и пронумеруем элементы вектора состояния \mathbf{X} размерности (12,1) (см. таблицу).

Вектор состояния РФК

Элемент вектора	Обозначение, единица измерения	Параметр
\mathbf{X}_1	ϑ, \dots°	Угол тангажа
\mathbf{X}_2	γ, \dots°	Угол крена
\mathbf{X}_3	V'_{x_3} , м/с	Проекция вектора скорости ЛА на ось OX'
\mathbf{X}_4	V'_{y_3} , м/с	Проекция вектора скорости ЛА на ось OY'
\mathbf{X}_5	V'_{z_3} , м/с	Проекция вектора скорости ЛА на ось OZ'
\mathbf{X}_6	h , м	Высота ЛА
\mathbf{X}_7	ω_{0x} , рад/с	Систематическое в запуске смещение нуля гироскопа, установленного по оси OX связанной СК
\mathbf{X}_8	ω_{0y} , рад/с	Систематическое в запуске смещение нуля гироскопа, установленного по оси OY связанной СК
\mathbf{X}_9	ω_{0z} , рад/с	Систематическое в запуске смещение нуля гироскопа, установленного по оси OZ связанной СК
\mathbf{X}_{10}	a_{0x} , м/с ²	Систематическое в запуске смещение нуля акселерометра, установленного по оси OX связанной СК
\mathbf{X}_{11}	a_{0y} , м/с ²	Систематическое в запуске смещение нуля акселерометра, установленного по оси OY связанной СК
\mathbf{X}_{12}	a_{0z} , м/с ²	Систематическое в запуске смещение нуля акселерометра, установленного по оси OZ связанной СК

Система дифференциальных уравнений для получения априорной оценки вектора состояния $\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}$ формируется на основе численного интегрирования дифференциальных

кинематических уравнений изменения взаимного расположения связанной и промежуточной СК с учетом переносного ускорения, возникающего при развороте на угол рыскания:

$$\begin{aligned}\hat{\omega}'_y &= \omega_x^b \sin \hat{\vartheta} + \omega_y^b \cos \hat{\gamma} \cos \hat{\vartheta} - \omega_z^b \sin \hat{\gamma} \cos \hat{\vartheta}; \\ \hat{\vartheta} &= \omega_y^b \sin \hat{\gamma} + \omega_z^b \cos \hat{\gamma};\end{aligned}\quad (2)$$

$$\hat{\gamma} = \omega_x^b - \operatorname{tg} \hat{\vartheta} (\omega_y^b \cos \hat{\gamma} - \omega_z^b \sin \hat{\gamma});$$

$$\begin{pmatrix} \hat{V}'_x \\ \hat{V}'_y \\ \hat{V}'_z \end{pmatrix} = \mathbf{C}'_b \begin{pmatrix} a_x^b \\ a_y^b \\ a_z^b \end{pmatrix} - (\hat{\Psi} \times) \begin{pmatrix} \hat{V}'_x \\ \hat{V}'_y \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ g \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\hat{h} = \hat{V}'_y;$$

$$\dot{\omega}_{0x} = 0; \quad \dot{\omega}_{0y} = 0; \quad \dot{\omega}_{0z} = 0;$$

$$\dot{a}_{0x} = 0; \quad \dot{a}_{0y} = 0; \quad \dot{a}_{0z} = 0,$$

где a_x^b, a_y^b, a_z^b — проекции кажущегося ускорения на оси связанной системы координат, измеряемые акселерометром; $\omega_x^b, \omega_y^b, \omega_z^b$ — проекции вектора абсолютной угловой скорости вращения ЛА на оси связанной системы координат, измеряемые гироскопами;

$$(\hat{\Psi} \times) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \hat{\omega}'_y \\ 0 & 0 & 0 \\ -\hat{\omega}'_y & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ — кососимметрическая матрица относительного вращения промежу-$$

точной СК вокруг стартовой; \mathbf{C}'_b — матрица направляющих косинусов перехода от связан-

ной к промежуточной СК; $\begin{pmatrix} 0 \\ g \\ 0 \end{pmatrix}$ — ускорение силы тяжести в проекциях на оси промежу-

точной СК.

Начальные условия для решения системы (2) определены при помощи опорных значений заданной траектории, ошибки начальной выставки в работе не учитываются.

Элементы матрицы динамики системы \mathbf{F}_k вычисляются на каждом шаге при помощи линеаризации с использованием уравнений (2).

Оценка РФК выполняется при помощи следующих известных уравнений:

$$\mathbf{K}_k = \frac{\mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T}{\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k}, \quad (3)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{E} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1},$$

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \mathbf{I}_k,$$

где \mathbf{K}_k — матрица усиления РФК на шаге k ; \mathbf{H}_k — матрица измерений РФК на шаге k ; \mathbf{R}_k — матрица ковариаций шумов измерений на шаге k ; $\hat{\mathbf{X}}_k$ — апостериорная оценка вектора состояния на шаге k ; \mathbf{I}_k — вектор невязки измерений на шаге k .

Ковариационная матрица \mathbf{P} в начальный момент времени инициализирована при помощи квадратов среднеквадратических отклонений (СКО) следующих параметров: $\sigma_{\vartheta_0} = \sigma_{\gamma_0} = 10^\circ$ — начальной неопределенности углов тангажа и крена; $\sigma_{V'_{x0}} = \sigma_{V'_{y0}} = \sigma_{V'_{z0}} = 1$ м/с — начальной неопределенности проекций линейной скорости; $\sigma_{h_0} = 5$ м — начальной неопределенности высоты; $\sigma_{\omega_{x0}} = \sigma_{\omega_{y0}} = \sigma_{\omega_{z0}} = 0,2$ °/с — систематического смещения нуля гироскопов в запуске; $\sigma_{a_{x0}} = \sigma_{a_{y0}} = \sigma_{a_{z0}} = 0,2$ м/с² — систематического смещения нуля акселерометров в запуске.

В постоянной матрице ковариаций шумов системы \mathbf{Q} размерности (12,1) учтен винеровский случайный процесс для моделирования шумов элементов вектора состояния \mathbf{X} . Матрица \mathbf{Q} сформирована при помощи квадратов СКО следующих параметров: $\sigma_{\omega_{wn}} = 0,5$ °/с — белого шума измерений гироскопов; $\sigma_{a_{wn}} = 0,5$ м/с² — белого шума измерений акселерометров; $\sigma_{\omega_{wien}} = 5 \cdot 10^{-5}$ °/с² — порождающего шума винеровского случайного процесса измерений гироскопов; $\sigma_{a_{wien}} = 2 \cdot 10^{-6}$ м/с³ — порождающего шума винеровского случайного процесса моделирования измерений акселерометров.

Матрица ковариаций шумов измерений \mathbf{R} сформирована при помощи квадратов СКО следующих параметров: $\sigma_{V'_{ind}} = 1$ м/с — измерений приборной скорости; $\sigma_{V'_{z=0}} = 2$ м/с — отклонений от нулевого значения для боковой составляющей линейной скорости; $\sigma_{h_{bar}} = 2$ м — измерений барометрической высоты. Предложенный алгоритм предполагает увеличение значения $\sigma_{V'_{z=0}}$ при развороте, наличие которого фиксируется при возрастании абсолютного значения $\hat{\omega}'_y$.

Основой алгоритма объединения навигационной информации является выражение для формирования вектора невязки измерений \mathbf{I}_k размерностью (3,1) в допущении об отсутствии боковой составляющей линейной скорости в $OX'Y'Z'$:

$$\mathbf{I}_k = \mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} = \begin{pmatrix} V_{ind} \\ 0 \\ h_{bar} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{V}'_x \cos \hat{\vartheta} - \hat{V}'_y \sin \hat{\vartheta} \\ \hat{V}'_z \\ \hat{h} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где V_{ind} — приборная скорость, м/с; h_{bar} — барометрическая высота, м; \mathbf{Z} — вектор измерений.

Элементы матрицы измерений \mathbf{H} размерностью (3,12) вычисляются при помощи линеаризации с использованием уравнений (4). Соответствующие ненулевые элементы матрицы измерений записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{1,1} &= -\hat{V}'_x \sin \hat{\vartheta} + \hat{V}'_y \cos \hat{\vartheta}; \\ \mathbf{H}_{1,3} &= \cos \hat{\vartheta}; \quad \mathbf{H}_{1,4} = \sin \hat{\vartheta}; \\ \mathbf{H}_{2,5} &= 1; \quad \mathbf{H}_{3,6} = 1. \end{aligned} \quad (5)$$

Результаты математического моделирования. Моделирование начинается с момента появления достоверных данных приборной скорости. Выборка опорных данных сформирована на частоте 1 кГц. Обработка данных выполнена с прореживанием на частоте 200 Гц.

Выборка данных по измерениям сформирована на частоте 10 Гц. В представленных результатах все полученные данные синхронизированы и обрабатываются одним вектором.

Ошибки определения углов тангажа $\Delta\vartheta$ и крена $\Delta\gamma$, полученные в результате сравнения с опорными значениями углов, для траекторий № 1 и 2 представлены соответственно на рис. 3, а и б.

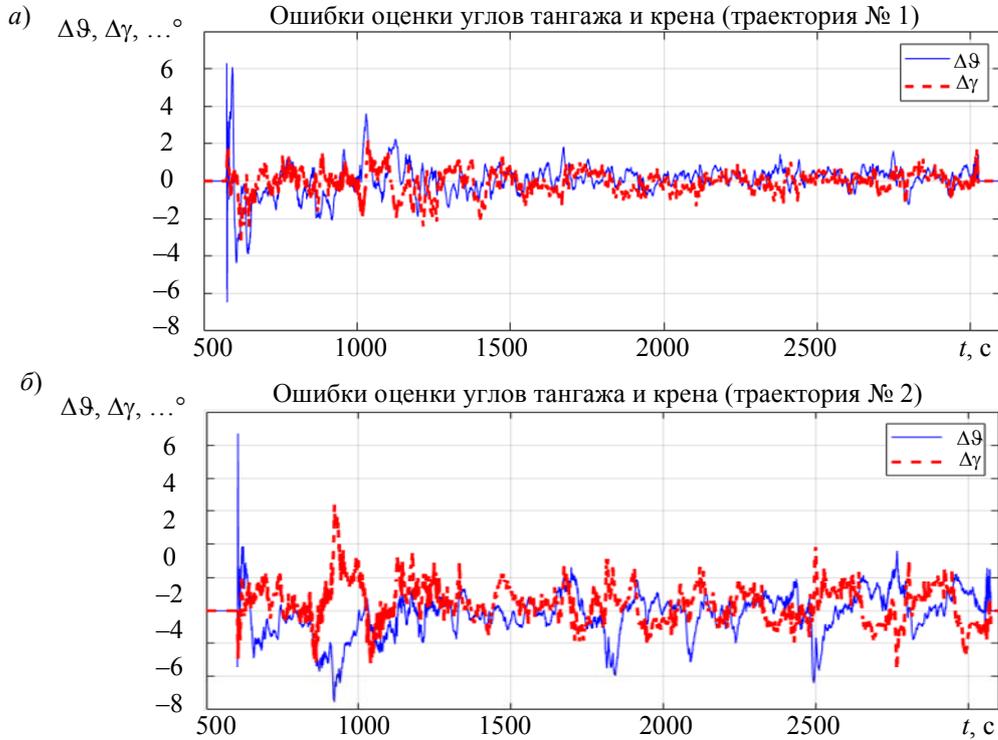


Рис. 3

Полученные оценки и заданные значения систематического смещения нуля гироскопов для траекторий № 1 и 2 представлены соответственно на рис. 4, а и б.

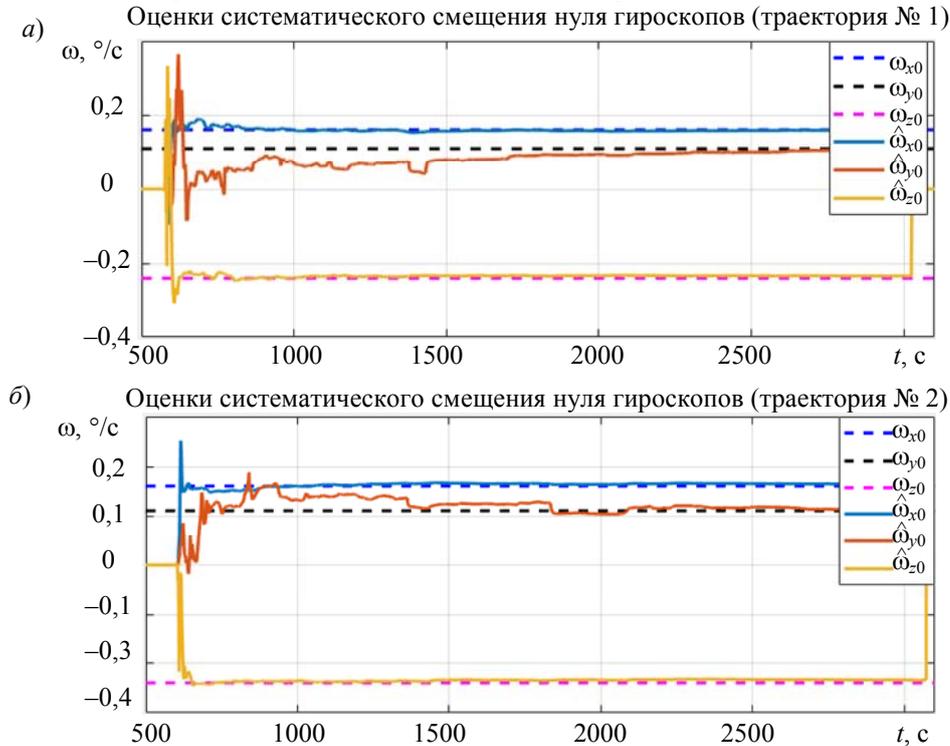


Рис. 4

Полученные оценки и заданные значения систематического смещения нуля акселерометров для траекторий № 1 и 2 представлены соответственно на рис. 5, а и б.

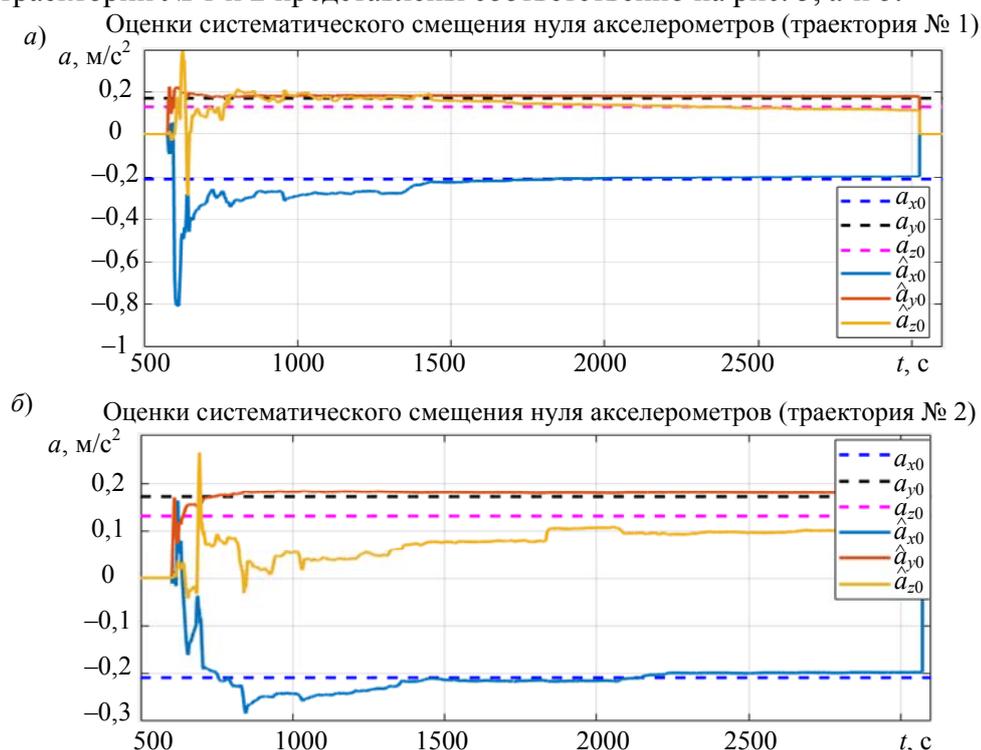


Рис. 5

Заключение. В работе предложен алгоритм комплексирования измерений БИГВ, указателя скорости и высотомера. Для имеющихся опорных траекторий погрешность оценки углов тангажа и крена в установившемся режиме работы фильтра не превышает 3° . При оценке погрешности определения углов тангажа и крена статистическими методами получено значение среднеквадратического отклонения $0,8^\circ$. Такой результат является хорошим для длительной работы (52 мин) автономной системы ориентации на подвижном объекте с использованием инерциальных датчиков средней точности. Оценки систематического смещения нулей гироскопов и акселерометров сходятся к истинным значениям.

Усовершенствование алгоритма возможно путем:

- добавления условий при изменении характера движения ЛА;
- изменения матриц ковариации фильтра в процессе движения;
- добавления алгоритма работы БИГВ в отсутствие данных о приборной скорости на базе комплементарного фильтра [5—7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Матвеев В. В., Распопов В. Я. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем. СПб: Электроприбор, 2009. 278 с. ISBN 978-5-900780-73-3.
2. Savage P. G. Strapdown fixed gain AHRS with GPS horizontal velocity and magnetometer heading aiding. Strapdown Associates, Inc. WBN-14029. 4 September 2021 [Электронный ресурс]: <www.strapdownassociates.com>.
3. Lopes H. J. D. Attitude Determination of Highly Dynamic Fixed-wing UAVs. Lisbon, Portugal: Instituto Superior Tecnico. 19.09.2011.
4. Madgwick S. O. H. An efficient orientation filter for inertial and inertial/magnetic sensor arrays. 30 April 2010. 32 p.
5. Матвеев В. В. Информационно-измерительные системы ориентации, стабилизации и навигации на кориолисовых вибрационных гироскопах: Дис. ... д.т.н. Тула: Тульский государственный университет, 2020. 361 с.

6. Mahony R., Hamel T., Pflimlin J.-M. Non-linear complementary filters on the special orthogonal group // IEEE Transact. on Automatic Control. 2008. Vol. 53, N 5. P. 1203—1217. DOI: 10.1109/TAC.2008.923738.
7. Yangzhu Wang, Ning Li, Xi Chen, Miao Liu. Design and Implementation of an AHRS Based on MEMS Sensors and Complementary Filtering // Advances in Mechanical Engineering. January 2014. Vol. 6. P. 214726. DOI:10.1155/2014/214726.
8. Hossam-E-Haider Md., Islam T., Islam Md. S. Comparison of Complementary and Kalman Filter Based Data Fusion for Attitude Heading Reference System // ICMEAS 2017. AIP Conf. Proc. 2017. Vol. 1919(1). DOI:10.1063/1.5018520.
9. Bingtuan Gao, Zhenyu Zhu, Jianguo Zhao, Boran Huang. A Wireless Swing Angle Measurement Scheme Using Attitude Heading Reference System Sensing Units Based on Microelectromechanical Devices // Sensors. 2014. Vol. 14. P. 22595—22612. DOI:10.3390/s141222595.8.
10. Пат. РФ 2564379С1. Бесплатформенная инерциальная курсоверткаль / В. Ф. Заец, В. С. Кулабухов, Б. О. Качанов. Опубл. 27.09.2015. Бюл. № 27.
11. Islam M. S., Shajid-Ul-Mahmud M., Islam T., Amin M. S., and Hossam-E-Haider Md. A low cost MEMS and complementary filter based attitude heading reference system (AHRS) for low speed aircraft // 3rd Intern. Conf. on Electrical Engineering and Information Communication Technology (ICEEICT). Dhaka, Bangladesh, 2016. P. 1—5. DOI: 10.1109/CEEICT.2016.7873047.
12. Lee S. Ch., Hong S. K. Velocity-Aided Attitude Estimation for Helicopter Aircraft Using Microelectromechanical System Inertial-Measurement Units // Sensors. 2016. Vol. 16, N 12. P. 2102. DOI:10.3390/s16122102.
13. Xiaoyu Ye, Yifan Zeng, Qinghua Zeng, Yijun Zou. Airspeed-Aided State Estimation Algorithm of Small Fixed-Wing UAVs in GNSS-Denied Environments // Sensors. 2022. Vol. 22. P. 3156.
14. Савельев Ю. П. Лекции по уравнениям динамики полета и внешней баллистики. СПб, 2003. 350 с. ISBN 5-901954-11-4.
15. Savage P. G. Strapdown analytics. Strapdown Associates, Inc. 2000 [Электронный ресурс]: <www.strapdownassociates.com>.
16. Степанов О. А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 2. Введение в теорию фильтрации. СПб: Электроприбор, 2012. 417 с.

Сведения об авторах

- Илья Леонидович Суров** — АО „ГИРООПТИКА“, отдел систем управления; начальник отдела; E-mail: surov@gyro.ru
- Ксения Сергеевна Алексеева** — канд. техн. наук, доцент; БГТУ „ВОЕНМЕХ“ им. Д. Ф. Устинова, кафедра динамики и управления полетом летательных аппаратов E-mail: alekseeva_ks@voenmeh.ru
- Анастасия Александровна Сизова** — канд. техн. наук, доцент; БГТУ „ВОЕНМЕХ“ им. Д. Ф. Устинова, кафедра динамики и управления полетом летательных аппаратов E-mail: sizova_aa@voenmeh.ru
- Татьяна Юрьевна Лемешонок** — канд. техн. наук, доцент; БГТУ „ВОЕНМЕХ“ им. Д. Ф. Устинова, кафедра динамики и управления полетом летательных аппаратов E-mail: lemeshonok_tiu@voenmeh.ru

Поступила в редакцию 02.03.2023; одобрена после рецензирования 16.03.2023; принята к публикации 22.06.2023.

REFERENCES

1. Matveev V.V., Raspopov V.Ya. *Osnovy postroyeniya besplatformennykh inertial'nykh navigatsionnykh sistem* (Basics of Building Strapdown Inertial Navigation Systems), St. Petersburg, 2009, 278 p., ISBN 978-5-900780-73-3.
2. Savage P.G. *Strapdown fixed gain AHRS with GPS horizontal velocity and magnetometer heading aiding*, Strapdown Associates, Inc. WBN-14029, September 4, 2021, www.strapdownassociates.com.
3. Hugo J. *Dias Lopes Attitude Determination of Highly Dynamic Fixed-wing UAVs*, Instituto Superior Tecnico, Lisbon, Portugal, 09.19.2011.
4. Sebastian O.H. *Madgwick An efficient orientation filter for inertial and inertial/magnetic sensor arrays*. April 30, 2010, 32 p.
5. Matveev V.V. *Informatsionno-izmeritel'nyye sistemy oriyentatsii, stabilizatsii i navigatsii na koriolisovykh vibratsionnykh giroskopakh* (Information-Measuring Systems of Orientation, Stabilization and Navigation on Coriolis Vibratory Gyroscopes), Doctor's thesis, Tula, 2020, 361 p. (in Russ.)

6. Mahony R., Hamel T., Pflimlin J.-M. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, no. 5(53), pp. 1203–1217, DOI: 10.1109/TAC.2008.923738.
7. Yangzhu Wang, Ning Li, Xi Chen, Miao Liu. *Advances in Mechanical Engineering*, January, 2014, vol. 6, pp. 214726, DOI:10.1155/2014/214726.
8. Hossam-E-Haider Md., Islam T., Islam Md. S. *International Conference on Mechanical Engineering and Applied Science (ICMEAS 2017)*, AIP Conference Proceedings, 2017, no. 1(1919), DOI:10.1063/1.5018520.
9. Bingtuan Gao, Zhenyu Zhu, Jianguo Zhao, Boran Huang, *Sensors*, 2014, vol. 14, pp. 22595–22612, DOI:10.3390/s141222595.8.
10. Patent RU 2564379C1, *Besplatformennaya inertsiyal'naya kursovertikal'* (Strapdown Inertial Course Vertical), V.F. Zaets, V.S. Kulabukhov, B.O. Kachanov, Published 27.09.2015, Bulletin 27. (in Russ.)
11. Islam M.S., Shajid-Ul-Mahmud M., Islam T., Amin M.S. and Hossam-E-Haider M. *2016 3rd International Conference on Electrical Engineering and Information Communication Technology (ICEEICT)*, Dhaka, Bangladesh, 2016, pp. 1–5, DOI: 10.1109/CEEICT.2016.7873047.
12. Sang Cheol Lee, Sung Kyung Hong, *Sensors*, 2016, no. 16(12), pp. 2102, DOI:10.3390/s16122102.
13. Xiaoyu Ye, Yifan Zeng, Qinghua Zeng, Yijun Zou, *Sensors*, 2022, vol. 22, pp. 3156.
14. Saveliev Yu.P. *Lektsii po uravneniyam dinamiki poleta i vneshney ballistiki* (Lectures on Equations of Flight Dynamics and External Ballistics), St. Petersburg, 2003, 350 p., ISBN 5-901954-11-4. (in Russ.)
15. Savage P.G. *Strapdown analytics*, Strapdown Associates, Inc. 2000, www.strapdownassociates.com.
16. Stepanov O.A. *Osnovy teorii otsenivaniya s prilozheniyami k zadacham obrabotki navigatsionnoy informatsii. Chast' 2. Vvedeniye v teoriyu fil'tratsii* (Fundamentals of the Theory of Estimation with Applications to the Problems of Processing Navigational Information. Part 2. Introduction to the Theory of Filtration), St. Petersburg, 2012, 417 p. (in Russ.)

Data on authors

- | | |
|-------------------------------|---|
| Ilya L. Surov | — GYROOPTICS JSC, Department of Control Systems; Head of the Department; E-mail: surov@gyro.ru |
| Ksenia S. Alekseeva | — PhD, Associate Professor; D. F. Ustinov Baltic State Technical University VOENMEH, Department of Dynamics and Flight Control of Aircraft, E-mail: alekseeva_ks@voenmeh.ru |
| Anastasia A. Sizova | — PhD, Associate Professor; D. F. Ustinov Baltic State Technical University VOENMEH, Department of Dynamics and Flight Control of Aircraft, E-mail: sizova_aa@voenmeh.ru |
| Tatyana Yu. Lemeshonok | — PhD, Associate Professor; D. F. Ustinov Baltic State Technical University VOENMEH, Department of Dynamics and Flight Control of Aircraft, E-mail: lemeshonok_tiu@voenmeh.ru |

Received 02.03.2023; approved after reviewing 16.03.2023; accepted for publication 22.06.2023.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРА КЛАСТЕРА
И ЧИСЛА РЕПЛИК ВЫСОКОНАГРУЖЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Т. М. ТАТАРНИКОВА^{1*}, Е. Д. АРХИПЦЕВ², Н. С. КАРМАНОВСКИЙ³

¹ Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
Санкт-Петербург, Россия
*tm-tatarn@yandex.ru

² Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
„ЛЭТИ“ им. В.И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Россия

³ Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. Проанализирована задача обеспечения качества обслуживания клиентов высоконагруженных информационных систем. Рассмотрены решения, предназначенные для обеспечения масштабирования таких систем. Предложена процедура определения необходимого числа узлов вычислительного кластера, основанная на теории очередей. Приведены результаты вычислительного эксперимента по выбору размера кластера, пропускная способность которого обеспечивает среднее время выполнения запроса пользователя, значение которого ниже установленного допустимого. Предложена модель определения числа реплик узлов, при котором при заданной интенсивности поступления запросов на обновление можно избежать критического уровня конфликта „запись—запись“.

Ключевые слова: высоконагруженная информационная система, качество обслуживания клиента, масштабирование, репликация, математическое моделирование

Ссылка для цитирования: Татарникова Т. М., Архипцев Е. Д., Кармановский Н. С. Определение размера кластера и числа реплик высоконагруженных информационных систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 8. С. 646—651. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-646-651.

DETERMINING THE CLUSTER SIZE
AND THE NUMBER OF REPLICAS OF HIGHLY LOADED
INFORMATION SYSTEMS

T. M. Tatarnikova^{1*}, E. D. Arkhipsev², N. S. Karmanovskiy³

¹ St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia
*tm-tatarn@yandex.ru

² St. Petersburg Electrotechnical University, St. Petersburg, Russia

³ ITMO University, St. Petersburg, Russia

Abstract. The problem of ensuring the quality of customer service for highly loaded information systems is discussed. Existing solutions for scaling highly loaded information systems are considered. A procedure for determining the required number of nodes in a computing cluster based on the queuing theory is proposed. Results of a computational experiment on choosing the size of a computational cluster to ensure the average time for a user request executing to be below the established allowable time, are presented. A model for determining the number of replicas is proposed, in which, at a given intensity of incoming update requests, it is possible to avoid the critical level of the write-write conflict.

Keywords: high-load information system, customer service quality, scaling, replication, mathematical modeling

For citation: Tatarnikova T. M., Arkhiptsev E. D., Karmanovskiy N. S. Determining the cluster size and the number of replicas of highly loaded information systems. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 8. P. 646—651 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-646-651.

Введение. Задача обеспечения качества обслуживания клиентов высоконагруженных информационных систем (ИС) — получения запрашиваемых данных за допустимое время, называемое „временем терпеливости“ пользователя при непрерывной работе ИС, и безостановочного доступа других клиентов — остается актуальной [1, 2].

Высокая нагрузка порождается большим количеством активных пользователей, объемом данных и сложными алгоритмами их обработки, а также фоновыми процессами.

Таким образом, обеспечение устойчивости системы к высокой нагрузке предполагает комплексное решение: реализацию алгоритмов обработки больших объемов данных, выбор оборудования, настройку операционной системы и программного обеспечения, использование механизмов масштабирования [3, 4].

В настоящей статье предлагаются решения (модели и методика), позволяющие масштабировать ИС с целью обеспечения качества обслуживания клиентов.

Способы масштабирования информационных систем. Существует два способа масштабирования ИС: репликация и фрагментация [5].

Репликация подразумевает копирование одних и тех же баз данных или их частей (реплик) на нескольких узлах вычислительного кластера. Количество реплик называется коэффициентом репликации. С целью ускорения доступа часто запрашиваемые в одном запросе данные размещаются на одном узле [6].

Риск несогласованности данных является основным недостатком репликации — некоторые пользователи могут получить устаревшие данные в силу того, что обновления на репликах данных выполняются с определенной задержкой, называемой окном несогласованности.

Фрагментация подразумевает, что разные части базы данных размещаются на множестве узлов одного кластера. Желательно так сгруппировать данные, чтобы один пользователь в основном получал данные с одного узла. В базах данных типа NoSQL для группировки применяется естественная единица хранения данных — агрегат, объединяющий данные, которые, как правило, запрашиваются одновременно.

Репликация и фрагментация являются ортогональными методами: можно использовать любой из них или оба вместе. Репликация бывает двух видов: по одноранговой схеме или по схеме „ведущий—ведомый“ [7].

При одноранговой репликации все узлы кластера имеют одинаковый вес и могут выполнять операции записи. Однако, когда выполняется запись в два разных места, есть риск, что два человека попробуют обновить одну и ту же запись в один и тот же момент времени. Таким образом, возникает конфликт „запись—запись“. Несогласованность результатов чтения тоже приводит к проблемам, но они являются преодолимыми, а несогласованность результатов записи необратима.

При распределении данных по схеме „ведущий—ведомый“ происходит репликация данных по многим узлам кластера. Один из узлов назначается ведущим — доверенным источником. Остальные узлы являются ведомыми. Процесс репликации синхронизирует ведомые узлы с ведущим.

Репликация „ведущий—ведомый“ — это решение для баз данных с интенсивным выполнением операции чтения и неудачное для баз данных с интенсивным трафиком записи: если часто обновлять данные на ведущем узле, то вероятность того, что пользователи будут получать несогласованные данные, растет с увеличением числа ведомых узлов [8].

Преимуществом репликации „ведущий—ведомый“ является отказоустойчивость чтения: если на ведущем узле произойдет отказ, ведомые узлы смогут по-прежнему обрабатывать запросы на чтение. Сбой ведущего узла сделает невозможной запись данных до тех пор, пока его работа не будет восстановлена. И наличие реплик узлов ускоряет процесс восстановления ведущего узла после его сбоя.

Различают строгую и итоговую согласованность: строгая гарантирует, что данные вернутся неискаженными и не устареют; итоговая не может гарантировать, что данные вернутся полностью неискаженными, но со временем данные обновятся на всех репликах.

Уточним, что количество узлов в кластере и коэффициент репликации — это разные параметры ИС. Например, кластер может иметь 100 узлов при коэффициенте репликации, равном 3. При распределенном хранении базы данных необходимо найти баланс (золотую середину) между этими параметрами. С одной стороны, время отклика на запрос пользователя не должно быть выше допустимого времени $T_{\text{доп}}$, которое определяет гарантированное время терпеливости клиента и соответственно качество функционирования ИС [9]. С другой стороны, окно несогласованности должно гарантировать, что конфликт чтения данных устраним за ограниченное время [10].

Определение размера кластера. Представим кластер замкнутой системой массового обслуживания, в которой N — число узлов кластера. Узлы задаются временем обслуживания $T_{i\text{сер}}$, $i = \overline{1, N}$. Переход запроса клиента распределенной базы данных задается матрицей вероятностей p_{ij} . Необходимо найти оптимальное количество узлов кластера, такое чтобы запрос клиента выполнялся за допустимое время $T_{\text{доп}}$.

Для решения поставленной задачи предлагается следующая рекуррентная процедура:

$$\bar{T}_i(J) = T_{i\text{сер}} \left(1 + \left(\frac{\bar{L}_i(J-1)}{N} \right) \right), \quad i = \overline{1, N}; \quad (1)$$

$$\bar{T}(J) = \sum_{i=1}^N e_i \bar{T}_i(J); \quad (2)$$

$$\bar{\Lambda}(J) = \frac{J}{\bar{T}(J)}; \quad (3)$$

$$\bar{L}_i(J) = \bar{\Lambda}(J) e_i \bar{T}_i(J), \quad (4)$$

где $\bar{T}_i(J)$ — среднее время пребывания заявки в i -м узле при наличии в сети J заявок; $\bar{T}(J)$ — среднее время пребывания заявки в кластере при наличии в сети J заявок; $\bar{\Lambda}(J)$ — пропускная способность кластера при наличии в нем J заявок; вектор $e = [e_i]_{i=\overline{1, N}}$ является решением системы линейных уравнений

$$e_i = \sum_{j=1}^N e_j p_{ij}, \quad (5)$$

которая определяет стационарное распределение цепи Маркова, управляющей переходами заявок с матрицей вероятностей переходов p_{ij} , $i, j = \overline{1, N}$.

Система (5) решается при дополнительном ограничении $\sum_{i=1}^N e_i = 1$. Решение (1)—(5) начинается с $\bar{L}_i(0) = 0$, для $i = \overline{1, N}$.

Если выполняется условие:

$$\frac{\Lambda(j-1)}{\Lambda(j)} \geq \varepsilon, \quad 0,9 < \varepsilon < 1, \quad (6)$$

то система вошла в состояние насыщения — найдено максимальное число заявок, при котором система находится в стационарном режиме.

Если выполняется условие:

$$T \leq T_{\text{доп}}, \tag{7}$$

то оптимальная структура системы — число узлов кластера — найдена, если не выполняется, следует увеличить число каналов (узлов) на единицу и повторить процедуру (1)—(5) для новой структуры. Структурная оптимизация повторяется до выполнения условия (7).

Наращивание вычислительной мощности кластера через увеличение узлов — не единственный способ выбора оптимальной структуры кластера. Воспользовавшись процедурой (1)—(5), можно подобрать характеристики узлов, на которых строится кластер. На практике это означает замену узлов новыми, более производительными.

На рис. 1 приведена зависимость времени обработки запроса клиента от размера кластера (числа узлов N). Если принять $T_{\text{доп}} = 0,33$ с, то из рис. 1 видно, что при $N = 3$ среднее время обработки запроса пользователя составит 0,5 с, что не соответствует $T_{\text{доп}}$. Увеличение числа узлов кластера до 10 позволяет сократить время отклика на запрос пользователя и выполнить условие (7). Вычисления производились при $T_{\text{исер}} = 0,3$ с, $i=1, N$.

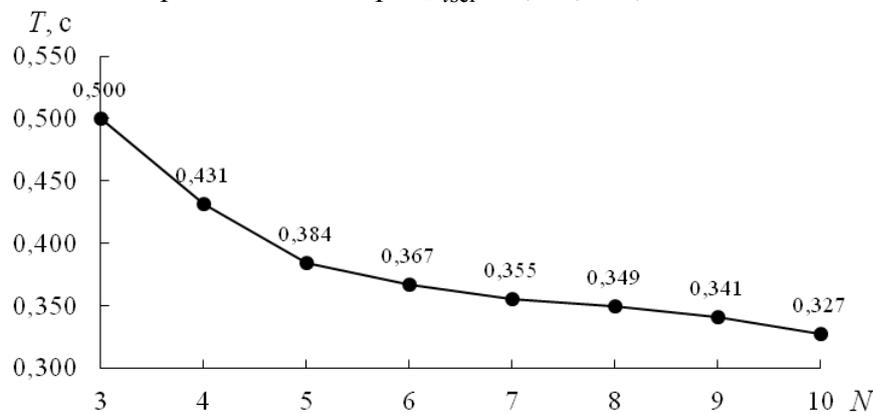


Рис. 1

На рис. 2 представлена динамика вхождения системы в состояние насыщения при $N = 3$ и $T_{\text{исер}} = 0,3$ с, $i=1,3$. Для других значений N динамика процесса насыщения системы аналогична приведенной на рис. 2.

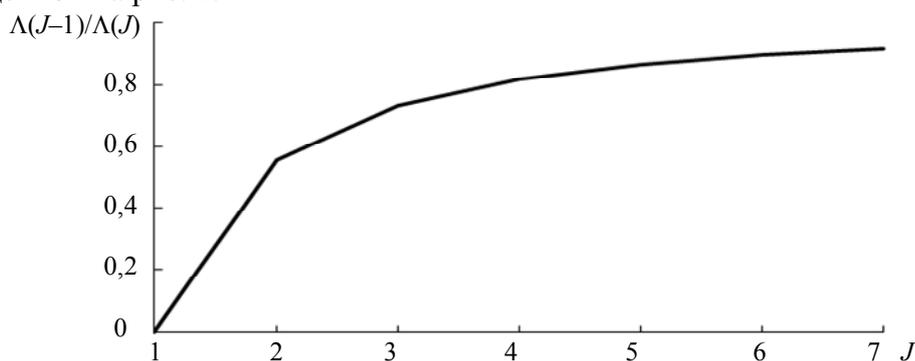


Рис. 2

Определение числа реплик. Для случайно поступающих запросов на запись вероятность пересечения двух или более запросов равна

$$P_w = 1 - e^{-\lambda T_w}, \tag{8}$$

где λ — реальная интенсивность поступления запросов на обновление данных в интервале времени T_w .

Определим максимальное количество узлов, участвующих в записи, R — число реплик узлов, при котором при заданной интенсивности поступления запросов на обновление можно избежать критического уровня конфликта „запись—запись“:

$$R\lambda T_w = \frac{1}{e}, \quad (9)$$

слева в (9) приведена максимальная производительность ВЦ, тогда

$$R = (e\lambda T_w)^{-1}. \quad (10)$$

На рис. 3 приведены результаты выбора числа реплик при разной интенсивности запросов на запись (обновление) данных $\lambda \in [0,05; 0,5]$ и размера окна несогласованности T_w .

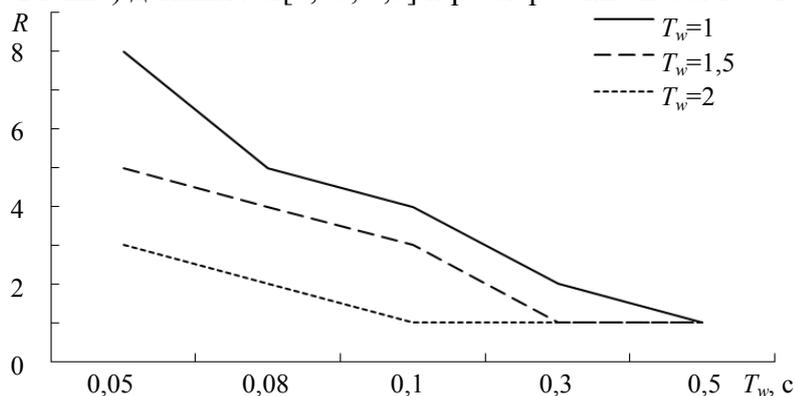


Рис. 3

Таким образом, для снижения риска формирования некорректных очередей запросов можно настраивать частоту обновления данных или при необходимости соблюдения интенсивности обновления данных — оценить число реплик, позволяющих не выходить за пределы окна несогласованности.

Заключение. Рассмотрены решения, предназначенные для масштабирования высоконагруженных информационных систем.

Предложена рекуррентная процедура выбора оптимальной структуры кластера для решения задачи фрагментации. Вычислительный эксперимент демонстрирует наращивание размера вычислительного кластера, пропускная способность которого обеспечивает среднее время выполнения запроса пользователя ниже установленного допустимого.

Предложена модель определения числа реплик, при котором для заданной интенсивности поступления запросов на обновление возможно избежать критического уровня конфликта „запись—запись“. Построена зависимость числа реплик от времени выполнения запроса при разных размерах окна несогласованности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тузов А. В. Исследование возможности использования линейной регрессии для предсказания расхода памяти в высоконагруженной информационной системе // Вестн. ЮУрГУ. Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. 2018. Т. 18, № 3. С. 5—11.
2. Bogatyrev V. A., Derkach A. N., Aleksankov S. M. The model of reliability of dublicated real-time computers for cyber-physical systems // Studies in Systems, Decision and Control. 2020. Vol. 260. P. 11—21.
3. Амиров С. Н. Особенности разработки высоконагруженных систем // International Journal of Open Information Technologies. 2020. Vol. 8, N 8. P. 32—47.
4. Городничев М. Г., Кочупалов А. Е. Исследование методов межпроцессного взаимодействия в информационной системе с горизонтальным взаимодействием // Вестн. Евразийской науки. 2018. Т. 10, № 4. С. 1—32.

5. Подольный В. П. Архитектура высоконагруженных систем. Системы сбора информации, распределенные системы управления, системы реального времени. М.: ООО „САМ Полиграфист“, 2022. 160 с.
6. Цвящченко Е. В. Анализ согласованности базы данных NoSQL на этапе проектирования информационной системы // Информационные системы и технологии. 2016. № 1. С. 74—83.
7. Богатырев В. А., Лисичкин Д. Э. Оптимизация периодичности инициализации контроля на основе дублированных вычислений // Программные продукты и системы. 2019. № 2. С. 214—220.
8. Sovetov B. Ya., Tatarnikova T. M., Poymanova E. D. Storage scaling management model // Information and Control Systems. 2020. № 5(108). С. 43—49. DOI: 10.31799/1684-8853-2020-5-43-49.
9. Татарникова Т. М., Вольский А. В. Оценка вероятностно-временных характеристик сетевых узлов с дифференциацией трафика // Информационно-управляющие системы. 2018. № 3(94). С. 54—60. DOI: 10.15217/issn1684-8853.2018.3.54.
10. Татарникова Т. М., Елизаров М. А. Процедура разрешения коллизий в RFID-системе // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60, № 2. С. 150—157. DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-2-150-157.

Сведения об авторах

- Татьяна Михайловна Татарникова** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Институт информационных технологий и программирования; директор института; E-mail: tm-tatarn@yandex.ru
- Евгений Дмитриевич Архипцев** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет „ЛЭТИ“ им. В.И. Ульянова (Ленина); кафедра информационных систем; E-mail: lokargenia@gmail.com
- Николай Сергеевич Кармановский** — канд. техн. наук; Университет ИТМО, факультет безопасности информационных технологий; E-mail: karmanov50@mail.ru

Поступила в редакцию 23.03.23; одобрена после рецензирования 06.04.23; принята к публикации 22.06.23.

REFERENCES

1. Tuzov A.V. *Bulletin of The South Ural State University. Series: Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2018, no. 3(18), pp. 5–11. (in Russ.)
2. Bogatyrev V.A., Derkach A.N., Aleksankov S.M. *Studies in Systems, Decision and Control*, 2020, vol. 260, pp. 11–21.
3. Amirov S.N. *International Journal of Open Information Technologies*, 2020, no. 8(8), pp. 32–47. (in Russ.)
4. Gorodnichev M.G., Kochupalov A.E. *The Eurasian Scientific Journal*, 2018, no. 4(10), pp. 1–32. (in Russ.)
5. Podolny V.P. *Arkhitektura vysokonagruzhennykh sistem. Sistemy sbora informatsii, raspredelennyye sistemy upravleniya, sistemy real'nogo vremeni* (Architecture of Highly Loaded Systems. Information Collection Systems, Distributed Control Systems, Real-Time Systems), Moscow, 2022, 160 p. (in Russ.)
6. Cvyashhenko E.V. *Information Systems and Technologies*, 2016, no. 1, pp. 74–83. (in Russ.)
7. Bogatyrev V.A., Lisichkin D.E. *Software & Systems*, 2019, no. 2, pp. 214–220. (in Russ.)
8. Sovetov B.Ya., Tatarnikova T.M., Poymanova E.D. *Information and Control Systems*, 2020, no. 5(108), pp. 43–49, DOI: 10.31799/1684-8853-2020-5-43-49.
9. Tatarnikova T.M., Volskiy A.V. *Information and Control Systems*, 2018, no. 3(94), pp. 54–60, DOI: 10.15217/issn1684-8853.2018.3.54. (in Russ.)
10. Tatarnikova T.M., Elizarov M.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2017, no. 2(60), pp. 150–157, DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-2-150-157. (in Russ.)

Data on authors

- Tatiana M. Tatarnikova** — Dr. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Institute of Information Technologies and Programming; Director of the Institute; E-mail: tm-tatarn@yandex.ru
- Evgeny D. Arkhiptsev** — Post-Graduate Student; St. Petersburg Electrotechnical University, Department of Information Systems; E-mail: lokargenia@gmail.com
- Nikalay S. Karmanovskiy** — PhD; ITMO University, Faculty of Secure Information Technologies; E-mail: karmanov50@mail.ru

Received 23.03.23; approved after reviewing 06.04.23; accepted for publication 22.06.23.

МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРНО-ФРИКЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СТОПЫ
С ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БАЗИСА ОБОБЩЕННЫХ ФУНКЦИЙ ЭРМИТА

В. М. МУСАЛИМОВ^{1*}, М. А. ЕРОФЕЕВ¹, Ю. С. МОНАХОВ², М. С. МАЛОВ²

¹ ИППМаш РАН, Санкт-Петербург, Россия
* musvm@yandex.ru

² Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. Исследован ряд основных механизмов формирования реакции опорной поверхности при ходьбе человека. В качестве методологии использовались биомеханический анализ движений с учетом фаз движений стопы. Предложен принципиально новый подход к построению моделей трения стопы с использованием функций Эрмита, позволивший учесть ударные импульсы сил трения и нормального давления для оценок коэффициентов трения скольжения и вращения системы „стопа—опорная поверхность“. Практическая значимость работы определяется ценностью развития экспериментально-аналитических подходов к задачам модернизации ортопедических изделий нижних конечностей (протезов, ортезов, ортопедической обуви и стелек) и их функциональных элементов.

Ключевые слова: биомеханический анализ движений, ударно-фрикционное взаимодействие стопы, функция Эрмита, гипотеза Рауса, коэффициенты трения скольжения, коэффициенты трения вращения

Ссылка для цитирования: Мусалимов В. М., Ерофеев М. А., Монахов Ю. С., Малов М. С. Моделирование ударно-фрикционного взаимодействия стопы с опорной поверхностью с использованием базиса обобщенных функций Эрмита // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 8. С. 652—659. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-652-659.

MODELING SHOCK-FRICTION INTERACTION
OF THE FOOT WITH THE SUPPORTING SURFACE USING THE BASIS
OF GENERALIZED HERMITE FUNCTIONS

V. M. Musalimov^{1*}, M. A. Erofeev¹, Yu. S. Monakhov², M. S. Malov²

¹ Institute for Problems in Mechanical Engineering of the RAS, St. Petersburg, Russia
musvm@yandex.ru

² ITMO University, St. Petersburg, Russia

Abstract. A number of basic mechanisms of formation of the reaction of the supporting surface during human walking are studied. As a methodology, biomechanical analysis of movements is used with the account for the phases of foot movements. A fundamentally new approach to the construction of foot friction models using the Hermite functions is proposed, which enables accounting for the shock impulses of the friction forces and normal pressure for estimating the sliding and spinning friction coefficients of the “foot–support surface” system. The work practical significance is determined by the value of developing experimental and analytical approaches to the problems of modernizing lower limb orthopedic products (prostheses, orthoses, orthopedic shoes and insoles) and their functional elements.

Keywords: biomechanical analysis of movement, impact-friction foot-ground interaction, Hermite function, Routh hypothesis, gliding-friction coefficients, friction-rotation coefficients

For citation: Musalimov V. M., Erofeev M. A., Monakhov Yu. S., Malov M. S. Modeling shock-friction interaction of the foot with the supporting surface using the basis of generalized Hermite functions. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 8. P. 652—659 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-652-659.

Введение. При проведении реабилитационных процедур возникает необходимость в управлении медиальным поворотным движением ортезов [1, 2], однако исследованию механики ротационного контакта пятки и носка стопы ранее не уделялось должного внимания. В настоящей статье рассматривается механика ударно-фрикционного взаимодействия пятки и носка стопы с опорной поверхностью, которое описывается финитными функциями Эрмита. При этом справедлива гипотеза Рауса: ударный импульс силы трения связан с ударным импульсом нормальной силы по закону Кулона.

Таким образом, при анализе и обработке экспериментальных данных авторы использовали функции Эрмита [3—5] и подходы Рауса [6] к оценке коэффициентов трения скольжения и верчения пятки/носка с учетом ударных импульсов сил трения скольжения/верчения и ударных импульсов нормального давления. Отметим, что функции Эрмита являются собственными функциями преобразования Фурье [7, 8], а разложение по функциям Эрмита также называют рядами Грам—Чарли [9—11].

Организация эксперимента. В настоящей работе использованы данные экспериментального исследования кинематики и динамики голеностопного сустава. В эксперименте принимали участие женщины и мужчины без явных нарушений здоровья, без каких-либо травм и хирургических болезней, не являющиеся профессиональными спортсменами. Перед проведением испытаний на динамометрической платформе и кинематических исследований в оптической маркерной системе с каждого испытуемого снимались антропометрические показатели, необходимые в последующих расчетах. Основные параметры: рост, вес, длина бедра, голени, ширина таза и высота тазовых костей, диаметр колен и голени. На динамометрической платформе, включающей систему из сенсоров (четыре датчика на квадратный сантиметр), равномерно распределенных по площади платформы, регистрировались распределения давления на стопу. Испытания проводились на базе лаборатории кинезиологии и биомеханики Тартуского университета (Эстония) для двух темпов ходьбы: нормального и быстрого. Каждый проход повторялся по три раза. Были построены коррелирующие с циклом шага графики реакции опоры: силы на пятке, медиально-латеральной силы, силы в вертикальном направлении.

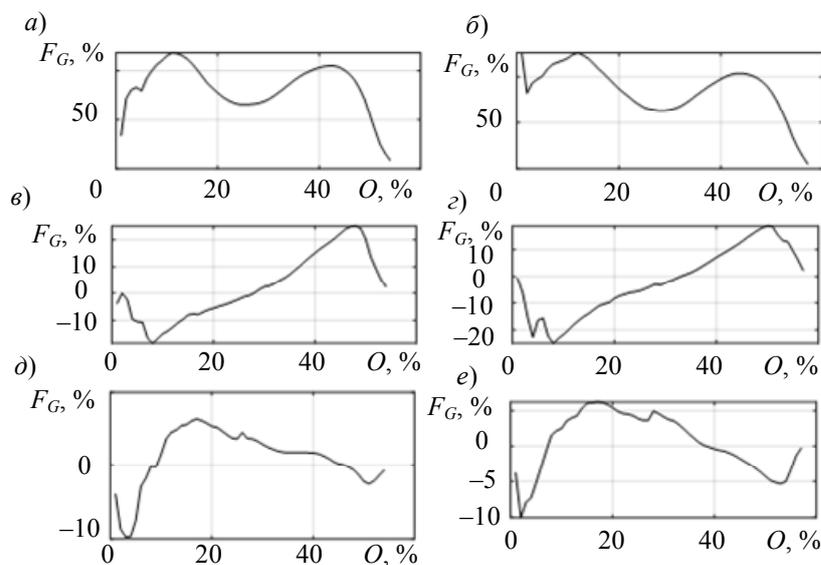


Рис. 1

На рис. 1 представлены экспериментальные данные о составляющих опорных реакций стопы. Отметим, что по оси ординат отложены доли цикла шага F_G (в случае необходимости можно перейти к пространственному или временному пересчету показателей оси). На оси абсцисс (стандартный формат представления данных) отложен цикл шага O , выраженный в процентах. Данные контакта стопы с динамометрической платформой являются основой для диагностики и базой при построении моделей. Конкретный вид этих зависимостей имеет достаточно устойчивый характер [12—15].

Вертикальная составляющая опорных реакций стопы представлена на рис. 1, *a* — для левой и *б* — для правой ноги. Отметим характерные особенности взаимодействия, согласно [12—15]: оно описывается двугорбой кривой с двумя максимумами и одним минимумом. Оба максимума и минимум приходятся на период одиночного ударного контакта стопы с опорной поверхностью. Минимум вертикальной составляющей реакции опоры приходится точно между фазами подъема и падения, что соответствует $F_G = 77—80$ %. Величина максимального экстремума вертикальной составляющей опорной реакции стопы (максимума подъема или падения) имеет особое название — динамическая опороспособность конечности. При этом динамическая опороспособность конечности определяется по тому из двух экстремумов, который имеет большее значение в периоде опоры.

Продольная составляющая опорной реакции стопы представлена на рис. 1, *в* и *г*. В первой половине периода одиночного ударного контакта стопы с опорной поверхностью вектор силы, приложенной к опоре со стороны конечности, сонаправлен с направлением движения (а вектор реакции опоры направлен в противоположную сторону). В конце периода сила имеет обратное направление, а реакция опоры соответствует направлению движения. Поскольку направление вектора силы меняется на противоположное, то как раз в середине периода одиночного ударного контакта стопы с опорной поверхностью продольная составляющая реакции опоры проходит через нулевое значение. Данная кривая имеет два главных пика. Первый из них отрицательный, второй имеет место при $F_G = 19—20$ %. Первый максимум продольной составляющей опорной реакции стопы приходится на конец первого периода двойного ударного контакта стопы с опорной поверхностью — это максимум торможения. Второй максимум продольной составляющей реакции опоры имеет место в начале второго периода двойной опоры — это максимум ускорения или отталкивания.

Поперечная составляющая опорной реакции стопы (рис. 1, *д*, *е*) — это наименьшая по амплитуде составляющая реакции опоры. Для периода одиночного ударного контакта стопы с опорной поверхностью характерны два экстремума с амплитудой $F_G = 4—5$ и $3—4$ %.

Работы [12—15] позволяют уточнить характер взаимодействия стопы с опорной поверхностью как ударный с учетом малого периода фаз контакта стопы с опорной поверхностью. Для этого выделяются критические точки составляющей опорной реакции стопы, которые совпадают с точками пиков продольных реакций. А это означает, что критическая точка характерна для пары сил в опорной плоскости, которая реализует процесс трения верчения.

В задачу исследования входили анализ изменений сил трения скольжения и сил трения верчения-скольжения за цикл шага, а также сопоставление их отношений.

Анализ ударно-фрикционного взаимодействия стопы с опорной поверхностью. Перейдем к анализу данных с помощью локализованных на конечных отрезках функций Эрмита. При этом локализацию будем согласовывать с реальными отрезками контакта пятки и носка. Отметим, что эти функции ортогональны и нормированы на всей прямой. Каждая из функций (рис. 2) определяет характер фрикционного взаимодействия: $\Phi_0(x)$ локально характеризует как трение скольжения, так и нормальную реакцию, а $\Phi_1(x)$ — трение верчения. Вычисленные импульсы реактивных сил позволяют связать коэффициенты трения скольжения с коэффициентами трения верчения систем „пятка/носок—опорная плоскость“.

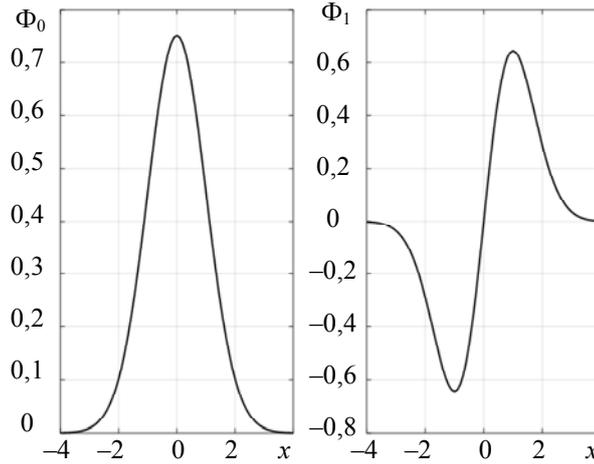


Рис. 2

Функции Эрмита могут быть представлены с помощью рекуррентных соотношений [3]:

$$\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right), \quad \Phi_1(x) = x \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right); \quad (1)$$

$$\Phi_n(x) = x \sqrt{\frac{2}{n}} \Phi_{n-1}(x) - \sqrt{\frac{n-1}{n}} \Phi_{n-2}(x), \quad n \geq 2.$$

Трение верчения. Во время ходьбы формируются ударные моменты пар сил трения на пятках и носках, которые будем моделировать обобщенными функциями Эрмита, построенными на базе функций (1):

$$E_0(x) = h_0 \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{D}\right), \quad E_1(x) = h_1(x-m) \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{D}\right), \quad (2)$$

где $h_0 = \frac{C_0}{\sqrt{2\pi D}}$, $h_1 = \frac{C_1}{\sqrt{2\pi D}}$; C, m, D — числовые параметры.

Введем обозначения: F_h, F_t — экспериментально получаемые данные для фаз „пятка—носок“ шага. Далее осуществим аппроксимацию этих данных обобщенными функциями Эрмита E_1 . Так как эта функция нечетна, импульсы поперечных сил будем вычислять, принимая пределы интегрирования на полусегменте носителя финитной функции Эрмита E_1 :

$$0,5(t_2 - t_1) = t_m, \quad (3)$$

$$S = \int_{t_1}^{t_m} E_1 dt$$

Соответственно моменты пар ударных импульсов (кинетических моментов) составят:

$$L = lS, \quad (4)$$

l — плечо.

Далее на полном сегменте вычисляется ударный импульс нормальной реакции

$$S_N = \int_{t_1}^{t_2} E_0 dt, \quad (5)$$

после чего по определению вычисляется коэффициент трения верчения, имеющий размерность [м]:

$$f_q = \frac{L}{S_N} = \frac{S}{S_N} l. \quad (6)$$

Здесь безразмерный сомножитель определяет трение скольжения при верчении, связывая таким образом модели трения скольжения и верчения. Отметим отличие предложенного подхода от подхода к моделированию связанных моделей Галина и Герца в работах [16, 17]. При анализе ходьбы используются экспериментальные данные с распределением контактных сил реакций, ха-

рактерных для финитных функций, являющихся особенностью ударно-фрикционного взаимодействия стопы с опорной поверхностью. Поэтому авторы остановили выбор при моделировании на функциях Эрмита. Вычисленные импульсы реактивных сил для случая ударного контакта пятки с опорной поверхностью обозначим S_h , а ударного контакта носка с опорной поверхностью — S_t . При этом коэффициенты трения скольжения при верчении определяются так:

— коэффициент трения поперечного скольжения системы „пятка—поверхность“

$$\eta = \frac{S_h}{S_N}; \quad (7)$$

— коэффициент трения поперечного скольжения системы „носок—поверхность“

$$\tau = \frac{S_t}{S_N}. \quad (8)$$

Трение скольжения. Для моделирования трения продольного скольжения воспользуемся четной функцией E_0 . При этом при расчете импульсов пределы интегрирования будут определяться разными значениями $t \in [t_1, t_2]$ для случая ударного контакта пятки с опорной поверхностью S_1 и ударного контакта носка с опорной поверхностью S_2 . Обозначим общий случай как

$$S_f = \int_{t_1}^{t_2} E_{0f} dt, \quad (9)$$

где E_{0f} — функция Эрмита, используемая для моделирования трения продольного скольжения. Далее вычисляется коэффициент продольного трения скольжения:

$$f = \frac{S_f}{S_N}. \quad (10)$$

Примеры расчета и обсуждение результатов. В примере использованы данные (табл. 1): r — длина стопы; v — скорость движения испытуемого; s — длина шага; t — время цикла шага. Величина t позволяет от меры цикла шага переходить к мере времени. Так, например, для левой ноги доле цикла шага соответствует величина, равная отношению $t=0,49/100$, а для правой ноги эта мера равна отношению $t = 0,44/100$.

Таблица 1

Нога	r , м	v , м/с	s , м	t , с
Левая	0,2	1,38	0,68	0,49
Правая	0,2	1,45	0,65	0,44

И далее будут использоваться индексы 1 и 2 для параметров обобщенных функций Эрмита и вычисляемых механических характеристик: 1 соответствует пятке, а 2 — носку. Так, на сегменте $[0, 20]$ обобщенную функцию Эрмита E_1 с параметрами $[m_{q1}, D_{q1}, C_{q1}, S_{q1}]$ обозначим как f_{q1} ; а на сегменте $[40, 54]$ обобщенную функцию Эрмита E_1 с параметрами $[m_{q2}, D_{q2}, C_{q2}, S_{q2}]$ — как f_{q2} . При расчете параметров обобщенной функции Эрмита E_0 используется индекс f для характеристики продольной силы трения и v — для характеристики нормальной силы. Вычисленные при аппроксимации на Matlab значения этих параметров представлены в табл. 2 (m — значения критических точек (согласно [18], это матожидание), D — дисперсия распределения).

Таблица 2

Процесс	m , м	D , м ²	C , %	S , %
Верчение	$m_{q1} = 9,01$	$D_{q1} = 64$	$C_{q1} = 3$	$S_{q1} = 71,21$
	$m_{q2} = 45,51$	$D_{q2} = 64$	$C_{q2} = 0,7$	$S_{q2} = 15,95$
Скольжение	$m_{f1} = 8,22$	$D_{f1} = 4,5$	$C_{f1} = 16,03$	$S_{f1} = 257,42$
	$m_{f2} = 45,20$	$D_{f2} = 8,3$	$C_{f2} = 23,5$	$S_{f2} = 299,46$
Давление	$m_{v1} = 14,12$	$D_{v1} = 13,87$	$C_{v1} = 106,8$	$S_{v1} = 1666,22$
	$m_{v2} = 42,61$	$D_{v2} = 12,78$	$C_{v2} = 108,3$	$S_{v2} = 1361,23$

Для каждой из троек критических точек имеем:

— для пятки

$$m_{q1} = m_{f1} = m_{v1} \quad (11)$$

— для носка

$$m_{q2} = m_{f2} = m_{v2} \quad (12)$$

потому что эти точки определяют критические значения как данных эксперимента, так и обобщенных функций Эрмита. Их различие в эксперименте говорит о недостатках программного обеспечения динамометрических платформ. Для представленных на рис. 1 экспериментальных данных по формулам (7), (8), (10) рассчитаны коэффициенты трения: поперечное скольжение — пятка $\eta = 0,0427$, носок $\tau = 0,0111$; продольное скольжение — пятка $f_1 = 0,1545$, носок $f_2 = 0,2202$. Заметно отличие коэффициентов трения скольжения при поперечном скольжении от продольного. Это наблюдение является общим для процесса ходьбы. Именно в силу этого при моделировании ходьбы не следует пренебрегать поперечной составляющей трения скольжения, потому что она естественно характеризует процесс трения вращения и с необходимостью приводит к построению уравнения для кинетического момента:

$$L = J\omega, \quad (13)$$

где J — момент инерции стопы относительно оси [19], ω — псевдовектор угловой скорости, который с учетом (4) может быть вычислен следующим образом:

$$\omega = \frac{lS}{J}. \quad (14)$$

На рис. 3 и 4 представлены экспериментальные графики ударно-фрикционного взаимодействия систем „пятка—опорная поверхность“ F_h и „носок—опорная поверхность“ F_t , сопоставленные с функциями Эрмита E_1 .

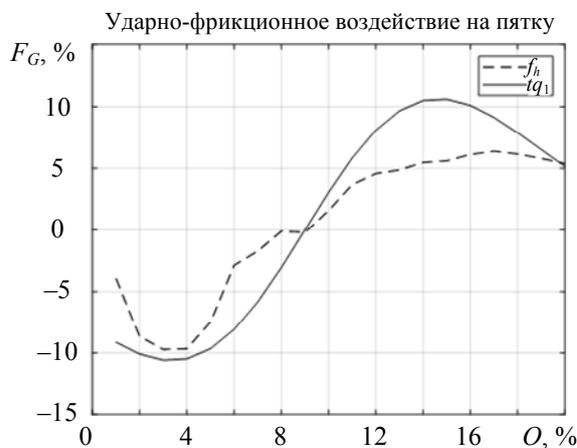


Рис. 3

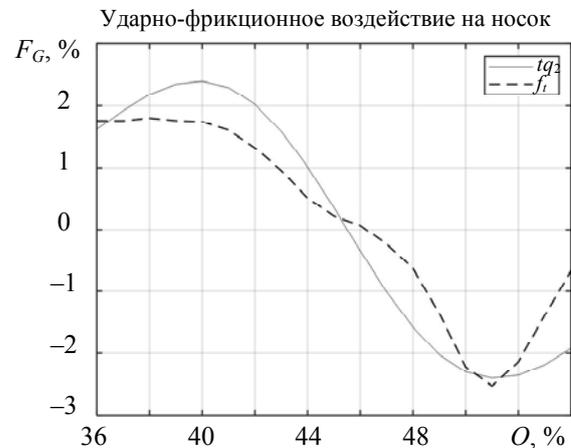


Рис. 4

Здесь для обобщенной функции Эрмита использованы значения из первой строки „вращение“ табл. 2, на рис. 4 — из второй.

Процесс вращения, представленный рис. 4, по сравнению с рис. 3, характеризуется сменой знака псевдовектора угловой скорости и соответственно кинетического момента (т.е. пятка и носок вращаются в противофазе). Известно, что при моделировании ходьбы эти закономерности не принимались в расчет. Модели ходьбы, например в [20, 21], ограничивались классическим подходом к моделированию.

Заключение. При анализе процессов трения в фазах ходьбы 1 (пятка) и 2 (носок) систематически использовались обобщенные функции Эрмита. Этот подход позволил ввести параметры аппроксимации, имеющие однозначную физическую интерпретацию. Обработка данных эксперимента с учетом гипотезы Рауса об ударных импульсах показала, что переход

от фазы к фазе при ходьбе играет ключевую роль для построения ее модели и здесь необходимо учитывать: циклическое изменение коэффициентов трения при переходе от фазы к фазе; циклическое изменение знака кинетического момента; условия для троек критических точек.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schmidt R., Komistek R. D., Blaha I. D., Penenberg B. L., Maloney W. J. Fluoroscopic analyses of cruciate-retaining and medial pivot knee plants // *Clinical Orthopedics and Related Research*. 2003. Vol. 410. P. 139—147.
2. Blaha J. D. The rationale for a total knee implant that confers anteroposterior stability throughout range of motion // *J. of Arthroplasty*. 2004. Vol. 19. Suppl. 1. P. 22—26.
3. Суетин П. К. Классические ортогональные многочлены. М.: Физматлит, 2005. 480 с.
4. Павельева Е. А. Обработка и анализ изображений на основе использования информации о фазе // *Компьютерная оптика*. 2018. Т. 42, № 6. С. 1022—1034.
5. Романов В. А., Рыбаков К. А. Спектральные характеристики операторов умножения, дифференцирования и интегрирования в базисе обобщенных функций Эрмита // *Электронный журнал „Труды МАИ“*. 2010. Вып. 39. С. 1—30.
6. Карпова Н. В. Классическая теория удара и ее применение к решению прикладных задач. СПб: ОМ-Пресс, 2003. 184 с.
7. Szego G. Orthogonal Polynomials // *American Mathematical Society Colloquium Publications*. 1959. Vol. 23.
8. Jackson D. Fourier Series and Orthogonal Polynomials // *Carus Mathematical Monographs*. Chicago, 1941. N 6.
9. Martens J.-B. The Hermite Transform – Theory // *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*. 1990. Vol. 38. P. 1595—1606.
10. Martens J.-B. The Hermite Transform – Applications // *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*. 1990. Vol. 38. P. 1607—1618.
11. Krylov A. and Liakishev A. Numerical Projection Method for Inverse Fourier Transform and its Application // *Numerical Functional Analysis and optimization*. 2007. Vol. 21, N 1. P. 205—216. DOI: 10.1080/01630560008816949.
12. Бернштейн Н. А. Исследование по биодинамике локомоций. Книга первая. М.: Изд-во ВИЭМ, 1935. 244 с.
13. Витензон А. С. Закономерности нормальной и патологической ходьбы человека. М.: Зеркало, 1998. 271 с.
14. Нарушение походки (дисбазия) [Электронный ресурс]: <<http://ilive.com.ua>>. (дата обращения 06.05.2016)
15. Скворцов Д. В. Диагностика двигательной патологии инструментальными методами: анализ походки, стабилотрия. М., 2007. 617 с.
16. Киреенков А. А., Семендяев С. В. Связанные модели трения скольжения и верчения: от теории к эксперименту // *Труды МФТИ*. 2010. Т. 2, № 3. С. 174—181.
17. Журавлев В. Ф. О модели сухого трения в задаче качения твердых тел // *Прикладная математика и механика*. 1998. Т. 62, вып. 5. С. 762—767.
18. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высш. школа, 2001.
19. Мусалимов В. М., Перепелкина С. Ю. Построение зависимостей между параметрами динамических моделей на основе анализа кинематики ходьбы // *Тез. докл. на XIII Всерос. съезде по теоретической и прикладной механике*. СПб, 2023.
20. Белецкий В. В. Двухногая ходьба: модельные задачи динамики и управления. М.: Наука, 1984. 288 с.
21. Мусалимов В. М., Паасуке М., Ганеева Е., Ерелине Я., Ерофеев М. А. Моделирование динамики опорно-двигательной системы // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2017. Т. 17, № 6. С. 1159—1166.

Сведения об авторах**Виктор Михайлович Мусалимов**

— д-р техн. наук, профессор; Институт проблем машиноведения РАН, лаборатория трения и износа; гл. научный сотрудник;
E-mail: musvm@yandex.ru

- Михаил Александрович Ерофеев** — аспирант; Институт проблем машиноведения РАН, лаборатория трения и износа; E-mail: mr.mikhail-erofeev@ya.ru
- Юрий Сергеевич Монахов** — канд. техн. наук; Университет ИТМО, факультет цифровых трансформаций; заместитель декана; E-mail: monakhov@itmo.ru
- Михаил Сергеевич Малов** — аспирант; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: ms.malov21@gmail.ru

Поступила в редакцию 27.03.23; одобрена после рецензирования 07.04.23; принята к публикации 22.06.23.

REFERENCES

- Schmidt R., Komistek R.D., Blaha I.D., Penenberg B.L., Maloney W.J. *Clinical Orthopedics and Related Research*, 2003, vol. 410, pp. 139–147.
- Blaha J.D. *Journal of Arthroplasty*, 2004, vol. 19, suppl. 1, pp. 22–26.
- Suetin P.K. *Klassicheskiye ortogonal'nyye mnogochleny* (Classical Orthogonal Polynomials), Moscow, 2005, 480 p. (in Russ.)
- Pavelyeva E.A. *Computer Optics*, 2018, no. 6(42), pp. 1022–1034. (in Russ.)
- Romanov V.A., Rybakov K.A. *Elektronnyy zhurnal „Trudy MAI“*, 2010, no. 39, pp. 1–30. (in Russ.)
- Karpova N.V. *Klassicheskaya teoriya udara i yeye primeneniye k resheniyu prikladnykh zadach* (Classical Impact Theory and Its Application to Solving Applied Problems), St. Petersburg, 2003, 184 c. (in Russ.)
- Szego G, *American Mathematical Society Colloquium Publications*, 1959, vol. 23.
- Jeckson D. *Fourier Series and Orthogonal Polynomials*, Carus Mathematical Monographs, Chicago, 1941, no. 6.
- Martens J.-B. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1990, vol. 38, pp. 1595–1606.
- Martens J.-B. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1990, vol. 38, p. 1607–1618.
- Krylov A. and Liakishov A. *Numerical Functional Analysis and Optimization*, 2007, no. 1(21), pp. 205–216, DOI:10.1080/01630560008816949.
- Bernshteyn N.A. *Issledovaniye po biodinamike lokomotsiy. Kniga pervaya* (Research on the Biodynamics of Locomotion. Book One), (in Russ.), 1935, 244 p. (in Russ.)
- Vitenzon A.S. *Zakonomernosti normal'noy i patologicheskoy khod'by cheloveka* (Patterns of Normal and Pathological Human Walking), Moscow, 1998, 271 p. (in Russ.)
- <http://ilive.com.ua>. (in Russ.)
- Skvortsov D.V. *Diagnostika dvigatel'noy patologii instrumental'nymi metodami: analiz pokhodki, stabilometriya* (Diagnostics of Movement Pathology with Instrumental Methods: an Analysis of Gait, Stabilometry), Moscow, 2007, 617 p. (in Russ.)
- Kireenkov A.A., Semendyaev S.V. *Proceedings of Moscow Institute of Physics and Technology*, 2010, no. 3(2), pp. 174–181. (in Russ.)
- Zhuravlev V.F. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1998, no. 5(62), pp. 762–767. (in Russ.)
- Gmurman V.E. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* (Theory of Probability and Mathematical Statistics), Moscow, 2001. (in Russ.)
- Musalimov V.M., Perepelkina S.Yu. *Tezisy докладov na XIII Vserossiyskom s"yezde po teoreticheskoy i prikladnoy mekhanike* (Abstracts of Reports at the XIII All-Russian Congress on Theoretical and Applied Mechanics), St. Petersburg, 2023. (in Russ.)
- Beletsky V.V. *Dvunogaya khod'ba: model'nyye zadachi dinamiki i upravleniya* (Bipedal Walking: Model Problems of Dynamics and Control), Moscow, 1984, 288 p. (in Russ.)
- Musalimov V.M., Paasuke M., Gapeeva E., Erelina Ya., Erofeev M.A. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, no. 6(17), pp. 1159–1166. (in Russ.)

Data on authors

- Viktor M. Musalimov** — Dr. Sci., Professor; Institute for Problems in Mechanical Engineering of the RAS, Laboratory of Friction and Wear; Principal Researcher; E-mail: musvm@yandex.ru
- Mikhail A. Erofeev** — Post-Graduate Student; Institute for Problems in Mechanical Engineering of the RAS, Laboratory of Friction and Wear; E-mail: mr.mikhail-erofeev@ya.ru
- Yury S. Monakhov** — PhD; ITMO University, Faculty of Digital Transformations; Deputy Dean; E-mail: monakhov@itmo.ru
- Mikhail S. Malov** — Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: ms.malov21@gmail.ru

Received 27.03.23; approved after reviewing 07.04.23; accepted for publication 22.06.23.

ПРИБОРЫ НАВИГАЦИИ

NAVIGATIONAL INSTRUMENTS

УДК 531.383
DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-660-670

ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПТИМАЛЬНОГО СИНТЕЗА КОНТУРА МАЯТНИКОВОЙ КОРРЕКЦИИ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ВЕРТИКАЛЕЙ

К. О. Лукин*, С. В. Кривошеев

*Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева-КАИ,
Казань, Россия*

**Kirill.O.Lukin@yandex.ru*

Аннотация. Представлен графоаналитический метод оптимального синтеза контура маятниковой (позиционной) коррекции гироскопических вертикалей на подвижном основании, модель которого сводится к комплементарному фильтру. В качестве критерия оптимальности используется дисперсия ошибки комплементарного фильтра. Характеристики дрейфа гироскопа в виде белого шума и нестабильности нуля определяются из вариации Аллана, а ошибки маятника — по спектральной плотности мощности горизонтального ускорения, определенной с учетом предполагаемых условий эксплуатации. Определение оптимальной постоянной времени коррекции и максимально допустимого значения параметра дрейфа гироскопа при заданной точности гировертикали с учетом динамики подвижного объекта осуществляется при помощи специально формируемого графика с осями „постоянная времени коррекции— параметр дрейфа гироскопа“. Предложенный метод может использоваться как для аналитических, так и для силовых гировертикалей.

Ключевые слова: *комплексирование, комплементарный фильтр, гировертикаль, маятниковая коррекция, оптимальный синтез, гироскоп, маятниковый чувствительный элемент, акселерометр*

Ссылка для цитирования: *Лукин К. О., Кривошеев С. В.* Графоаналитический метод оптимального синтеза контура маятниковой коррекции гироскопических вертикалей // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 8. С. 660—670. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-660-670.

GRAPHICAL-ANALYTICAL METHOD FOR OPTIMAL SYNTHESIS OF PENDULUM CORRECTION CONTOUR OF VERTICAL GYROS

K. O. Lukin*, S. V. Krivosheev

*A. N. Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan, Russia
Kirill.O.Lukin@yandex.ru

Abstract. A graphical-analytical method of optimal synthesis of pendulum (positional) correction contour for gyroscopic verticals on a movable base is presented, the model of the gyro is reduced to a complementary filter. The variance of the complementary filter error is used as an optimality criterion. Characteristics of the gyroscope drift in the form of white noise and zero instability are determined from the Allan variation, and the satellite errors are determined from the spectral power density of horizontal acceleration, determined with the account for assumed operating conditions. Determination of the optimal correction time constant and the maximum permissible gyroscope drift parameter at a given gyro accuracy, taking into account the moving object dynamics, is carried out using a specially formed graph with the axes "correction time constant — gyro drift parameter". The proposed method can be used for both analytical and power vertical gyros.

Keywords: *complexing, complementary filter, vertical gyro, pendulum correction, optimal synthesis, gyro, pendulum sensitive element, accelerometer*

Введение. Гироскопическая вертикаль предназначена для построения стабильной приборной вертикали места. Для решения этой задачи используют комплексирование сигналов ориентации, полученных с помощью гироскопов и маятникового чувствительного элемента (МЧЭ). Так как гироскопический датчик имеет погрешности, обусловленные инструментальным и методическим дрейфом, а погрешности МЧЭ порождаются ускорениями подвижного объекта, на котором установлена гировертикаль, то для повышения точности построения приборной вертикали их объединяют в комплексную систему. Основной задачей при этом является нахождение компромиссного решения при построении системы коррекции гироскопа по сигналу МЧЭ.

В аналитических гировертикалях комплексирование выполняется численно, в частности, с использованием комплементарного фильтра (КФ) [1, 2], фильтра Калмана [3—5] и фильтра Маджвика [6]. Синтез КФ заключается в выборе общей частоты среза для фильтров низкой (ФНЧ) и высокой частоты (ФВЧ). КФ может быть реализован не только в классическом виде для углов Эйлера—Крылова, но и для параметров ориентации в виде направляющих косинусов [1] и кватернионов [2].

Иногда горизонтальными поперечными ускорениями просто пренебрегают (например, в [4] для фильтра Калмана), оставляя модель только белого шума. В таком случае синтез схож со способами синтеза КФ на основе фильтра Винера или фильтра Калмана первого порядка [7, 8], где дрейф гироскопа и ошибки МЧЭ описываются белыми шумами. Однако тогда остается неясным принцип выбора характеристик белого шума ошибок МЧЭ при использовании гировертикали на подвижном объекте (подробнее этот аспект рассмотрен в разделе „Пример“).

Выбор параметров контура маятниковой коррекции с учетом динамики подвижного объекта не рассматривался в работах [1, 4, 6, 8]. Из известных методов настройки можно привести, например, уменьшение крутизны контура коррекции при увеличении модуля измеренного акселерометрами ускорения [9, 10] и оптимизацию крутизны контура по результатам экспериментов [10, 11].

На взгляд авторов, наиболее технически целесообразным методом синтеза контура коррекции является использование статистических характеристик сигналов гироскопа и МЧЭ, как, например, в [12]. В настоящей работе рассмотрен синтез контура маятниковой коррекции по типу КФ как наиболее универсальный и вычислительно простой способ комплексирования. Предлагается графоаналитический метод выбора точности гироскопа и оптимального значения постоянной времени коррекции T КФ с учетом параметров динамики подвижного объекта.

Постановка задачи. Без потери общности рассмотрим комплексирование для определения угла крена в аналитической гировертикали. Аналитическая гировертикаль состоит из датчика угловых скоростей (ДУС), ось чувствительности которого установлена по продольной оси X подвижного объекта, и МЧЭ в виде блока акселерометров с осями чувствительности по поперечной Z и нормальной Y осям подвижного объекта.

Угол крена по сигналам блока акселерометров γ_M определяется по выражению

$$\gamma_M = \operatorname{arctg} \left(\frac{a_z}{a_y} \right) = \operatorname{arctg} \left(\frac{g \sin \gamma + a \cos \gamma}{g \cos \gamma - a \sin \gamma} \right), \quad (1)$$

где a_y, a_z — показания акселерометров по соответствующим осям; g — ускорение свободного падения; a — горизонтальное поперечное ускорение; γ — истинный угол крена. Заменой переменных $\operatorname{tg} \Delta\gamma_M = a/g$ (где $\Delta\gamma_M$ — ошибка МЧЭ) преобразуем выражение (1) к виду

$$\gamma_M = \operatorname{arctg} \left(\frac{g \sin \gamma + a \cos \gamma}{g \cos \gamma - a \sin \gamma} \right) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin(\gamma + \Delta\gamma_M)}{\cos(\gamma + \Delta\gamma_M)} \right) = \gamma + \Delta\gamma_M. \quad (2)$$

Угол крена по гироскопу (ДУС) γ_r определяется интегрированием сигнала мгновенной угловой скорости ДУС с учетом начального значения γ_0 :

$$\gamma_r = \int_0^t \omega_x d\tau + \gamma_0 = \int_0^t (\dot{\gamma} + \omega_{др}) d\tau + \gamma_0, \quad (3)$$

где $\omega_x = \dot{\gamma} + \omega_{др}$ — мгновенная угловая скорость, измеряемая ДУС; $\omega_{др}$ — угловая скорость дрейфа ДУС (гироскопа).

С целью комплексирования сигналов МЧЭ и гироскопа (ДУС) в виде КФ применяют комбинацию ФНЧ для сигнала МЧЭ (2) и ФВЧ с той же частотой среза (постоянной времени), что и ФНЧ, для сигнала ДУС (3). Вычисленный угол крена γ_B определяется с помощью КФ в виде

$$\gamma_B = \frac{1}{Tp+1} \gamma_M + \frac{Tp}{Tp+1} \gamma_r = \frac{\gamma + \Delta\gamma_M}{Tp+1} + \frac{T\gamma p + T\omega_{др}}{Tp+1} = \gamma + \frac{\Delta\gamma_M}{Tp+1} + \frac{T\omega_{др}}{Tp+1}, \quad (4)$$

где T — постоянная времени коррекции; p — комплексная переменная в преобразовании Лапласа (символ дифференцирования). Таким образом, полезный сигнал не искажается в КФ, ошибки МЧЭ усредняются в ФНЧ, а дрейф гироскопа не имеет тенденции к накоплению после прохождения ФВЧ.

Ошибки МЧЭ $\Delta\gamma_M$ на подвижном объекте можно условно разделить на две составляющие: низкочастотные, например порождаемые виражом, и высокочастотные, порождаемые качкой или динамикой самого МЧЭ. Ошибки первого типа не усредняются в КФ, а гировертикаль „уходит“ к кажущейся вертикали. Для их устранения используются дополнительные технические средства, например, выключатели коррекции или методы компенсации действия ускорений [13—15]. В расчетах используется нормальный режим, в котором ошибки МЧЭ не имеют составляющих с частотами, приближающимися к нулю, и являются малыми (до нескольких градусов).

Дрейф гироскопа — сложный процесс, включающий случайные и детерминированные составляющие. В рамках настоящей статьи дрейф рассматривается преимущественно как случайный: основные детерминированные составляющие, связанные с самим датчиком, такие как постоянное смещение нуля и температурный дрейф, устраняются калибровкой. Дрейф от угловой скорости вращения и облета Земли в расчете не рассматривается, поскольку при необходимости может устраняться дополнительными техническими средствами.

Ставится задача оптимального синтеза КФ для аналитической гировертикали, а именно выбора постоянной времени коррекции T , а также определения требуемой точности гироскопа с учетом заданной точности гировертикали и динамики подвижного объекта в нормальном режиме. В качестве критерия оптимальности принимается дисперсия $D_{кф}$ ошибки КФ. При этом будем считать ошибки гироскопа и МЧЭ некоррелированными, откуда общая дисперсия ошибки КФ в соответствии с (4) вычисляется как сумма дисперсий ошибок гироскопа (ДУС) D_r и МЧЭ D_M

$$D_{кф} = D[\gamma_B - \gamma] = D_r + D_M. \quad (5)$$

Предлагаемый метод расчета. Учитывая, что в нормальном режиме $\Delta\gamma_M \ll 1$, следовательно, $\Delta\gamma_M \approx a/g$, а также, что ошибка МЧЭ из-за действия поперечного ускорения много больше шума самого датчика, ошибки МЧЭ могут быть аппроксимированы с помощью спектральной плотности мощности поперечного ускорения $S_a(\omega)$ [16] в виде

$$S_a(\omega) = \frac{2D_a m n \omega^2}{|1 + jm\omega + n(j\omega)^2|^2}, \quad (6)$$

которой соответствует формирующий фильтр

$$F(p) = \frac{p\sqrt{2mnD_a}}{np^2 + mp + 1}, \quad (7)$$

где ω — круговая частота; D_a — дисперсия горизонтального поперечного ускорения; $m = 2\mu(\mu^2 + \varpi^2)^{-1}$; $n = (\mu^2 + \varpi^2)^{-1}$; μ — параметр затухания; ϖ — резонансная частота; j — мнимая единица.

Тогда дисперсию ошибки МЧЭ можно найти [16] аналитически по передаточным функциям формирующего фильтра (7) и ФНЧ в составе КФ (4):

$$D_M = \frac{1}{g^2} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{1}{Tp+1} F(p) \right|_{p=j\omega}^2 d\omega \right) = \frac{nD_a}{g^2(T^2 + Tm + n)}. \quad (8)$$

Дисперсия ошибки гироскопа после прохождения КФ определяется выражением

$$D_\Gamma = D \left[\left(\frac{\omega_{др}}{Tp+1} \right) T \right] = D \left[\frac{\omega_{др}}{Tp+1} \right] T^2. \quad (9)$$

Необходимо определить дисперсию выражения $\frac{\omega_{др}}{Tp+1}$, что означает найти дисперсию угловой скорости дрейфа, усредненную ФНЧ за время T . Для этого используем метод вариации Аллана [17]. Конечно, вариация Аллана не является, строго говоря, дисперсией, а усреднение по ней происходит не с помощью апериодического звена первого порядка. Однако с достаточной для данного расчета точностью можно оценить дисперсию выражения $\frac{\omega_{др}}{Tp+1}$ равной вариации Аллана, тогда выражение (9) примет вид

$$D_\Gamma \approx \sigma_{ав}^2(T) T^2, \quad (10)$$

где $\sigma_{ав}^2(T)$ — вариация Аллана угловой скорости гироскопа.

Как правило, гировертикали с маятниковой коррекцией имеют рабочую зону постоянной времени T порядка единиц до десятков секунд. Дрейф гироскопов в этой зоне времени осреднения может быть охарактеризован белым шумом или нестабильностью нуля. Далее два указанных случая будут рассмотрены подробно.

В зоне преобладания нестабильности нуля в дрейфе гироскопа график вариации Аллана приобретает практически нулевой наклон, что является показателем слабой зависимости вариации угловой скорости дрейфа от времени усреднения. В таком случае значение выражения (10) можно найти как

$$D_\Gamma \approx \sigma_{нн}^2(\omega) T^2, \quad (11)$$

где $\sigma_{\text{нн}}^2(\omega)$ — вариация угловой скорости дрейфа в районе пологой части графика вариации Аллана. Дисперсия ошибки КФ, найденная по выражению (5), с учетом (8), (11) принимает вид

$$D_{\text{кф}} = D_{\Gamma} + D_{\text{М}} = T^2 \sigma_{\text{нн}}^2(\omega) + \frac{nD_a}{g^2(T^2 + Tm + n)}. \quad (12)$$

Точки экстремума критерия оптимальности (12) определяет уравнение

$$\frac{\partial}{\partial T} D_{\text{кф}} = 2T \sigma_{\text{нн}}^2(\omega) - \frac{nD_a(2T + m)}{g^2(T^2 + Tm + n)^2} = 0, \quad (13)$$

которое для реализации предлагаемого метода рационально представить кривой, характеризующей зависимость $\sigma_{\text{нн}}(\omega)$ от T :

$$\sigma_{\text{нн}}(\omega) = \frac{\sqrt{nD_a(2T + m)}}{\sqrt{2T}g(T^2 + Tm + n)}. \quad (14)$$

Найденные значения экстремумов, соответствующие кривой (14), будут означать минимум функции $D_{\text{кф}}$ при положительной второй производной выражения (12):

$$\frac{\partial^2}{\partial T^2} D_{\text{кф}} = 2\sigma_{\text{нн}}^2(\omega) + 2nD_a(3T^2 + 3Tm + m^2 - n)g^{-2}(T^2 + Tm + n)^{-3} > 0. \quad (15)$$

Докажем, что кривая (14) удовлетворяет условию (15) при любых $T \geq 0$, $\sigma_{\text{нн}}(\omega) \geq 0$, тогда должно выполняться следующее выражение:

$$\frac{nD_a(2T + m)}{2Tg^2(T^2 + Tm + n)^2} > -\frac{nD_a(3T^2 + 3Tm + m^2 - n)}{g^2(T^2 + Tm + n)^3};$$

$$0,5nD_a(8T^3 + 9T^2m + 3Tm^2 + mn)T^{-1}g^{-2}(T^2 + Tm + n)^{-3} > 0 \text{ при } m > 0, n > 0.$$

Далее определим границы областей параметров T , $\sigma_{\text{нн}}(\omega)$ — уравнения изолиний — по максимально допустимому среднеквадратическому отклонению (СКО) ошибки КФ $\sigma_{\text{кф}} = \sqrt{D_{\text{кф}}}$ по выражению (12):

$$\sigma_{\text{нн}}(\omega) = \frac{1}{T} \sqrt{\sigma_{\text{кф}}^2 - \frac{nD_a}{g^2(T^2 + Tm + n)}}. \quad (16)$$

Для наглядного пояснения предлагаемого метода схематично представим выражения (14) и (16) на рис. 1, а в координатах T , $\sigma_{\text{нн}}(\omega)$ для общего случая. Точки пересечения изолиний (16) и оптимальной кривой (14) — E_1 и E_2 — показывают максимально допустимый дрейф для заданных $\sigma_{\text{кф}1}$ и $\sigma_{\text{кф}2}$. Все точки под изолиниями (16) соответствуют дисперсии, меньшей, чем на соответствующей изолинии. Отрезки OA_1 и OA_2 показывают значения постоянной T , при которых значения $\sigma_{\text{кф}1}$ и $\sigma_{\text{кф}2}$ получить невозможно ввиду недостаточного усреднения ошибки МЧЭ.

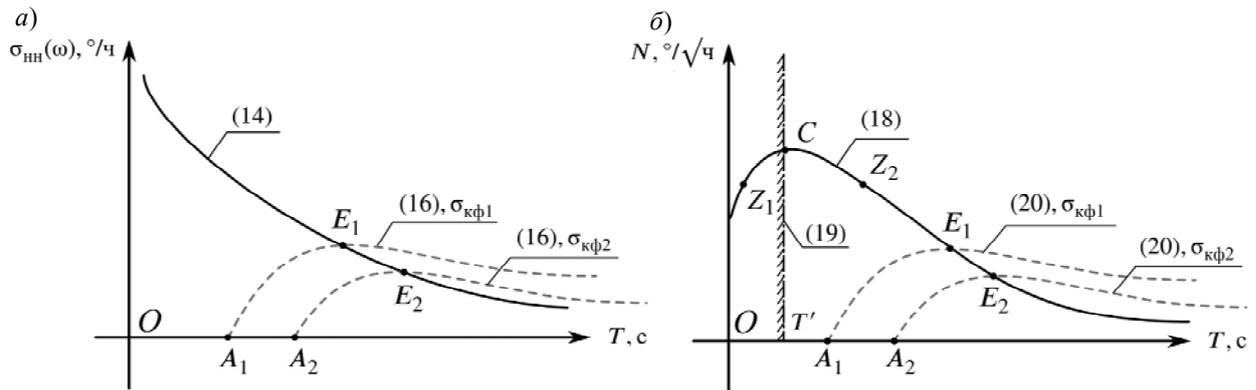


Рис. 1

Выражение, схожее с (13), было получено в [12], где предлагается решить уравнение численным способом и отбросить корни, не имеющие физического смысла, а причиной ошибки гироскопа является вращение Земли. Однако для определения точек минимума среди экстремумов необходимо рассмотреть вторую производную (что более важно для случая белого шума). Для предлагаемого метода не требуется решение выражений (13) и (15), соответствующих первой и второй производным, или использование численных методов оптимизации.

При преобладании белого шума в дрейфе гироскопа в рабочей зоне вариация Аллана имеет наклон $-1/2$ [17], а значение выражения (10) определяется

$$D_{\Gamma} \approx N^2 T, \quad (17)$$

где N — случайное блуждание угла (angular random walk) по девиации Аллана [17]. По аналогии с выражением (14) могут быть получены уравнения кривой оптимума N от T

$$N = \frac{\sqrt{nD_a(2T+m)}}{g(T^2+Tm+n)}; \quad (18)$$

аналогично выражению (15) — условие положительности второй производной

$$\frac{\partial^2}{\partial T^2} D_{\text{кф}} = -2nD_a(3T^2 + 3Tm + m^2 - n)g^{-2}(T^2 + Tm + n)^{-3} > 0,$$

чему соответствует ограничение в области $T \geq 0$, $N > 0$ (второй корень квадратного уравнения всегда отрицателен, поэтому не рассматривается)

$$T > \left(-3m + \sqrt{12n - 9m^2}\right) \frac{1}{6} = T'. \quad (19)$$

По аналогии с уравнением (16) могут быть получены уравнения изолиний одинакового СКО $\sigma_{\text{кф}}$ ошибки КФ и в случае белого шума

$$N = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\sigma_{\text{кф}}^2 - \frac{nD_a}{g^2(T^2 + Tm + n)} \right)}. \quad (20)$$

На рис. 1, б схематично отображены выражения (18)—(20) для общего случая. Точки E_1 , E_2 и A_1 , A_2 соответствуют случаю неустойчивости нуля на рис. 1, а. Точки Z_1 и Z_2 находятся на одной отметке белого шума N , при этом Z_1 лежит в зоне $T < T'$, что означает локальный максимум, поэтому в качестве решения выбирается Z_2 . Для значений белого шума N выше точки C отсутствуют экстремумы дисперсии $D_{\text{кф}}$.

Таким образом, по пересечению линий оптимума и изолиний с заданным СКО ошибки КФ на графиках определяются максимально допустимые значения неустойчивости нуля и белого шума, на основании которых выбирается гироскоп. Далее, по построенным графикам и

параметрам выбранного гироскопа находятся оптимальные постоянные времени T для белого шума $T_{бш}$ и нестабильности нуля $T_{нн}$. По вариации Аллана гироскопа из двух $T_{бш}$ и $T_{нн}$ выбирается та оптимальная постоянная времени, которой соответствует преобладающий характер дрейфа на времени усреднения, равно самой постоянной времени.

Силовая гироскопическая вертикаль. Предлагаемый метод может быть применен при синтезе контура коррекции силовой гировертикали ввиду того, что математически динамика силовой гировертикали [18] по оси прецессии совпадает с уравнением КФ.

На рис. 2 показана силовая гировертикаль (контур стабилизации условно не показан) на подвижном объекте. Здесь обозначено: Z — поперечная ось подвижного объекта; Z'_g — проекция поперечной оси объекта на плоскость местного горизонта; $Z_{гy}$ — ось подвеса гиросузла; $Y_{нр}$ — нормаль к плоскости наружной рамки; H — вектор кинетического момента гиросузла; Y — нормальная ось подвижного объекта; Y_g — местная вертикаль; α — угол между осью подвеса гиросузла $Z_{гy}$ и плоскостью горизонта; ДУ — датчик угла; У — усилитель; МК — мотор коррекции; ГУ — гиросузел; НР — наружная рамка.

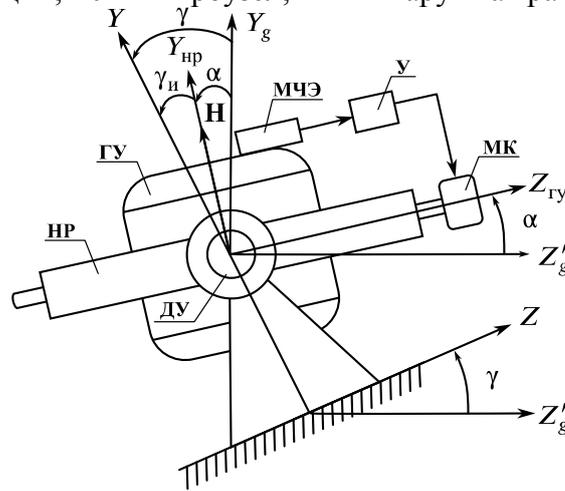


Рис. 2

Рассмотрим прецессионное уравнение относительно оси подвеса гиросузла

$$H\dot{\alpha} + K(\alpha + \Delta\gamma_m) + M_{др} = 0,$$

где K — крутизна контура коррекции (общий коэффициент передачи датчика угла, усилителя и мотора коррекции); $M_{др}$ — возмущающий момент по оси подвеса гиросузла (момент дрейфа). Измеряемый угол крена $\gamma_{и}$ в данном случае с учетом $T = H/K$, $\omega_{др} = M_{др}/H$ выражается как

$$\gamma_{и} = \gamma - \alpha = \gamma + \frac{\Delta\gamma_m}{Tp + 1} + \frac{T\omega_{др}}{Tp + 1}. \tag{21}$$

Выражение (21) для силовой гировертикали соответствует выражению (4) для КФ.

Пример. В качестве примера рассмотрим расчет КФ для аналитической микромеханической гировертикали (в виде блока акселерометров и ДУС) с маятниковой коррекцией на подвижном основании. Предполагается, что при эксплуатации спектральную плотность поперечных горизонтальных ускорений можно аппроксимировать по выражению (6) с параметрами $\sqrt{D_a} = 0,51 \text{ м/с}^2$, $\mu = 3 \text{ рад/с}$, $\varpi = 1 \text{ рад/с}$

$$S_a(\omega) = \frac{0,0316\omega^2}{10^{-2}\omega^4 + 0,16\omega^2 + 1}. \tag{22}$$

Спектральная плотность мощности по выражению (22) показана на рис. 3, где f — частота. Необходимо определить требуемую точность ДУС и синтезировать КФ для определения угла крена с точностью не менее $\sigma_{\text{кф}} = 0,1^\circ$.

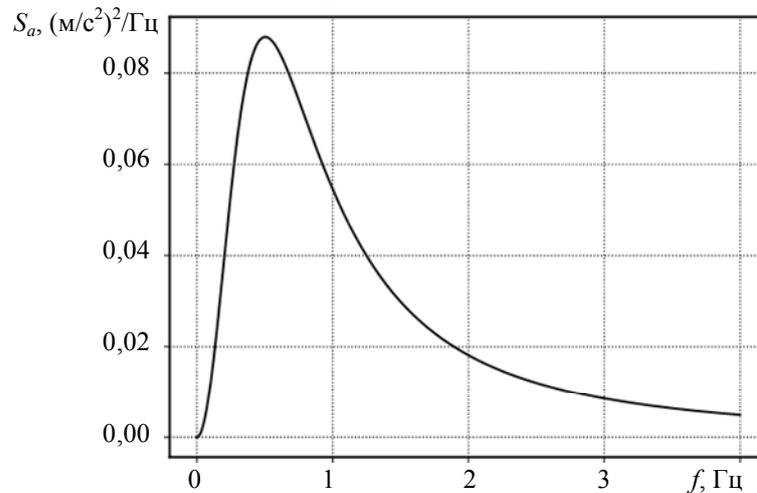


Рис. 3

Сначала условимся, что по вариации Аллана наибольший вклад в дрейф ДУС, среди которых производится выбор, вносит белый шум. Отообразим на рис. 4, а выражения (18)—(20), сплошные кривые — линии оптимума, пунктир — изолинии СКО ошибки КФ. Оптимальная кривая (18) и изолиния (20) для $\sigma_{\text{кф}} = 0,1^\circ$ пересекаются в точке $T = 16$ с, $N = 1,2^\circ/\sqrt{\text{ч}}$.

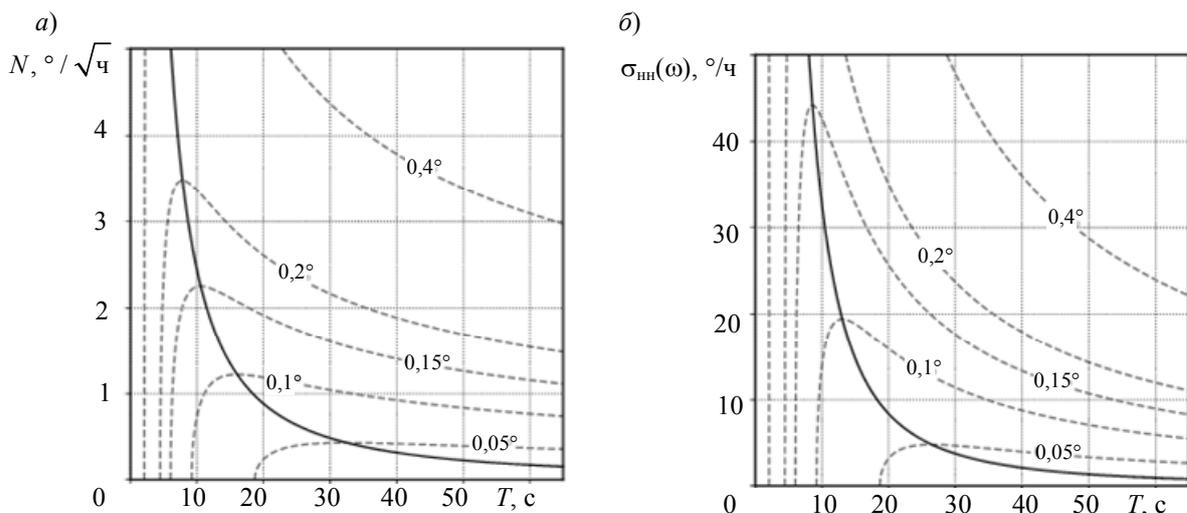


Рис. 4

При синтезе КФ путем преобразования фильтра Винера или Калмана первого порядка можно воспользоваться формулой [8]:

$$T = V_{\text{RW}} / gN, \quad (23)$$

где V_{RW} — случайное блуждание скорости акселерометра (velocity random walk). Аппроксимация ошибок МЧЭ $\Delta\gamma_{\text{м}}$ белым шумом в большинстве случаев дает либо заниженную оценку (в предположении, что белый шум ошибки МЧЭ равен белому шуму самого датчика), либо завышенную, если определять белый шум от максимальной ошибки МЧЭ по наихудшему сценарию. Так, если в качестве ошибки МЧЭ — при том же значении белого шума гироскопа $N = 1,2^\circ/\sqrt{\text{ч}}$ — принять белый шум самого микромеханического датчика равным $V_{\text{RW}} = 10^{-3}$ (м/с)/ $\sqrt{\text{ч}}$, то постоянная времени $T = 0,005$ с по формуле (23) получится слишком

маленькой для компенсации колебаний основания ($\sigma_{\text{кф}} = 2,95^\circ$). Если, например, по наимудшему сценарию предположить ошибку МЧЭ в виде белого шума с параметром V_{RW} , соответствующим спектральной плотности $A(\omega)$ белого шума, ограниченного на полосе частот динамики подвижного объекта $f_1 = \omega_1 / 2\pi = 3$ Гц (см. рис. 3), со СКО, равным дисперсии D_a по выражению (22):

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_1}^{\omega_1} A(\omega) d\omega = \int_{-f_1}^{f_1} A(f) df = 2A(f)f_1 = D_a, \quad (24)$$

то спектральная плотность белого шума определится по выражению (24) $A(f) = D_a / 2f_1 = 4,14 \cdot 10^{-2} (\text{м/с}^2)^2 / \text{Гц}$. Это соответствует случайному блужданию скорости $V_{\text{RW}} = \sqrt{A(f)} = 12,2 (\text{м/с}) / \sqrt{\text{ч}}$ (перевод единиц измерения спектральной плотности белого шума „ $(\text{м/с}^2)^2 / \text{Гц}$ “ в случайное блуждание скорости „ $(\text{м/с}) / \sqrt{\text{ч}}$ “ приведен в стандарте [19]). Тогда по формуле (23) постоянная времени $T = 59$ с получается завышенной ($\sigma_{\text{кф}} = 0,154^\circ$).

Заметим, что требование по значению белого шума не более $N = 1,2^\circ / \sqrt{\text{ч}}$ выполняется даже для бюджетных микромеханических гироскопов. Тогда проверим выбор в предположении, что основной вклад в дрейф вносит нестабильность нуля. Отобразим уравнения (14) и (16) на рис. 4, б. Максимально допустимое значение нестабильности нуля $\sigma_{\text{нн}}(\omega) = 19,4^\circ / \text{ч}$ для заданной погрешности $\sigma_{\text{кф}} = 0,1^\circ$ при постоянной времени $T = 13$ с уже накладывает более существенное ограничение на точность ДУС.

Заключение. В статье предложен графоаналитический метод оптимального синтеза контура коррекции гировертикали в виде комплементарного фильтра. В качестве критерия оптимальности использовалась дисперсия ошибки комплементарного фильтра. Условия минимума дисперсии ошибки представлены уравнениями линий оптимума, которые совместно с изолиниями дисперсии ошибки позволяют выбрать гироскоп по максимально допустимому значению белого шума и нестабильности нуля.

Предложенный метод синтеза рассмотрен на примере построения аналитической микромеханической гировертикали. Показано, что представление ошибки маятникового чувствительного элемента в виде белого шума зачастую дает неоптимальное решение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mahony R., Hamel T., Pflimlin J.-M. Nonlinear complementary filters on the special orthogonal group // IEEE Trans. on Automatic Control. 2008. Vol. 53, N 5. P. 1203—1218. DOI: 10.1109/TAC.2008.923738.
2. Valenti R. G., Dryanovski I., Xiao J. Keeping a good attitude: a quaternion-based orientation filter for IMUs and MARGs // Sensors. 2015. Vol. 15, N 8. P. 19302—19330. DOI: 10.3390/s150819302.
3. Kang D., Jang C., Park F. C. Unscented Kalman filtering for simultaneous estimation of attitude and gyroscope bias // IEEE/ASME Trans. on Mechatronics. 2019. Vol. 24, N 1. P. 350—360. DOI: 10.1109/TMECH.2019.2891776.
4. Sabatini A.M. Kalman-filter-based orientation determination using inertial/magnetic Sensors: Observability Analysis and Performance Evaluation // Sensors. 2011. Vol. 11, N 10. P. 9182—9206. DOI: 10.3390/s111009182.
5. Ассад А., Халиф В., Шуаиб И. Новый адаптивный нечеткий обобщенный фильтр Калмана для оценивания ориентации при отсутствии GPS-сигналов // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27, № 2(105). С. 3—27. DOI: 10.17285/0869-7035.2019.27.2.003-027.
6. Madgwick S. O. H., Harrison A. J. L., Vaidyanathan R. Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm // IEEE Intern. Conf. on Rehabilitation Robotics. Switzerland, Zurich, 2011. P. 1—7. DOI: 10.1109/ICORR.2011.5975346.

7. Brown R. G., Hwang P. Y. C. Introduction to random signals and applied Kalman filtering. John Wiley & Sons, 1997.
8. Матвеев В. В. Анализ комплементарных фильтров при построении бескарданной гировертикали // Изв. ТулГУ. Технические науки. 2019. № 8. С. 153—164.
9. Yoo T. S., Hong S. K., Yoon H. M., Park S. Gain-scheduled complementary filter design for a MEMS based attitude and heading reference system // Sensors. 2011. Vol. 11 4. P. 3816—3830. DOI: 10.3390/s110403816.
10. Качанов Б. О., Гришин Д. В., Ахмедова С. К. и др. Адаптация маятниковой коррекции бесплатформенной гировертикали летательного аппарата к условиям полета // Гироскопия и навигация. 2016. Т. 24, № 4(95). С. 25—34. DOI: 10.17285/0869-7035.2016.24.4.025-034.
11. Poddar S., Narkhede P., Kumar V. et al. PSO Aided Adaptive Complementary Filter for Attitude Estimation // J. Intel. Robot. Syst. 2017. Vol. 87. P. 531—543. DOI: 10.1007/s10846-017-0507-8.
12. Ривкин С. С. Статистический синтез гироскопических устройств. Л.: Судостроение, 1970. 422 с.
13. Аль-Мансур А., Шуаиб И., Джафар А., Потанов А. А. Аналитический алгоритм оценки пространственного положения и курса объекта // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27, № 1(104). С. 72—92. DOI 10.17285/0869-7035.2019.27.1.072-092.
14. Пат. 2253091 РФ. Способ коррекции аналитических гировертикалей усеченного состава / А. М. Боронахин, В. И. Гупалов, А. В. Мочалов. Заявл. 30.12.2002; опубл. 27.05.2005. Бюл. № 15.
15. Пат. 2719241 РФ. Гироскопический маятник / С. В. Кривошеев, К. О. Лукин. Заявл. 13.06.2019; опубл. 17.04.2020. Бюл. № 11.
16. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1966. 992 с.
17. IEEE Std 952-2020. IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros. DOI: 10.1109/IEEESTD.2021.9353434
18. Бесекерский В. А., Фабрикант Е. А. Динамический синтез систем гироскопической стабилизации. Л.: Судостроение, 1968. 351 с.
19. IEEE Std 1293-2018. IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear Single-Axis, Nongyroscopic Accelerometers. DOI: 10.1109/IEEESTD.2019.8653544.

Сведения об авторах

- Кирилл Олегович Лукин** — аспирант; Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева-КАИ, кафедра автоматики и управления; E-mail: Kirill.O.Lukin@yandex.ru
- Сергей Валентинович Кривошеев** — канд. техн. наук, доцент; Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева-КАИ, кафедра автоматики и управления; E-mail: ksv-ap2-au-kai@mail.ru

Поступила в редакцию 28.02.2023; одобрена после рецензирования 28.03.2023; принята к публикации 22.06.2023.

REFERENCES

1. Mahony R., Hamel T., Pflimlin J.-M. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2008, no. 5(53), pp. 1203–1218, DOI: 10.1109/TAC.2008.923738.
2. Valenti R.G., Dryanovski I., Xiao J. *Sensors*, 2015, no. 8(15), pp. 19302–19330, DOI: 10.3390/s150819302.
3. Kang D., Jang C., Park F.C. *IEEE/ASME Trans. on Mechatronics*, 2019, no. 1(24), pp. 350–360, DOI: 10.1109/TMECH.2019.2891776.
4. Sabatini A.M. *Sensors*, 2011, no. 10(11), pp. 9182–9206, DOI: 10.3390/s111009182.
5. Ammar A., Khalaf W., Chouaib I. *Gyroscope and Navigation*, 2019, no. 3(10), pp. 131–146.
6. Madgwick S.O.H., Harrison A.J.L., Vaidyanathan R. *IEEE Intern. Conf. on Rehabilitation Robotics*, Switzerland, Zurich, 2011, pp. 1–7, DOI: 10.1109/ICORR.2011.5975346.
7. Brown R.G., Hwang P.Y.C. *Introduction to random signals and applied Kalman filtering*, John Wiley & Sons, 1997.
8. Matveev V.V. *News of the Tula State University. Technical sciences*, 2019, no. 8, pp. 153–164. (in Russ.)
9. Yoo T.S., Hong S.K., Yoon H.M., Park S. *Sensors*, 2011, no. 4(11), pp. 3816–3830, DOI: 10.3390/s110403816.
10. Kachanov B.O., Grishin D.V., Akhmedova S.K., Tuktarev N.A., Kulabukhov V.S. *Gyroscope and Navigation*, 2016, no. 4(24), pp. 25–34, DOI: 10.17285/0869-7035.2016.24.4.025-034. (in Russ.)
11. Poddar S., Narkhede P., Kumar V. et al. *J. Intel. Robot. Syst.*, 2017, vol. 87, pp. 531–543, DOI: 10.1007/s10846-017-0507-8.

12. Rivkin S.S. *Statisticheskii sintez giroskopicheskikh ustroystv* (Statistical Synthesis of Gyroscopic Devices), Leningrad, 1970, 422 p. (in Russ.)
13. Al Mansour M., Chouaib I., Jafar A., Potapov A.A. *Gyroscopy and Navigation*, 2019, no. 2(10), pp. 77–89.
14. Patent RU 2253091, *Sposob korrektsii analiticheskikh girovertikaley usechennogo sostava* (A Method for Correcting Analytical Gyro-Verticals with a Truncated Composition), A.M. Boronakhin, V.I. Gupalov, A.V. Mochalov, Priority 30.12.2002, Published 27.05.2005, Bulletin 15. (in Russ.)
15. Patent RU 2719241, *Giroskopicheskii mayatnik* (Gyroscopic Pendulum), S.V. Krivosheev, K.O. Lukin, Priority 13.06.2019, Published 17.04.2020, Bulletin 11. (in Russ.)
16. Besekersky V.A., Popov E.P. *Teoriya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya* (Theory of Automatic Control Systems), Moscow, 1966, 992 p. (in Russ.)
17. *IEEE Std 952-2020. IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros*, 2020, DOI: 10.1109/IEEESTD.2021.9353434.
18. Besekersky V.A., Fabrikant E.A. *Dinamicheskii sintez sistem giroskopicheskoy stabilizatsii* (Dynamic Synthesis of Gyroscopic Stabilization Systems), Leningrad, 1968, 351 p. (in Russ.)
19. *IEEE Std 1293-2018. IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear Single-Axis, Nongyroscopic Accelerometers*, 2019, DOI: 10.1109/IEEESTD.2019.8653544.

Data on authors

- Kirill O. Lukin** — Post-Graduate Student; A. N. Tupolev Kazan National Research Technical University, Department of Automation and Control; E-mail: Kirill.O.Lukin@yandex.ru
- Sergey V. Krivosheev** — PhD, Associate Professor; A. N. Tupolev Kazan National Research Technical University, Department of Automation and Control; E-mail: ksv-ap2-au-kai@mail.ru

Received 28.02.2023; approved after reviewing 28.03.2023; accepted for publication 22.06.2023.

**ЦИФРОВОЙ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ ПРИБОР КОНТРОЛЯ
КРУПНОГАБАРИТНЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ**

А. Н. Шилин*, А. А. Шилин, Р. Г. АТАМАНИЮК

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия

**shanvstu@gmail.com*

Аннотация. Оболочки вращения, например обечайки, являются основными базовыми деталями аэрокосмической техники, нефтехимического и энергетического оборудования. Обечайки изготавливаются из листового материала на валковых листогибочных машинах. От технологической точности изготовления базовых деталей зависит качество выпускаемой продукции. Технологический допуск на диаметр обечайки составляет 1 %, однако существующие средства контроля не обеспечивают необходимой точности. Для контроля размеров обечайки в процессе ее изготовления разработан оптико-электронный измерительный прибор, содержащий микроконтроллер, измерительные преобразователи углового положения кромки детали относительно оптической оси, ее температуры и расстояния от прибора до детали. В качестве преобразователя положения кромки детали используется цифровая камера, температура измеряется с помощью пирометра. Оптико-электронный прибор в процессе изготовления детали измеряет отклонения диаметра от номинального размера и температуры детали, а затем с помощью микроконтроллера приводит результат измерения к нормальным температурным условиям.

Ключевые слова: контроль крупногабаритных деталей, оптико-электронные приборы, пирометры, микроконтроллеры, дальномеры

Ссылка для цитирования: Шилин А. Н., Шилин А. А., Атаманюк Р. Г. Цифровой оптико-электронный измерительный прибор контроля крупногабаритных оболочек вращения // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 8. С. 671—679. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-671-679.

**DIGITAL OPTOELECTRONIC MEASURING DEVICE
FOR MONITORING LARGE-SIZED SHELLS OF REVOLUTION**

A. N. Shilin*, A. A. Shilin, R. G. Atamaniuk

Volgograd State Technical University, Volgograd, Russia

**shanvstu@gmail.com*

Abstract. Shells of revolution, such as barrels, are the main basic parts of aerospace, petrochemical, and power equipment. The shells are made from sheet material on roller bending machines. The quality of products depends on the technological accuracy of manufacturing basic parts. The technological tolerance for the shell diameter is 1%, however, the existing control tools do not provide the required accuracy. An optoelectronic measuring device is developed to control the shell dimensions during its manufacture; the device contains a microcontroller and measuring transducers of the angular position of the workpiece edge relative to the optical axis, the part temperature and its distance from the device. A digital camera is used as a workpiece edge position transducer, and the temperature is measured using a pyrometer. In the process of the part manufacturing, the optical-electronic device measures the deviation of the diameter from the nominal size and temperature of the part, and then, with the help of a microcontroller, brings the measurement result to normal temperature conditions.

Keywords: control of large parts, optoelectronic devices, pyrometers, microcontrollers, rangefinders

For citation: Shilin A. N., Shilin A. A., Atamaniuk R. G. Digital optoelectronic measuring device for monitoring large-sized shells of revolution. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 8. P. 671—679 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-671-679.

Введение. Основной базовой деталью аэрокосмической техники, нефтехимического и энергетического оборудования является крупногабаритная оболочка вращения — обечайка, изготавливаемая на листогибочном оборудовании из листового материала методом гибки. Технологическая точность производства обечаек существенно влияет на качество и эксплуатационные характеристики готовой продукции. Основной операцией технологического процесса является правка заготовки, а именно придание ей правильной цилиндрической формы. Исправление формы в поперечном сечении обечайки (правка) осуществляется при ее вращении в валках листогибочной машины за счет локального изгибающего усилия, которое создается с помощью перемещающихся валков.

В настоящее время на заводах, выпускающих крупногабаритные оболочечные конструкции, в основном используются ручные контактные средства контроля размеров и формы обечаек. Технологический допуск на диаметр обечайки составляет 1 %, и существующие средства контроля не обеспечивают необходимой точности. Необходимо отметить, что используемое на большинстве предприятий листогибочное оборудование не оснащено современными системами контроля формы поперечного сечения обечаек. Кроме того, перед технологическим процессом формообразования для уменьшения усилий обечайки предварительно нагреваются до 1000 °С. Время формообразования детали ограничено — допустимо снижение температуры только до 600 °С, что предъявляет требования к оперативности контроля. Таким образом, разработка и внедрение современных средств контроля геометрических параметров обечаек в процессе их формообразования является весьма актуальной задачей для отечественного машиностроения.

Анализ показал, что целесообразно использовать оптические и оптико-электронные приборы и системы для контроля геометрических параметров крупногабаритных оболочек вращения. Таким образом, целью настоящей статьи является разработка оптико-электронного измерительного прибора, содержащего микроконтроллер и дополнительные измерительные преобразователи — пирометр и дальномер, а также устройство автоматического базирования, позволяющие повысить точность и оперативность контроля размеров обечаек в процессе их изготовления.

Разработаны оптические приборы для измерения диаметра крупногабаритных деталей [1, 2], реализующие угловой бесцентровый метод измерения, который технически более прост, чем методы, предполагающие автоматический поиск базовой оси детали. Приборы, предложенные в [1, 2], содержат угловые блоки задания размеров, на которых закреплены оптические преобразователи углового положения кромки детали. Отличительными особенностями этих приборов являются блоки задания размера с линейной шкалой задающего устройства. Прибор [1] содержит оптико-механический блок задания размера с трехмерной кинематической схемой, состоящий из установленного с возможностью осевого перемещения конуса, рычага и пружины, обеспечивающей контакт свободного конца рычага с поверхностью конуса. Прибор [2] содержит оптико-механический блок задания размера, представляющий собой сложную плоскую многозвенную кинематическую схему. Общим недостатком этих приборов является сложность конструкции, технологическая точность изготовления элементов которых отрицательно влияет на точность задания размера и соответственно точность измерения. Кроме того, оператор визуально определяет результат измерения, а регистрируемый размер нагретой детали не приводится к нормальной температуре. Уровень температур-

ной деформации при остывании детали может превышать допуск на ее размер, что является источником погрешности измерения устройства.

В настоящее время проблемы линеаризации характеристик измерительных приборов решаются с помощью микроконтроллеров, которые являются основным блоком интеллектуальных измерительных приборов [3, 4]. Кроме того, микроконтроллеры позволяют решать задачи повышения метрологических характеристик, диагностики, обработки результатов измерения и др. Таким образом, использование микроконтроллера позволяет преодолеть недостатки приборов [1, 2]. Для установки микроконтроллера необходимы математическая модель процесса измерения и алгоритм работы.

Первым этапом проектирования оптико-электронных приборов и систем измерения является выбор оптической схемы измерения по условию минимальной методической погрешности. По оптической схеме измерения задается уравнение, связывающее угловое смещение касательной оптического луча измерительного преобразователя с отклонением размера от номинального. Так, например, отклонение текущего радиуса ΔR поперечного сечения цилиндрической детали номинального размера R соответствует угловому смещению касательной к поперечному сечению обечайки:

$$\Delta\psi = f(\Delta R, R, x_1, y_1, z_1),$$

где x_1, y_1, z_1 — координаты измерительного преобразователя.

Моделирование геометрических преобразований в оптических схемах. Методы моделирования геометрических преобразований основаны на использовании основ тригонометрии, аналитической геометрии и векторного исчисления. Необходимо отметить, что для компьютерного моделирования оптических систем оптико-электронных приборов необходима формализация всех операций геометрических преобразований.

Использование аппарата аналитической геометрии позволяет формализовать основные операции, однако этому методу присущ недостаток: при моделировании оптических схем возникают трудности определения знака перед радикалом формулы, с помощью которой определяется расстояние между двумя точками на координатной плоскости, поскольку задается направление прямой, а не луча. Если при моделировании геометрических преобразований используется вся координатная плоскость, то для каждого координатного угла составляется свое уравнение, и в этом случае требуются четыре уравнения. Причем предварительный анализ для определения знаков в уравнениях — операция более трудоемкая и менее формализуемая, чем составление самих уравнений [5]. Таким образом, основной проблемой моделирования геометрических преобразований является выбор математического аппарата, позволяющего формализовать все геометрические операции с помощью одного уравнения. В то же время в электротехнике широко используется символический метод расчета электрических цепей переменного тока [6, 7], который позволяет геометрические операции над векторами заменить алгебраическими. Этот метод основан на изображении векторов на комплексной плоскости и введении операций над ними.

Необходимо отметить, что для решения уравнений в комплексной форме разработаны компьютерные программы. Предварительный анализ потенциальных возможностей математического аппарата теории функции комплексного переменного (ТФКП) позволил сделать вывод, что основные геометрические преобразования в оптических системах могут быть сравнительно просто приведены с помощью аппарата ТФКП к алгебраическим операциям [8]. Если возникает пространственная задача, то по возможности следует ее свести к плоскостным.

Алгебраизация основных геометрических операций. Основные геометрические операции, которые используются в оптических системах, могут быть представлены аналитически на комплексной плоскости:

1) поворот отрезка прямой (луча) $\mathbf{A} = Ae^{j\alpha}$ на угол $\pm \phi$ может быть аналитически выражен следующим образом:

$$\mathbf{A}_1 = Ae^{\pm j\alpha} e^{\pm j\phi} = Ae^{j(\alpha \pm \phi)}, \tag{1}$$

где $e^{\pm j\phi}$ — оператор поворота;

2) операция увеличения длины отрезка (луча) A в d раз:

$$\mathbf{A}_1 = d \cdot Ae^{j\alpha};$$

3) операция сложения двух отрезков (лучей) $\mathbf{A} = a_1 + ja_2$ и $\mathbf{B} = b_1 + jb_2$:

$$\mathbf{A} \pm \mathbf{B} = (a_1 \pm b_1) + j(a_2 \pm b_2);$$

4) положение касательной к контуру, выраженному с помощью параметрического уравнения $\mathbf{w}(t) = u(t) + jv(t)$, определяется производной

$$\mathbf{w}'(t) = u'(t) + jv'(t)$$

и если производная $w'(t)$ существует в точке t_0 , то вектор на комплексной плоскости $w'(t_0)$ направлен по касательной к кривой $w(t)$;

5) положение отраженного луча может быть выражено через касательную к контуру, поскольку угол отражения определяется по углу падения относительно нормали:

$$\arg(\mathbf{n}) = \arg(\boldsymbol{\tau}) + \pi / 2,$$

где $\boldsymbol{\tau}$ — единичный вектор, касательный к контуру; \mathbf{n} — единичный вектор нормали контура.

Таким образом, практически все геометрические преобразования могут быть выражены алгебраически.

Рассмотрим пример получения уравнения измерения с использованием оптической схемы на комплексной плоскости. Представим на комплексной плоскости (рис. 1) координаты точки касания оптического луча F измерительного преобразователя последовательно через координаты базового валка A , координаты установки направляющих B , координаты положения измерительного преобразователя C в направляющих. Для этого составим в общем виде уравнение для векторов, определяющих схему измерения:

$$\mathbf{R} + \mathbf{L} + \mathbf{H} + \mathbf{K} + \mathbf{R}_1 = 0. \tag{2}$$

Затем в уравнении (2) представим комплексные величины в показательной форме, поскольку поворот отрезков осуществляется с помощью оператора поворота (1):

$$R \cdot e^{-j\pi/2} + L \cdot e^{-j\pi/2 + j\pi/2} + H \cdot e^{j\pi/2} + K \cdot e^{j\pi/2 + \phi} + R \cdot e^{j\pi + \phi} = 0. \tag{3}$$

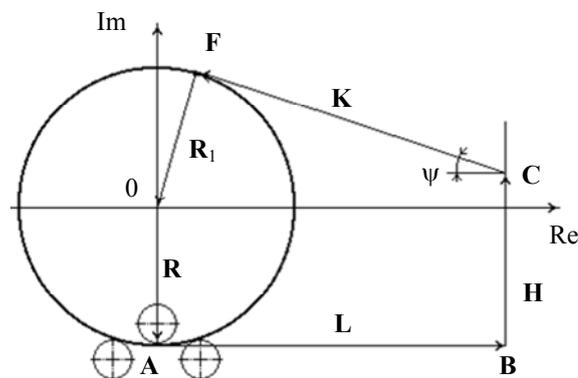


Рис. 1

С помощью формул Эйлера перейдем к тригонометрической форме записи уравнения

$$K \cos \phi - R \sin \phi + j(R \cos \phi + K \sin \phi) = R - H + jL. \tag{4}$$

Выражение в комплексной форме (4) можно представить в виде системы двух уравнений с действительными величинами

$$K \cos \varphi - R \sin \varphi = R - H;$$

$$R \cos \varphi + K \sin \varphi = L.$$

Введя новую переменную $\psi = \pi/2 - \varphi$, которая определяет положение оптического луча измерительного преобразователя, касательного к контуру детали, относительно горизонтали, и решив систему относительно неизвестной величины, определим искомую величину R :

$$R = \frac{L \sin \psi + H \cos \psi}{1 + \cos \psi}.$$

Выражение полностью совпадает с уравнением (1), полученным для этой задачи другим, более громоздким, методом. Из уравнения (3) выразим зависимость ψ от R , которая необходима для градуировки устройства установки измерительного преобразователя

$$e^{j(\pi/2 - \psi)} = \frac{-H + R + jL}{K + jR}. \quad (5)$$

Левую часть уравнения (5) преобразуем в тригонометрическую форму, а в правой части освободимся от комплексной величины в знаменателе, умножив числитель и знаменатель этого уравнения на выражение, сопряженное знаменателю:

$$\sin \psi + j \cos \psi = \frac{K(R - H) + LR}{K^2 + R^2} + j \frac{LK - R(R - H)}{K^2 + R^2}. \quad (6)$$

Из уравнения (6) получим искомую зависимость:

$$\psi = \arcsin. \quad (7)$$

Выражение (7) также совпадает с выражением, полученным с помощью другого метода [5].

Оптико-электронный измерительный преобразователь позволяет измерять наружный размер обечайки при температуре ее формообразования. Однако в результате измерения должен быть определен внутренний размер, приведенный к нормальной температуре. Поэтому при учете толщины листового материала и температурной деформации уравнение измерения примет следующий вид:

$$R = \frac{L \sin \psi + H \cos \psi}{(1 + \cos \psi)(1 + \alpha \Delta \Theta)} - h, \quad (8)$$

где h — толщина листового материала; α — коэффициент линейного расширения материала детали; $\Delta \Theta$ — разность температур обечайки и окружающей среды.

Механическая конструкция оптико-электронного измерительного прибора для контроля размеров и формы поперечного сечения обечайки 1 в процессе ее формообразования с помощью валков 2 листогибочной машины изображена на рис. 2.

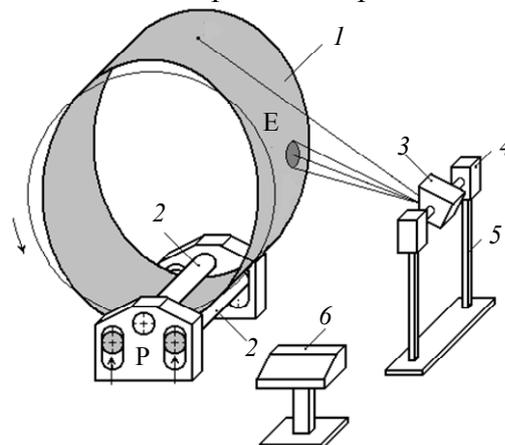


Рис. 2

Формообразование обечайки осуществляется в процессе ее вращения в валках и перемещения на заданный радиус кривизны двух нижних валков с усилием P . Оптико-

электронный прибор содержит блок из трех измерительных преобразователей, расположенных в корпусе 3, который установлен в вертикальной плоскости. С помощью сервопривода с шаговым двигателем 4, закрепленного на стойках 5, прибор может поворачиваться. Органы управления, устройства отображения информации и электрические схемы расположены в пульте управления 6 (рис. 3). Преобразователь положения кромки детали $\Delta\psi$ относительно оптической оси объектива ИП₁ представляет собой цифровую камеру. Прибор содержит также пирометр ИП₂ для измерения температуры детали Θ в зоне точки E и лазерный дальномер ИП₃, определяющий расстояние S от пирометра до детали, необходимое для коррекции погрешности пирометра. Для повышения точности измерения температуры местоположение точки E на поверхности детали выбирается таким образом, чтобы нормаль в этой точке максимально совпадала с направлением потока излучения к пирометру. Выходы преобразователей ИП₁—ИП₃ подключены через коммутатор K_1 ко входу микроконтроллера МК, а к выходу подключены через коммутатор K_2 устройства отображения информации: отклонение диаметра детали от номинального ΔD — ОИ₁, температуры детали Θ — ОИ₂ и исполнительный механизм ИМ — сервопривод, для установки цифровой камеры на угол ψ , соответствующий номинальному размеру детали. Кроме того, на вход МК подаются исходные данные для расчетов: номинальный диаметр детали D_n , толщина листового материала h , коэффициент линейного температурного расширения материала детали α и коэффициент излучательной способности поверхности материала ϵ .

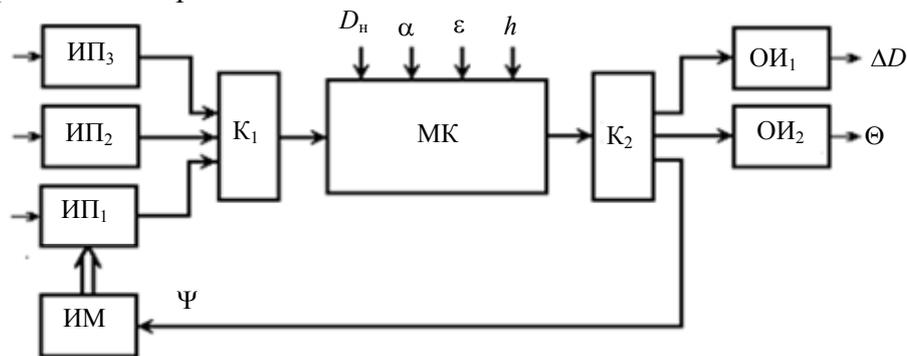


Рис. 3

Прибор работает следующим образом. Перед измерением блок измерительных преобразователей 3 (ИП₃) с помощью сервопривода 4 устанавливается в угловое положение, соответствующее номинальному размеру обечайки. Вычисление угла осуществляется микроконтроллером по исходным данным и выражению (7). Во время технологического процесса формообразования предварительно нагретая до 1000 °С обечайка вращается в валках листогибочной машины. Цифровая камера ИП₁ регистрирует угловое отклонение проекции границы детали от оптической оси камеры. Пирометр ИП₂ регистрирует температуру детали, необходимую для введения температурной поправки на размер детали при ее остывании и для определения момента окончания технологического процесса формообразования, так как при 600 °С технологический процесс должен быть прекращен из-за начала изменения механических свойств материала детали.

Принцип действия пирометра основан на регистрации инфракрасного излучения нагретой детали. Зависимость функции спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела подчиняется закону Планка [9—11]:

$$M_{\lambda}^{\circ}(\lambda, \Theta) = c_1 \lambda^{-5},$$

где $a_1 = 2\pi^5 h c^2 = 3,74 \cdot 10^{-12}$ Вт·см²; $b_2 = hc/k = 1,438 \cdot 10^4$ мкм·К; $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Дж/с — постоянная Планка; $c = 2,98 \cdot 10^{10}$ см/с — скорость света в вакууме; $k = 1,3805 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана.

Функция $M_{\lambda}^o(\lambda, \Theta)$ достигает максимального значения при длине волны λ_M , которая связана с температурой излучающей поверхности выражением закона смещения Вина:

$$\lambda_M \Theta = B = 2896 \text{ мкм} \cdot \text{К}.$$

Из закона Вина и уравнения Планка определяется максимальное значение функции

$$M_{\lambda_M}^o(\lambda_M, \Theta) = 1,315 \left(10^{-3} \Theta\right)^5.$$

Максимальным значениям функций для заданных выше значений температуры $\Theta_1 = 873$ и $\Theta_2 = 1273$ К соответствуют длины волн: $\lambda_{1m} = 2896/\Theta_1 = 3,32$ и $\lambda_{2m} = 2896/\Theta_2 = 2,28$ мкм.

Практически весь спектр излучения нагретого изделия при некоторой температуре практически находится в диапазоне от $0,5\lambda_{2m}$ до $3\lambda_{1m}$. На основании этого определяется спектральный диапазон пирометра $\lambda_{\min} = 0,5\lambda_{2m} = 1,14$ мкм; $\lambda_{\max} = 3\lambda_{1m} = 9,96$ мкм.

Все соотношения, представленные выше, справедливы для абсолютно черных тел. Закон Планка для реального излучателя задается следующим выражением:

$$M_{\lambda}(\lambda, \Theta) = \varepsilon(\lambda, \Theta) M_{\lambda}^o(\lambda, \Theta).$$

Коэффициент излучения $\varepsilon(\lambda, \Theta)$ зависит от материала, температуры, длины волны, состояния излучающей поверхности и степени ее окисления [8—10]. Однако у деталей с шероховатыми поверхностями коэффициент излучения не зависит от длины волны [12]. Такие излучающие тела являются серыми, их коэффициент излучения является практически постоянным. Необходимо отметить, что листовый материал, из которого изготавливаются обечайки, имеет шероховатую поверхность.

Энергетическая сила света абсолютно черного тела в заданном направлении, характеризуемом углом φ от нормали к поверхности излучения, определяется законом Ламберта:

$$dI(\varphi) = L_e \cdot dS \cdot \cos \varphi,$$

где L_e — энергетическая яркость, которая в рассматриваемом случае не зависит от угла φ ; dS — площадь излучающей поверхности.

Излучение реальных тел подчиняется закону Ламберта только в ограниченном диапазоне угла φ , причем для шероховатых поверхностей закон Ламберта выполняется с меньшей погрешностью [9]. Поэтому пирометр закрепляется в корпусе блока с угловым смещением относительно цифровой камеры, регистрирующей положение касательной к поверхности обечайки. Измеренное значение температуры поверхности в точке E имеет меньшую погрешность, чем на краевом участке цилиндрической поверхности в точке F с большим значением угла φ .

Для определения величины температурной деформации при остывании детали необходима информация о коэффициенте линейного теплового расширения. Истинная величина ко-

эффициента определяется выражением $\alpha_i = \frac{\delta l}{\delta \Theta} \cdot \frac{1}{l_i}$.

При работе в одинаковых диапазонах температур для всех образцов удобно использовать средний (интегральный) коэффициент в интервале значений температуры $\Delta\Theta^*$:

$$\alpha_{\text{ср}} = \frac{\Delta l}{l \Delta \Theta}.$$

Средние значения температурного коэффициента линейного расширения для различных материалов приводятся в справочниках по материаловедению, также возможно найти коэффициент из выражения [13, 14]:

* ГОСТ Р 8.940 - 2017. Медно-цинковые сплавы. Дата введения 2018-03-01.

$$\alpha_{\text{ср}} = \frac{N}{V^{2/3} M_{\text{мол}}} \cdot \frac{1}{(\theta_D^2)},$$

где $M_{\text{мол}}$ — молекулярная масса; θ_D — температура Дебая; N — постоянная величина, для металлов $7,24 \cdot 10^{-2}$; V — объем металла.

Существуют и другие, более точные, выражения для определения коэффициента, однако использовать их в этой задаче нецелесообразно, поскольку погрешность задания коэффициента входит косвенно в погрешность измерения размера. Поэтому величина температурной деформации и, следовательно, отклонение диаметра детали определяется выражением:

$$\Delta D = \alpha_{\text{ср}} D_H \Delta \Theta.$$

Дальномер ИПЗ определяет расстояние S между пирометром и деталью, информация о котором необходима для введения поправки на результат измерения температуры пирометром, поскольку его погрешность измерения зависит от расстояния. Погрешность лазерного дальномера, которая имеет аддитивный характер, составляет 1 мм. Необходимо отметить: погрешность дальномера входит косвенно в погрешность измерения размера.

По результатам измерения микроконтроллер вычисляет внутренний размер детали, приведенный к нормальным температурным условиям с помощью выражения (8). Результат измерения диаметра поперечного сечения и температуры детали отображается на устройствах ОИ₁ и ОИ₂.

Выводы. Таким образом, введение в оптико-электронный прибор основного интеллектуального блока (микроконтроллера), дополнительных измерительных преобразователей (пирометра и дальномера) и устройства автоматического базирования позволяет повысить точность и оперативность контроля, а также удобство работы. Результатом работы прибора является измеренный размер диаметра нагретой обечайки, приведенный к нормальным температурным условиям. Кроме того, повышение оперативности контроля позволяет исключить дополнительную повторную технологическую операцию формообразования детали, которая возникает, если за время остывания детали до 600 °С технологический процесс не успевает завершиться.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пат. 2181190 РФ, МПК G01B 21/10. Оптическое устройство для измерения диаметров крупногабаритных деталей / А. Н. Шилин, С. А. Бедкин, Е. Г. Зенина. Заявл. 09.06.2000; опубл. 10.04.2002.
2. Пат. 171730 РФ, МПК G01B 11/08. Оптическое устройство для измерения диаметров крупногабаритных деталей / Д. Г. Сницарук, А. Н. Шилин. Заявл. 29.12.2016; опубл. 13.06.2017.
3. Джексон Р. Г. Новейшие датчики. М.: Техносфера, 2007. 384 с.
4. Войтович И. Д., Корсунский В. М. Интеллектуальные сенсоры. М.: Интернет-Университет Информационных технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. 624 с.
5. Шилин А. Н. Исследование методических погрешностей оптико-электронных информационно-измерительных систем управления производством обечаек // Измерительная техника. 1989. № 10. С. 8—10.
6. Бессонов А. А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. М.: Высшая школа, 1978. 528 с.
7. Нейман В. Ю. Теоретические основы электротехники в примерах и задачах. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2015. 166 с.
8. Шилин А. Н. Моделирование геометрических преобразований при оптических измерениях профиля деталей // Изв. вузов. Приборостроение. 1999. Т. 42, № 5-6. С. 44—47.
9. Афанасьев А. В., Орлов И. Я. Инфракрасный микропроцессорный пирометр с диафрагмальной оптикой // Приборы и техника эксперимента. 2003. № 1. С. 149—152.
10. Госсорг Ж. Инфракрасная термография. Основы, техника, применение: Пер. с франц. М.: Мир, 1998. 416 с.

11. Магунов А. Н. Спектральная пирометрия. М.: Физматлит, 2012. 248 с.
12. Топорец А. С. Оптика шероховатой поверхности. Л.: Машиностроение, 1988. 191 с.
13. Зиновьев В. Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах: Справ. изд-е. М.: Металлургия, 1989. 384 с.
14. Лившиц Б. Г., Крапошин В. С., Липецкий Я. Л. Физические свойства металлов и сплавов. М.: Металлургия, 1980. 320 с.

Сведения об авторах

- Александр Николаевич Шилин** — д-р техн. наук, профессор; Волгоградский государственный технический университет, кафедра электротехники; E-mail: shanvstu@gmail.com
- Алексей Александрович Шилин** — канд. техн. наук, доцент; Волгоградский государственный технический университет, кафедра электротехники; заведующий кафедрой; E-mail: shilin.jr@gmail.com
- Рамез Ганиевич Атаманюк** — аспирант; Волгоградский государственный технический университет, кафедра электротехники; E-mail: atamanuk@gmail.com

Поступила в редакцию 05.12.2022; одобрена после рецензирования 28.03.2023; принята к публикации 22.06.2023.

REFERENCES

1. Patent RU 2181190, G01B 21/10, *Opticheskoye ustroystvo dlya izmereniya diametrov krupnogabaritnykh detaley* (Optical Device to Measure Diameters of Large-Sized Parts), A.N. Shilin, S.A. Bedkin, E.G. Zenina, Priority 2000.06.09, Published 2002.04.10. (in Russ.)
2. Patent RU 171730, G01B 11/08, *Opticheskoye ustroystvo dlya izmereniya diametrov krupnogabaritnykh detaley* (Optical Device for Measuring the Diameters of Large Parts), D.G. Snitsaruk, A.N. Shilin, Patent application no., Priority 2016.12.29, Published 2017.06.13. (in Russ.)
3. Jackson R.G. *Novel Sensors and Sensing*, Boca Raton, CRC Press, 2004, 512 p.
4. Voytovich I.D., Korsunskiy V.M. *Intellektual'nyye sensory* (Smart Sensors), Moscow, 2012, 624 p. (in Russ.)
5. Shilin A.N. *Measurement Techniques*, 1989, no. 10, pp. 8–10. (in Russ.)
6. Bessonov A.A. *Teoreticheskiye osnovy elektrotekhniki: Elektricheskiye tsepi* (Theoretical Foundations of Electrical Engineering: Electrical Circuits), Moscow, 1978, 528 p. (in Russ.)
7. Neiman V.Yu. *Teoreticheskiye osnovy elektrotekhniki v primerakh i zadachakh* (Theoretical Foundations of Electrical Engineering in Examples and Tasks), Novosibirsk, 2015, 166 p. (in Russ.)
8. Shilin A.N. *Journal of Instrument Engineering*, 1999, no. 5-6(42), pp. 44–47. (in Russ.)
9. Afanas'ev A.V., Orlov I.Ya. *Instruments and Experimental Techniques*, 2003, no. 1(46), pp. 135–138.
10. Gaussorgues G. *La Thermographie Infrarouge. Principes, technologies, applications*, Lavoisier, 1984.
11. Magunov A.N. *Spektral'naya pirometriya* (Spectral Pyrometry), Moscow, 2012, 248 p. (in Russ.)
12. Toporets A.S. *Optika sherokhovatoy poverkhnosti* (Optics of a Rough Surface), Leningrad, 1988, 191 p. (in Russ.)
13. Zinoviev V.E. *Teplofizicheskiye svoystva metallov pri vysokikh temperaturakh* (Thermophysical Properties of Metals at High Temperatures), Moscow, 1989, 384 p. (in Russ.)
14. Livshits B.G., Kraposhin V.S., Lipetskiy Ya.L. *Fizicheskiye svoystva metallov i splavov* (Physical Properties of Metals and Alloys), Moscow, 1980, 320 p. (in Russ.)

Data on authors

- Alexander N. Shilin** — Dr. Sci., Professor; Volgograd State Technical University, Department of Electrical Engineering; E-mail: shanvstu@gmail.com
- Alexey A. Shilin** — PhD, Associate Professor; Volgograd State Technical University, Department of Electrical Engineering; Head of the Department; E-mail: shilin.jr@gmail.com
- Ramez G. Atamaniuk** — Post-Graduate Student; Volgograd State Technical University, Department of Electrical Engineering; E-mail: atamanuk@gmail.com

Received 05.12.2022; approved after reviewing 28.03.2023; accepted for publication 22.06.2023.

**МЕТОДИКА ГАБАРИТНОГО РАСЧЕТА
ЗЕРКАЛЬНОГО МОДУЛЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО ПОЛЯ**

М. К. ОРЕХОВА*, А. В. БАХОЛДИН

*Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия***mkorekhova@corp.ifmo.ru*

Аннотация. Разработана методика габаритного расчета зеркального модуля интегрального поля. Предложено схемное решение на основе зеркальных элементов, рассмотрены особенности и предложен подход к проектированию. Представлен пример расчета оптической системы зеркального модуля интегрального поля солнечного телескопа-коронографа КСТ-3. Для достижения поставленной цели использованы методы расчета оптических систем, математического и компьютерного моделирования, а также методы оптимизации оптических систем. Практическая значимость работы заключается в достижении высокого временного разрешения солнечных телескопов при сохранении высокого пространственного и спектрального разрешения. Рассмотренные подходы могут быть расширены для использования при модернизации спектрометров и расширении инструментального парка обсерватории.

Ключевые слова: спектроскопия интегрального поля, модуль интегрального поля, деление поля, деление изображения, широкий спектральный диапазон, астрономическая оптика, солнечный телескоп

Ссылка для цитирования: Орехова М. К., Бахолдин А. В. Методика габаритного расчета зеркального модуля интегрального поля // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 8. С. 680—687. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-680-687.

METHOD FOR OVERALL CALCULATION OF AN INTEGRAL-FIELD MIRROR MODULE

M. K. Orekhova*, A. V. Bakholdin

*ITMO University, St. Petersburg, Russia***mkorekhova@corp.ifmo.ru*

Abstract. A method for overall calculation of an integral-field mirror module is developed. A schematic solution based on mirror elements is described, features are considered, and an approach to design is proposed. An example of calculating the optical system of the mirror module of the integral field of the KST-3 solar telescope-coronagraph is presented. To achieve the goal, methods for calculating optical systems, mathematical and computer modeling, as well as methods for optimizing optical systems are used. The practical significance of the result lies in achieving a high temporal resolution of solar telescopes while maintaining high spatial and spectral resolution. The considered approaches can be extended for use in the modernization of spectrometers and the expansion of the observatory instrumental park.

Keywords: integral field spectroscopy, integral field unit, image slicing, image slicer, wide spectral range, astronomical optics, solar telescope

For citation: Orekhova M. K., Bakholdin A. V. Method for overall calculation of an integral-field mirror module. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 8. P. 680—687 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-680-687.

Введение. Для проведения многих астрономических исследований требуются приборы с высоким пространственным, спектральным и временным разрешением. Пространственное разрешение определяется размером апертурной диафрагмы (АД) телескопа. Важнейшим параметром, определяющим спектральное разрешение, являются характеристики диспергирующего элемента. Временное разрешение определяется, в первую очередь, приемником. В случае протяженных полей возникает необходимость оптимального сопряжения поля изображения объектива и входной щели последующего спектрометра. При сканировании возможно увеличить площадь одномоментной регистрации поля, однако сам процесс сканирова-

ния не позволяет получать информацию об объекте одновременно, и некоторые события становятся невозможно зарегистрировать в режиме реального времени.

Для сокращения времени фиксации и обработки изображений увеличенного размера щелевыми спектральными приборами целесообразно использовать в составе системы „телескоп—спектрометр“ модуль интегрального поля (МИП) — оптическую систему, позволяющую разделить и преобразовать поле телескопа прямоугольной формы в набор длинных щелей, которые „подаются“ на вход спектрометра. Инструменты, обеспечивающие проведение спектроскопического анализа на основе преобразования поля телескопа в щель, называются приборами, построенными по методу спектроскопии интегрального поля [1, 2].

На рис. 1 приведена принципиальная схема деления поля, построенная с применением плоских зеркал: 1 — световой пучок, выходящий из фокальной плоскости телескопа; 2 — массив плоских зеркал-делителей, расположенных под различными углами; 3 — массив фокусирующих зеркал; 4 — сформированная модулем интегрального поля щель, „подаваемая“ на вход спектрометра.

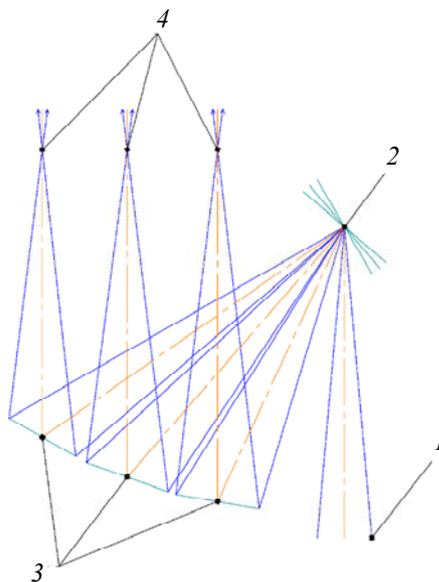


Рис. 1

В настоящей работе представлена методика габаритного расчета на примере оптической системы МИП для солнечного телескопа-коронографа КСТ-3 [3, 4]. Необходимо наиболее эффективно согласовать параметры МИП как с телескопом, так и со спектрометром. КСТ-3 разрабатывается для наблюдения участков поля Солнца ($6 \times 12''$) в широком спектральном диапазоне (0,39—1,60 мкм) с высоким пространственным разрешением (не более $0,1''$) и фиксацией параметров поляризации (восстановление параметров вектора Стокса в каждой точке поля).

В мире активно ведутся работы по модернизации спектрометров и оснащению их МИП [5—30]. К примеру, уже несколько лет данные для звездного Очень Большого Телескопа (VLT) собираются с помощью линзовой оптической системы MUSE (Multi Unit Spectroscopic Explorer) [5—7], которая работает в спектральном диапазоне 0,465—0,930 мкм и имеет пространственное разрешение $0,2''$. Еще один близкий аналог МИП для КСТ-3 — находящийся в разработке MuSiCa, Multi-Slit Image Slicer based on collimator-Camera (0,39—2,30 мкм, Европейский Солнечный Телескоп) [8—10] с расчетным пространственным разрешением $0,05''$. В отличие от МИП для звездных телескопов, солнечный инструментарий нуждается в защите плоскости изображения от рассеянного излучения.

Методика габаритного расчета модуля интегрального поля. Основная функция модуля интегрального поля — деление и преобразование входного поля телескопа в необходи-

мое количество частей без ухудшения пространственного разрешения всей системы. Это деление может быть выполнено посредством оптического волокна, массива микролинз и массива плоских зеркал [1, 29]. В настоящей работе рассмотрено построение системы с помощью массива плоских зеркал.

Так как оптическая система (ОС) КСТ-3 работает в широком спектральном диапазоне, целесообразно построение МИП на зеркалах (плоские зеркала не вносят aberrаций, в отличие от волокна и микролинз). Методика расчета МИП состоит из следующих шагов.

Шаг 1 — Определение входных и выходных данных. Входными параметрами для МИП являются задняя апертура предшествующей системы (телескопа) A'_T , ее прямоугольное поле $2x' \times 2y'$, а также спектральный диапазон $\Delta\lambda$. Выходные параметры МИП — это передняя апертура спектрометра A_C и размеры щели (ширина b и длина c). Для МИП солнечного телескопа-коронोगрафа КСТ-3 эти параметры: $A'_T = n \sin \sigma'_T = 0,075$ (n — показатель преломления среды, σ'_T — задний апертурный угол телескопа-коронोगрафа), $2x' \times 2y' = 1,2 \times 2,3$ мм (соответствующее угловому размеру $6 \times 12''$ в пространстве предметов телескопа-коронोगрафа), $\Delta\lambda = 0,3 — 1,60$ мкм, $A_C = n \sin \sigma_C = 0,0375$, $b = 0,1''$.

Шаг 2 — Определение структуры блока деления поля. На данном этапе рассчитывается минимальное число N элементов поля, разделенного массивом зеркал и соответственно плоских зеркал, необходимых для деления и преобразования поля $2x' \times 2y'$ в щель шириной b :

$$N = \begin{cases} 2x'/b, \\ 2y'/b. \end{cases}$$

Для КСТ-3 деление будет осуществляться по короткой стороне ввиду уменьшения числа элементов поля. $N = 6''/0,1'' = 60$ — это минимальное количество. В настоящей работе их число увеличено до 64 для снижения влияния остаточных aberrаций в оптической системе. Принципиальная схема МИП показана на рис. 2 (1 — коллимационный компонент МИП, 2 — фокусирующий компонент МИП) — деление осуществляется в плоскости полевой диафрагмы (ПД телескопа).

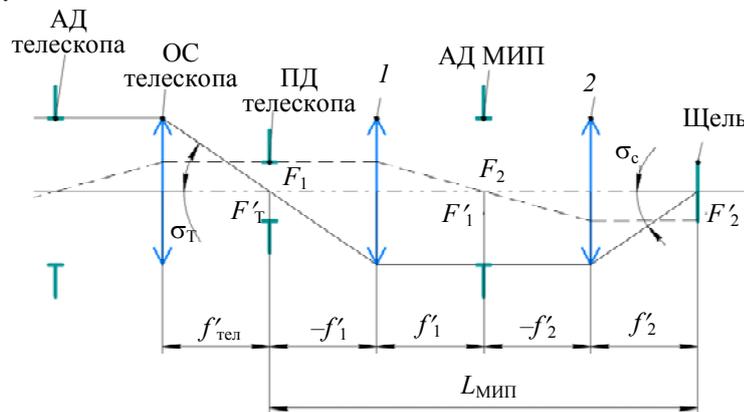


Рис. 2

Наиболее существенным недостатком использования плоских зеркал для деления поля является сложность их изготовления. Выше показано, что для преобразования поля телескопа $1,2 \times 2,3$ мм ($6 \times 12''$) в длинную щель при сохранении пространственного разрешения $0,1''$ необходимо использовать как минимум 64 плоских зеркала размером $0,02 \times 18,6$ мм ($0,1 \times 96''$). Зеркала таких размеров достаточно трудны для изготовления. На сегодняшний день уникальным технологическим результатом изготовления отдельных зеркал делителя поля является достижение размеров $0,25 \times 7$ мм [30]. В рамках настоящей работы ширина зеркала делителя из технологических соображений принята равной $0,25$ мм.

Шаг 3 — Определение масштаба. С учетом ограничений возможно ввести в МИП систему увеличения. Необходимый согласующий масштаб будет ограничиваться габаритами исходя из следующих известных соотношений (рис. 2):

$$\beta = -\frac{f'_1}{f'_2},$$

$$L_{\text{МИП}} = 2f'_1 + 2f'_2.$$

Таким образом, $L_{\text{МИП}}$ (без учета изламывающих ось зеркал) будет определять длину системы МИП в одном из измерений.

Возможно выполнить деление поля несколько раз, например, дважды (рис. 3). Число делений на первой N_1 и на второй ступени N_2 будет определять общее количество элементов поля $N_{\text{МИП}}$ следующим образом:

$$N_{\text{МИП}} = N_1 \cdot N_2.$$

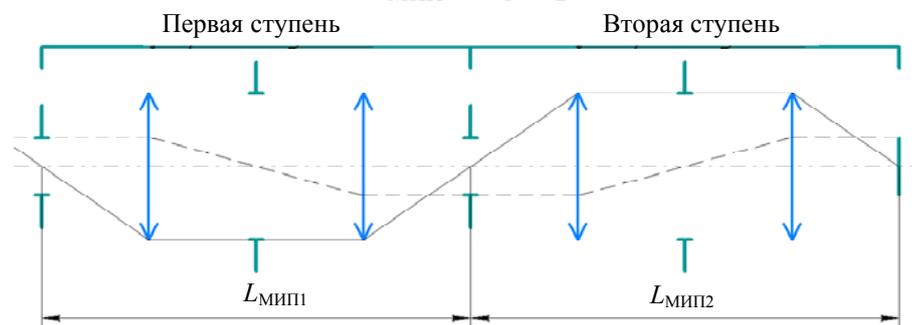


Рис. 3

Преимущество двухступенчатого разделения МИП заключается в том, что на второй ступени возможно уменьшить поле (в случае, если оно было увеличено на первой ступени). Тогда уменьшение апертуры на первой ступени нивелируется, и это приведет к ухудшению спектрального разрешения и увеличению габаритов спектрометра и приемников излучения. Недостатки введения второй ступени — существенное усложнение оптической системы МИП, а также потеря энергии при отражении.

Если с учетом всех примененных выше рекомендаций условия по габаритам по-прежнему не выполняются, возможно ввести систему увеличения перед МИП. Однако важно учитывать, что такая система увеличивает габариты оптической системы МИП, а также уменьшает апертуру.

В случае КСТ-3 согласование с нормальной щелью спектрометра [31] позволяет работать с выходной апертурой 0,0375 (исходная апертура — 0,075), что дает возможность разместить систему увеличения перед МИП.

Далее, для построения МИП, оптимального для КСТ-3, возможно поэтапно делить поле телескопа. Деление на первой ступени на 8 элементов поля, а на втором — еще на 8 обеспечит итоговые 64 элемента, необходимые для преобразования поля прямоугольной формы размером $6 \times 12''$ в длинную щель шириной $0,1''$.

Шаг 5 — Определение основных оптических характеристик. Если все ограничения были учтены, то можно приступить к определению оптической силы компонентов.

Шаг 6 — Оценка качества изображения. Критериями качества в случае оптической системы МИП являются размер освещаемой площадки (щели) и равномерность распределения светового потока в ней.

Схемное решение модуля интегрального поля. МИП для солнечного телескопа-коронографа осуществляет двухступенчатое деление изображения. Также перед МИП находится оптическая система с увеличением 2^{\times} . Все подсистемы МИП построены на параболических

зеркала, а для деления изображения используются узкие плоские зеркала, имеющие различный наклон.

На этапе увеличения полевая диафрагма „вырезает“ из всего поля телескопа прямоугольное изображение размером $1,2 \times 2,3$ мм ($6 \times 12''$) и увеличивает его до $2,4 \times 4,6$ мм ($12 \times 24''$). Входная апертура $0,075$ на данном этапе также преобразуется в $0,0375$. Система увеличения перед МИП показана на рис. 4 (1 — задняя фокальная плоскость телескопа КСТ-3, 2 — параболическое зеркало с $f = 100$ мм, 3 — плоское зеркало, используется для вывода светового потока в нужном направлении, 4 — параболическое зеркало с $f = 200$ мм, 5 — плоскость изображения).

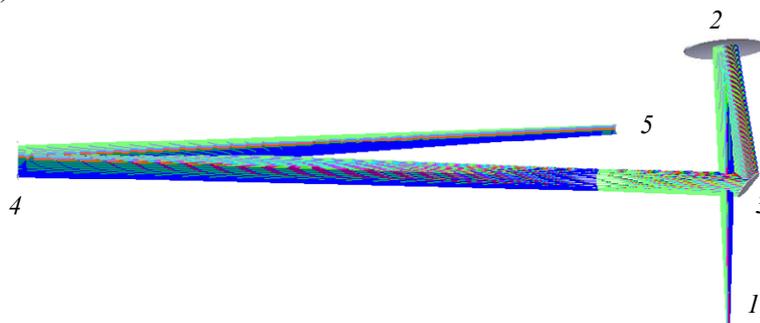


Рис. 4

Далее это изображение с помощью оптической системы МИП первой ступени делится на 8 фрагментов размером $0,3 \times 4,6$ мм ($1,5 \times 24''$). На рис. 5 представлен МИП первой ступени (показано 4 канала из 8): 1 — делитель поля (задняя фокальная плоскость системы увеличения), 2 — параболическое зеркало ($f = 150$ мм), 3 и 4 — массивы плоских зеркал, 5 — параболическое зеркало ($f = 900$ мм), 6 — плоскость изображения. Одновременно с делением изображения происходит его шестикратное увеличение. Итоговое поле составит $1,75 \times 27,93$ мм ($9 \times 144''$), а апертура уменьшится до $0,00313$.

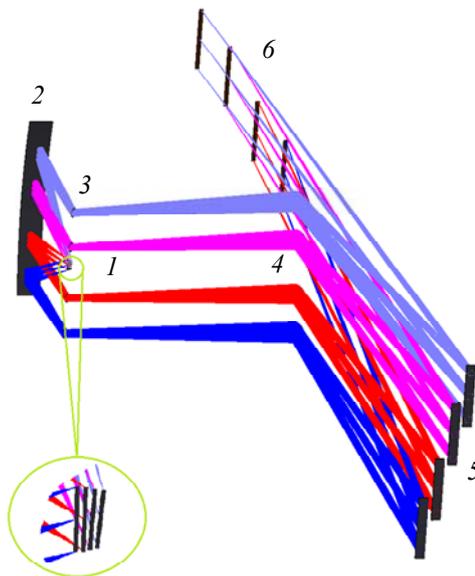


Рис. 5

На рис. 6 показан МИП второй ступени (4 канала из 8): 1 — делитель поля (задняя фокальная плоскость МИП первой ступени), 2 — параболическое зеркало ($f = 900$ мм), 3 и 4 — массивы плоских зеркал, 5 — параболическое зеркало ($f = 150$ мм), 6 — изображение щели (массив изображений). Однако после деления фрагмента еще на 8 частей размером $0,22 \times 27,93$ мм ($1,13 \times 144''$) оптическая система МИП дополнительно реорганизует их расположение. Также на второй ступени происходит шестикратное уменьшение. Таким образом,

итоговая щель, подаваемая на вход спектрометра, составит $0,036 \times 37,23$ мм ($0,18 \times 192''$), апертура $0,0375$.

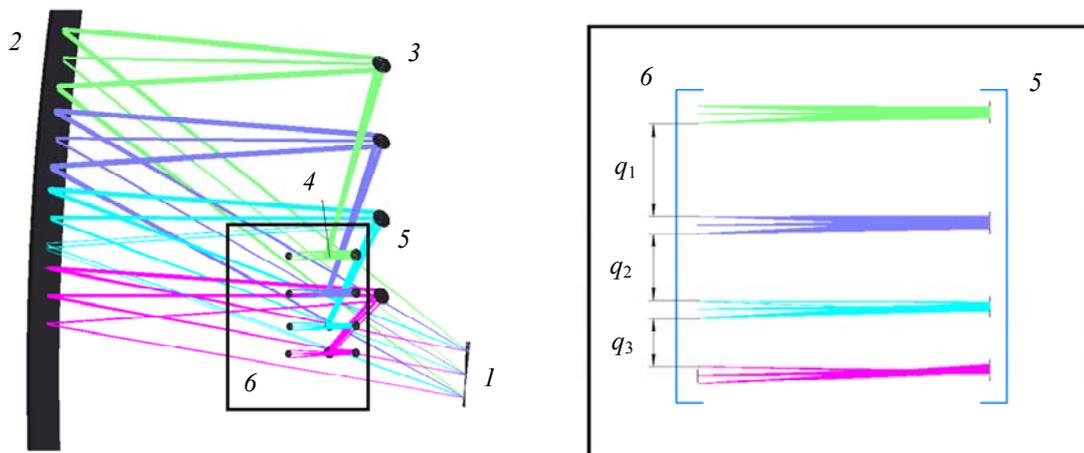


Рис. 6

С учетом системы увеличения, находящейся между телескопом и МИП, полученная ширина щели составит $0,09''$ в пространстве предметов системы, предшествующей МИП.

Таким образом, используя представленные схемные решения, возможно построить оптическую систему МИП и преобразовать поле прямоугольной формы в длинную узкую щель. Однако в изображении итоговой щели между элементами поля остаются пустые пространства, которые влияют на выбор размера используемого приемника. Так, с учетом разрывов (q_1, q_2, q_3) между элементами поля высота итоговой щели будет составлять 160 мм, расчетная высота без разрывов — 40 мм. Несмотря на то что разрывы в несколько раз увеличивают высоту итоговой щели, они могут быть использованы для снятия сигнала теневого поля приемника. Дальнейшая минимизация разрывов (q_1, q_2, q_3) возможна за счет поворота зеркал 3, 4 (рис. 6). Итоговая высота щели будет определяться размером приемника и характеристиками спектрометра.

Заключение. В настоящей работе представлена методика габаритного расчета оптической системы модуля интегрального поля. Предложен пошаговый алгоритм расчета таких систем, даны рекомендации. Показаны особенности согласования оптической системы телескопа и спектрометра и организации между ними преобразования прямоугольного поля в длинную щель. Предложенные подходы могут быть расширены при модернизации спектрометров и расширении инструментального парка обсерватории.

Представлен пример расчета МИП для телескопа КСТ-3 и его согласования с высоко-разрешающим спектрометром. С помощью показанного схемного решения МИП возможно преобразовать поле прямоугольной формы размером $1,2 \times 2,3$ мм ($6 \times 12''$) в щель размером $0,036 \times 160$ мм ($0,18 \times 768''$). С учетом введенной перед МИП системы двукратного увеличения сохраняется пространственное разрешение $0,1''$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bacon R. Optical 3D-Spectroscopy for Astronomy. NY: John Wiley & Sons, 2017. 296 p.
2. Mediavilla E. et al. 3D Spectroscopy in Astronomy. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. 271 p.
3. Григорьев В. М., Демидов М. Л., Колобов Д. Ю., Пуляев В. А., Скоморовский В. И., Чупраков С. А. Проект национального российского крупного солнечного телескопа с диаметром зеркала 3 м // Солнечно-земная физика. 2020. Т. 6, № 2. С. 19—36. <https://doi.org/10.12737/szf-62202002>.
4. Жеребцов Г. А. Комплекс гелиофизических инструментов нового поколения // Солнечно-земная физика. 2020. Т. 6, № 2. С. 6—18. <https://doi.org/10.12737/szf-62202001>.

5. Bacon R. et al. Slicing the universe at affordable cost: the quest for the MUSE image slicer // Proc. of SPIE. 2004. Vol. 5249. <https://doi.org/10.1117/12.512397>.
6. Laurent F. et al. Optical design, manufacturing, and tests of the MUSE image slicer // Proc. of SPIE. 2005. Vol. 5965. <https://doi.org/10.1117/12.624836>.
7. Laurent F. et al. MUSE Integral Field Unit: Test results on the first out of 24 // Proc. of SPIE. 2010. Vol. 7739. <https://doi.org/10.1117/12.857004>.
8. Calcines A. et al. MuSiCa: the Multi-Slit Image Slicer for the EST Spectrograph // Journal of Astronomical Instrumentation. 2013. Vol. 2, N 1. P. 50009. DOI:10.1142/S2251171713500098.
9. Calcines A. et al. Feasibility study of high-resolution integral-field spectrographs for EST with multislit and multi-wavelength capabilities // Proc. of SPIE. 2010. Vol. 7735. <https://doi.org/10.1117/12.856725>.
10. Calcines A. et al. MuSiCa image slicer prototype at 1.5-m GREGOR solar telescope // Proc. of SPIE. 2014. Vol. 9147. <https://doi.org/10.1117/12.2053577>.
11. Eikenberry S. et al. FISICA: the Florida image slicer for infrared cosmology and astrophysics // Proc. of SPIE. 2004. Vol. 5492. <https://doi.org/10.1117/12.549150>.
12. Glenn P. et al. Design, fabrication, assembly, and testing of the Florida image slicer for infrared cosmology and astrophysics (FISICA) integral field unit // Proc. of SPIE. 2004. Vol. 5492. <https://doi.org/10.1117/12.551661>.
13. Content R. Optical design of the KMOS slicer system // Proc. of SPIE. 2006. Vol. 6269. <https://doi.org/10.1117/12.672312>.
14. Surya A. et al. The Infrared Imaging Spectrograph (IRIS) for TMT: final design development of the data reduction system // Proc. of SPIE. 2020. Vol. 11452. <https://doi.org/10.1117/12.2561766>.
15. Kushibiki K. et al. Fabrication of mirror arrays with an ultra-precision cutting technique for a near-infrared integral field unit SWIMS-IFU // Proc. of SPIE. 2020. Vol. 11451. <https://doi.org/10.1117/12.2560431>.
16. Loupias M. et al. HARMONI - first light spectroscopy for the ELT: final design of the integral field unit // Proc. of SPIE. 2020. Vol. 11451. <https://doi.org/10.1117/12.2561374>.
17. Content R. et al. MAVIS IFU with AO for VLT: image slicer concept and design // Proc. of SPIE. 2020. Vol. 11451. <https://doi.org/10.1117/12.2562744>.
18. Chabot T. et al. Fabrication and characterization of aluminum image slicers // Proc. of SPIE. 2020. Vol. 11451. <https://doi.org/10.1117/12.2562458>.
19. McGurk R. et al. Development of the ROSIE integral field unit on the Magellan IMACS spectrograph // Proc. of SPIE. 2020. Vol. 11447. <https://doi.org/10.1117/12.2562950>.
20. Lawrence J. et al. The MANIFEST pre-concept design // Proc. of SPIE. 2020. Vol. 11447. <https://doi.org/10.1117/12.2563238>.
21. Content R. Optical design of MAAT: an IFU for the GTC OSIRIS spectrograph // Proc. of SPIE. 2020. Vol. 11447. <https://doi.org/10.1117/12.2563127>.
22. Ozaki S. et al. Performances of an integral field unit for FOCAS on the Subaru telescope // Proc. of SPIE. 2020. Vol. 11447. <https://doi.org/10.1117/12.2560602>.
23. Chen S. et al. Gemini IRMOS: preliminary optical design of a multi-object adaptive optics-fed infrared integral-field spectrograph // Proc. of SPIE. 2020. Vol. 11447. <https://doi.org/10.1117/12.2561942>.
24. Ozer Z. et al. HARMONI: First light spectroscopy for the ELT: final design and assembly plan of the spectrographs // Proc. of SPIE. 2020. Vol. 11447. <https://doi.org/10.1117/12.2560359>.
25. Nelson P. et al. The Visible Spectro-Polarimeter (ViSP) for the Advanced Technology Solar Telescope // Proc. of SPIE. 2010. Vol. 7735. <https://doi.org/10.1117/12.857610>.
26. Wijn A. et al. Preliminary design of the visible spectro-polarimeter for the Advanced Technology Solar Telescope // Proc. of SPIE. 2012. Vol. 8446. <https://doi.org/10.1117/12.926497>.
27. Rains A. Development of the single-mode fiber integral field unit for the RHEA Spectrograph // Proc. of SPIE. 2018. Vol. 10702. <https://doi.org/10.1117/12.2314336>.

28. Jarno A. et al. Developing an instrument simulator: experience feedback from the JWST/NIRSpec and VLT/MUSE simulators // Proc. of SPIE. 2012. Vol. 8449. <https://doi.org/10.1117/12.926420>.
29. Allington-Smith J. Basic principles of integral field spectroscopy // New Astronomy Reviews. 2006. Vol. 50, N 4—5. P. 244—251. <https://doi.org/10.1016/j.newar.2006.02.024>.
30. Witt E. INFUSE: a rocket-borne FUV integral field spectrograph // Proc. of SPIE. 2020. Vol. 11444. <https://doi.org/10.1117/12.2562537>.
31. Пейсахсон И. В. Оптика спектральных приборов. Л.: Машиностроение, 1975.

Сведения об авторах

- Мария Кирилловна Орехова** — аспирант; Университет ИТМО, центр прикладной оптики; E-mail: marorekhova@gmail.com
- Алексей Валентинович Бахолдин** — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, центр прикладной оптики; E-mail: bakholdin@itmo.ru

Поступила в редакцию 26.02.2023; одобрена после рецензирования 08.04.2023; принята к публикации 22.06.2023.

REFERENCES

- Bacon R. *Optical 3D-Spectroscopy for Astronomy*, NY, John Wiley & Sons, 2017, 296 p.
- Mediavilla E. et al. *3D Spectroscopy in Astronomy*, Cambridge, Cambridge University Press, 2010, 271 p.
- Grigoryev V.M., Demidov M.L., Kolobov D.Yu., Pulyaev V.A., Skomorovsky V.I., Chuprakov S.A. *Solar-Terrestrial Physics*, 2020, no. 2(6), pp. 14–29.
- Zherebtsov G.A. *Solar-Terrestrial Physics*, 2020, no. 2(6), pp. 3–13.
- Bacon R. et al. *Proceedings of SPIE*, 2004, vol. 5249, <https://doi.org/10.1117/12.512397>.
- Laurent F. et al. *Proceedings of SPIE*, 2005, vol. 5965, <https://doi.org/10.1117/12.624836>.
- Laurent F. et al. *Proceedings of SPIE*, 2010, vol. 7739, <https://doi.org/10.1117/12.857004>.
- Calcines A. et al. *Journal of Astronomical Instrumentation*, 2013, no. 1(2), pp. 50009, <https://doi.org/10.1142/S2251171713500098>.
- Calcines A. et al. *Proceedings of SPIE*, 2010, vol. 7735, <https://doi.org/10.1117/12.856725>.
- Calcines A. et al. *Proceedings of SPIE*, 2014, vol. 9147, <https://doi.org/10.1117/12.2053577>.
- Eikenberry S. et al. *Proceedings of SPIE*, 2004, vol. 5492, <https://doi.org/10.1117/12.549150>.
- Glenn P. et al. *Proceedings of SPIE*, 2004, vol. 5492, <https://doi.org/10.1117/12.551661>.
- Lawrence J. et al. *Proceedings of SPIE*, 2006, vol. 6269, <https://doi.org/10.1117/12.672312>.
- Surya A. et al. *Proceedings of SPIE*, 2020, vol. 11452, <https://doi.org/10.1117/12.2561766>.
- Kushibiki K. et al. *Proceedings of SPIE*, 2020, vol. 11451, <https://doi.org/10.1117/12.2560431>.
- Loupas M. et al. *Proceedings of SPIE*, 2020, vol. 11451, <https://doi.org/10.1117/12.2561374>.
- Content R. et al. *Proceedings of SPIE*, 2020, vol. 11451, <https://doi.org/10.1117/12.2562744>.
- Chabot T. et al. *Proceedings of SPIE*, 2020, vol. 11451, <https://doi.org/10.1117/12.2562458>.
- McGurk R. et al. *Proceedings of SPIE*, 2020, vol. 11447, <https://doi.org/10.1117/12.2562950>.
- Lawrence J. et al. *Proceedings of SPIE*, 2020, vol. 11447, <https://doi.org/10.1117/12.2563238>.
- Content R. *Proceedings of SPIE*, 2020, vol. 11447, <https://doi.org/10.1117/12.2563127>.
- Ozaki S. et al. *Proceedings of SPIE*, 2020, vol. 11447, <https://doi.org/10.1117/12.2560602>.
- Chen S. et al. *Proceedings of SPIE*, 2020, vol. 11447, <https://doi.org/10.1117/12.2561942>.
- Ozer Z. et al. *Proceedings of SPIE*, 2020, vol. 11447, <https://doi.org/10.1117/12.2560359>.
- Nelson P. et al. *Proceedings of SPIE*, 2010, vol. 7735, <https://doi.org/10.1117/12.857610>.
- Wijn A. et al. *Proceedings of SPIE*, 2012, vol. 8446, <https://doi.org/10.1117/12.926497>.
- Rains A. *Proceedings of SPIE*, 2018, vol. 10702, <https://doi.org/10.1117/12.2314336>.
- Jarno A. et al. *Proceedings of SPIE*, 2012, vol. 8449, <https://doi.org/10.1117/12.926420>.
- Allington-Smith J. *New Astronomy Reviews*, 2006, no. 4-5(50), pp. 244–251, <https://doi.org/10.1016/j.newar.2006.02.024>.
- Witt E. *Proceedings of SPIE*, 2020, vol. 11444, <https://doi.org/10.1117/12.2562537>.
- Peysakhson I.V. *Optika spektral'nykh priborov* (Optics of Spectral Instruments), Leningrad, 1975. (in Russ.)

Data on author

- Maria K. Orekhova** — Post-Graduate Student; ITMO University, The Center of Applied Optics; E-mail: marorekhova@gmail.com
- Alexey V. Bakholdin** — PhD, Associate Professor; ITMO University, The Center of Applied Optics; E-mail: bakholdin@itmo.ru

Received 26.02.2023; approved after reviewing 08.04.2023; accepted for publication 22.06.2023.

**ПРОСТРАНСТВЕННОЕ МИКРОСКАНИРОВАНИЕ
ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СТЕКЛЯННЫХ ПЛАСТИНОК
ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫМ МЕТОДОМ**

Е. Е. МАЙОРОВ^{1*}, Ю. М. БОРОДЯНСКИЙ², В. В. КУРЛОВ¹,
И. С. ТАЮРСКАЯ³, В. П. ПУШКИНА¹, Р. Б. ГУЛИЕВ⁴

¹ Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
Санкт-Петербург, Россия,
*majorov_ee@mail.ru

² Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича,
Санкт-Петербург, Россия

³ Санкт-Петербургский университет технологий управления и экономики, Санкт-Петербург, Россия

⁴ Университет при Межпарламентской Ассамблее ЕвразЭС, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. Исследованы плоскопараллельные стеклянные пластинки для пространственного микросканирования поверхности интерференционным методом. Необходимость контроля качества оптических поверхностей для высокоточных оптических приборов и систем определяет актуальность работы. Представлен внешний вид интерферометра, приведены оптическая схема и технические характеристики прибора. В результате экспериментальных измерений получены интерферограммы поверхностей оптических плоскопараллельных пластинок с погрешностью не более $0,05\lambda$. Получены зависимости коэффициента отражения от продольного и поперечного смещения поверхности. Графические зависимости показали, что все поверхности исследуемых образцов имели равномерные распределения в области от $K = 19$ до $20,2\%$.

Ключевые слова: интерферограмма, оптическая поверхность, интерферометр Физо, коэффициент отражения, полином Цернике, размах, клиновидная пластина

Ссылка для цитирования: Майоров Е. Е., Бородянский Ю. М., Курлов В. В., Таюрская И. С., Пушкина В. П., Гулиев Р. Б. Пространственное микросканирование поверхности плоскопараллельных стеклянных пластинок интерференционным методом // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 8. С. 688—695. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-688-695.

**SPATIAL MICRO-SCANNING OF PLANE-PARALLEL
GLASS PLATE SURFACE BY THE INTERFERENCE METHOD**

E. E. Maierov^{1*}, Yu. M. Borodyansky², V. V. Kurlov¹,
I. S. Tayurskaya³, V. P. Pushkina¹, R. B. Guliyev⁴

¹ St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,
St. Petersburg, Russia,
*majorov_ee@mail.ru

² The Bonch-Bruevich St. Petersburg State University of Telecommunications,
St. Petersburg, Russia

³ St. Petersburg University of Management Technologies and Economics, St. Petersburg, Russia

⁴ University under the Inter-Parliamentary Assembly of EurAsEC, St. Petersburg, Russia

Abstract. Plane-parallel glass plates for spatial micro-scanning of the surface by the interference method are studied. The need to control the quality of optical surfaces for high-precision optical instruments and systems determines the relevance of the work. The appearance of the interferometer is presented, the optical scheme and technical characteristics of the device are given. As a result of experimental measurements, interferograms of the surfaces of optical plane-parallel plates are obtained with an error of no more than 0.05λ . The dependences of the reflection coefficient on the longitudinal and transverse displacements of the surface are obtained. Graphic dependences shows that all surfaces of the studied samples have uniform distributions in the range from $K = 19$ – 20.2% .

Keywords: interferogram, optical surface, Fizeau interferometer, reflection coefficient, Zernike polynomial, span, wedge-shaped plate

For citation: Maiorov E. E., Borodyansky Yu. M., Kurlov V. V., Tayurskaya I. S., Pushkina V. P., Guliyev R. B. Spatial micro-scanning of plane-parallel glass plate surface by the interference method. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 8. P. 688—695 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-688-695.

Введение. Одной из важнейших задач метрологии является получение высокоточных, информативных и достоверных данных о геометрических параметрах поверхности объекта [1, 2]. Решая эту задачу, многие исследователи опираются на контактные и бесконтактные методы и технические средства [3, 4].

В применении контактных методов и средств (микрометры, механические щупы различного назначения и т.д.) экспериментаторы сталкиваются с низкой производительностью, а порой не могут добиться необходимой виброзащиты для проведения измерений [5, 6]. Поэтому на применение контактных методов накладываются определенные ограничения по классу исследуемых поверхностей объектов [7, 8]. Перечисленные недостатки контактных методов устраняются использованием бесконтактных методов и средств. Ведущее место среди них занимают оптические и оптико-электронные приборы и комплексы [9, 10].

Современные тенденции развития оптико-электронных приборов и комплексов определяют новые требования к показателям качества выпускаемой оптической промышленностью продукции [11, 12]. Улучшение конструкции этих приборов позволяет обеспечить функциональную точность изделий, которая является основным показателем качества [13, 14].

В оптическом приборостроении плоскопараллельные стеклянные пластинки применяются в качестве защитных стекол, светофильтров, оптических сеток, а также вспомогательных элементов микросканирования зондирующим световым лучом измеряемой поверхности объекта [15, 16]. Для пространственного микросканирования зондирующим лучом плоскопараллельную пластинку устанавливают между источником излучения и объективом. При этом пластинка совершает угловые колебания. В результате при контроле поверхности разной шероховатости данный оптический элемент обеспечивает независимые измерения продольной структуры поверхности объекта.

Для контроля плоскостности оптических поверхностей, а также для измерения конечных мер преимущественно применяют интерферометр Физо [17, 18] — разновидность многолучевых интерферометров, в котором интерференция происходит в воздушном зазоре между двумя отражающими поверхностями [19, 20].

Анализ литературных данных показал, что наиболее универсальным методом контроля плоскостности объектов является бесконтактный метод измерений с применением интерферометра Физо, так как он исключает основной недостаток метода пробных стекол — контакт материалов эталонной и исследуемой поверхностей [21, 22].

Поэтому может представлять интерес исследование оптических поверхностей плоскопараллельных стеклянных пластинок для пространственного микросканирования поверхностей различной формы. В связи с разработкой большого числа различных оптических деталей для высокоточных оптических приборов и систем важное значение приобретает рассмотрение вопросов контроля качества оптических поверхностей.

Целью настоящей работы явилось исследование оптических плоских поверхностей плоскопараллельных стеклянных пластинок интерференционным методом.

Постановка задачи. Плоскопараллельные стеклянные пластинки являются одним из основных оптических элементов высокоточных оптических и оптико-электронных приборов и комплексов. И от плоскостности оптической поверхности плоскопараллельной стеклянной пластинки зависят достоверность, информативность и точность измерений. Поэтому задача

настоящей работы — сравнительный анализ плоскостности оптических поверхностей плоскопараллельных пластинок, изготовленных из бромида калия (KBr), фторида магния (MgF_2) и фторида лития (LiF).

Метод и объект исследования. Объектом исследования выступали плоскопараллельные стеклянные пластинки одинаковой толщины ($s = 0,25$ мм), длины ($l = 2$ см) и ширины ($b = 1$ см).

Оптическая плоскопараллельная пластинка, изготовленная из KBr, имеет спектральный диапазон пропускания от 230 до 28 000 нм; может применяться от дальней ультрафиолетовой до дальней инфракрасной области благодаря высокой прозрачности. Данный материал выращивается методом Кирополуса, он гигроскопичен и потому должен хорошо защищаться от влажности.

Оптическая плоскопараллельная пластинка, изготовленная из MgF_2 , имеет спектральный диапазон пропускания от 110 до 7500 нм; может применяться от дальней ультрафиолетовой до дальней инфракрасной области, материал твердый, устойчивый к нагрузкам, из которого делают прочную оптику. Данный материал выращивается методом Стокбаргера.

Оптическая плоскопараллельная пластинка, изготовленная из LiF, имеет спектральный диапазон пропускания от 110 до 7000 нм; может применяться от дальней ультрафиолетовой до дальней инфракрасной области. Кристаллы выращиваются двумя методами в зависимости от назначения продукции: методом Стокбаргера и методом Кирополуса.

Исследуемые материалы были предоставлены ООО „Завод оптических изделий“ (Санкт-Петербург). Для измерений использовался интерферометр Физо, внешний вид которого приведен на рис. 1.

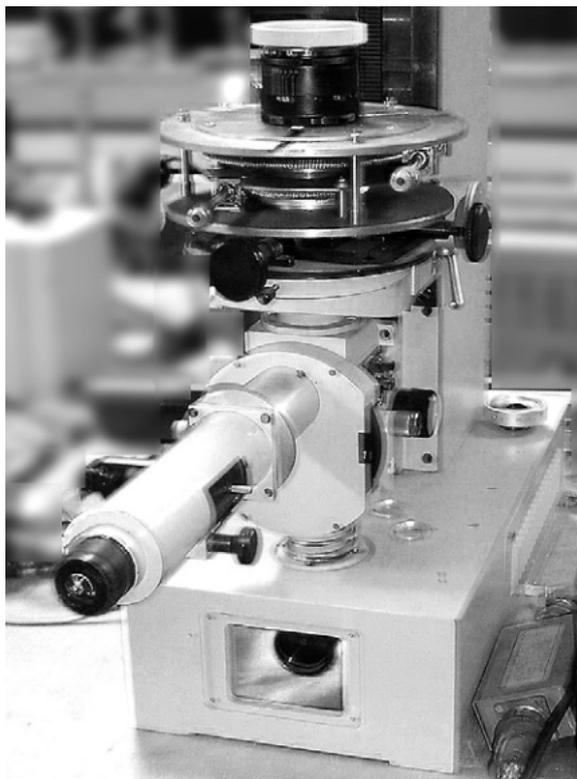


Рис. 1

Для измерений плоских поверхностей объектов применяют интерферометр Физо. В этом приборе объектный канал, в котором находится исследуемая поверхность, совмещается с опорным каналом, где расположена образцовая (эталонная) поверхность, формирующая опорный волновой фронт. Такая схема работает благодаря проходящему через эталонную поверхность свету.

На рис. 2 приведена оптическая схема интерферометра Физо. В качестве эталонной используется фронтальная поверхность клиновидной пластины, выполненная с образцовой точностью на уровне $1/20 \lambda$ (1 — источник когерентного излучения; 2 — микрообъектив; 3 — светоделитель; 4 — коллимирующий объектив; 5 — клиновидная пластина с эталонной поверхностью; 6 — контролируемая поверхность образца; 7 — плоскость наблюдения).

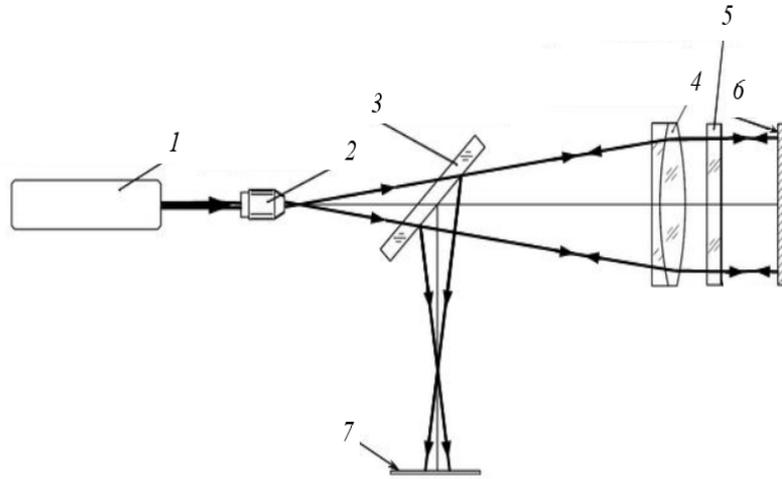


Рис. 2

Свет от когерентного источника 1 (ЛГ-79-1 — He-Ne-лазер с $\lambda = 0,63$ мкм, $P = 15$ мВт и $l_c = 1,5$ м) собирается и фокусируется микрообъективом 2. В фокусе микрообъектива установлена точечная диафрагма, которая отсекает пространственные частоты и повышает однородность светового пучка. Далее световой пучок преобразуется в расходящийся, который после светоделителя 3 объективом 4 преобразуется в коллимирующий. Параллельный пучок лучей, вышедший из объектива 4, отражается от верхней плоскости поверхности контролирующего образца 6 и от нижней плоскости поверхности эталона 5. В обратном ходе лучи, пройдя объектив 4 и отразившись от светоделителя, формируют интерференционную картину полос равной ширины в плоскости наблюдателя 7. Ширину и направление полос регулируют перемещениями микрометрического стола.

Технико-эксплуатационные характеристики экспериментальной установки:

- предельная инструментальная погрешность — $\lambda/20$;
- апертура проверяемых поверхностей — не более 0,25;
- числовая апертура объектива — 0,2;
- пределы перемещения интерференционной головки по трем осям — ± 10 мм;
- приемники изображения — фотокамера Зенит и цифровая камера TourCam;
- источник света — лазер ЛГ-79-1;
- длина волны излучения — 0,63 мкм;
- габаритные размеры — $700 \times 350 \times 520$ мм;
- масса — 60 кг.

Экспериментальные результаты. В результате экспериментов получены интерферограммы поверхностей оптических плоскопараллельных пластинок. На рис. 3 приведены результаты съемок (а — пластинка из KBr; б — MgF₂; в — LiF). В процессе измерений необходимо было получить информацию о деформации исследуемых волновых фронтов оптических плоскопараллельных пластинок [23, 24]. Полученные интерферограммы были обработаны компьютерной программой Master Zebra. Изображения интерферограмм были преобразованы в графический формат файлов (tiff). Программой была проведена аппроксимация функции деформации волнового фронта по полиномам Цернике, после чего программа выводила на дисплей основные параметры деформации: размах (S), максимум (Max), минимум (Min) и среднее квадратичное отклонение (σ).

Для оптической плоскопараллельной пластинки, изготовленной из КВr: $S = 0,119261$ мкм, $\text{Max} = 0,071621$ мкм, $\text{Min} = 0,029273$ мкм, $\sigma = 0,029492$ мкм.

Для пластинки, изготовленной из MgF_2 : $S = 0,101891$ мкм, $\text{Max} = 0,049362$ мкм, $\text{Min} = 0,021783$ мкм, $\sigma = 0,021121$ мкм. Для пластинки, изготовленной из LiF: $S = 0,113219$ мкм, $\text{Max} = 0,053912$ мкм, $\text{Min} = 0,025172$ мкм, $\sigma = 0,023711$ мкм.

Плоские поверхности были измерены с погрешностью не более $0,05\lambda$.

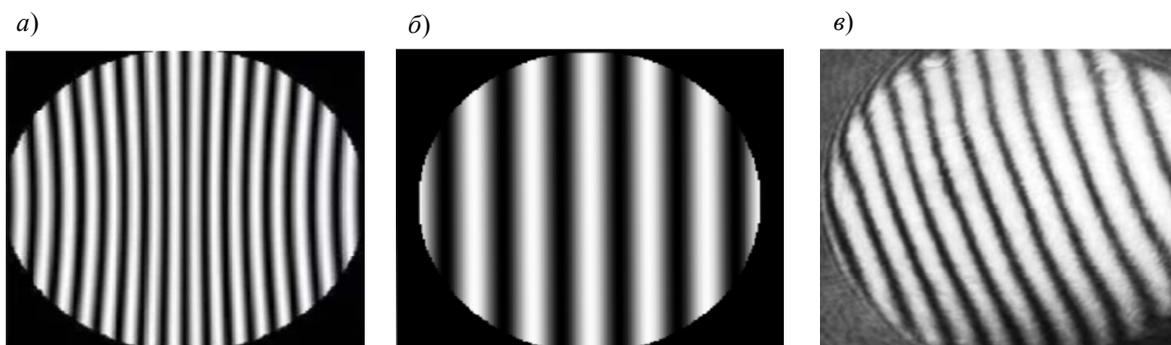


Рис. 3

На интерферограммах поверхностей (рис. 3) отсутствует какая-либо сферичность, т.е. aberrаций нет, а значит, поверхность высокого качества. Само интерференционное изображение высокого качества и чистоты поверхности, шумы отсутствуют. Компьютерная программа Master Zebra обеспечивает высокую надежность опознавания и измерения координат интерференционных полос, стабильную повторяемость выходных числовых величин, что является гарантией достоверности и точности экспериментальных данных. Анализ карт и профилей деформаций волновых фронтов подтверждает высокое качество поверхностей.

В работе проведены исследования с применением компьютерной программы Interferometer, которая позволила получить данные о коэффициенте отражения при смещении поверхности объекта по координатам x и y . На рис. 4 приведены зависимости коэффициента отражения от продольного и поперечного смещения поверхности исследуемого образца (a — по оси x : 1 — пластинка КВr; 2 — MgF_2 ; 3 — LiF; b — по оси y : 1 — пластинка КВr; 2 — MgF_2 ; 3 — LiF). Согласно графическим зависимостям, все поверхности исследуемых образцов имеют равномерные распределения в области $K = 19$ — $20,2$ %.

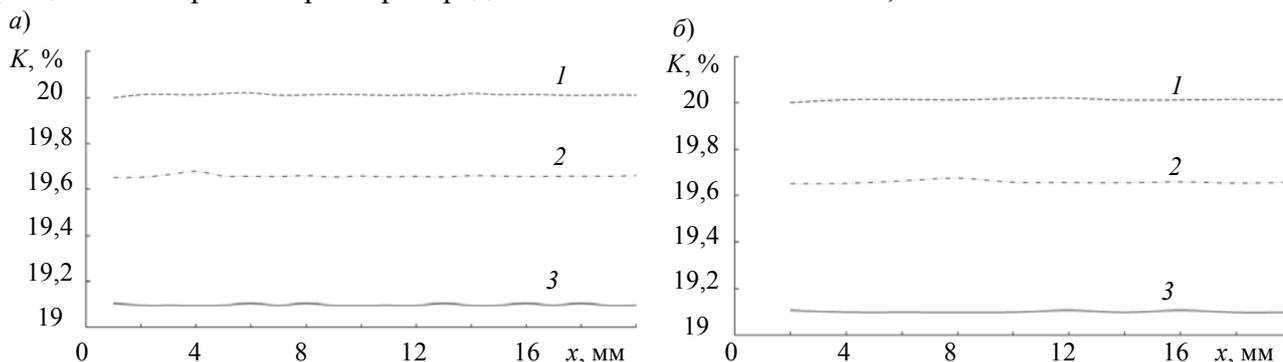


Рис. 4

Незначительность „деформации“ кривых распределения доказывает высокое качество выращенных кристаллов, следовательно, они могут использоваться в разных оптических изделиях.

Заключение. В работе проведен сравнительный анализ плоскостности оптических поверхностей плоскопараллельных пластинок, изготовленных из следующих материалов: бромид калия (КВr), фторид магния (MgF_2) и фторид лития (LiF). Исследования доказали, что измеренные поверхности плоскопараллельных пластинок удовлетворяют требованиям опти-

ческого контроля и могут применяться в оптических и оптико-электронных приборах и комплексах. Данное исследование представляет интерес для оптического приборостроения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Малакара Д. Оптический производственный контроль / Пер. с англ. под ред. А. Н. Соснова. М.: Машиностроение, 1985. 340 с.
2. Креопалова Г. В., Лазарева Н. Л., Пуряев Д. Т. Оптические измерения. М.: Машиностроение, 1987. 264 с.
3. Левин Б. М. Оптические методы определения характера профиля поверхностей // ОМП. 1938. № 10—11. С. 37—41.
4. Коломийцев Ю. В. Интерферометры. Л.: Машиностроение, 1976. 296 с.
5. Прокопенко В. Т., Майоров Е. Е. Интерферометрия диффузно отражающих объектов. М.: НИУ ИТМО, 2014. 195 с.
6. Майоров Е. Е., Прокопенко В. Т., Ушверидзе Л. А. Оптимизация динамических параметров оптического щупа триггерного типа // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2012. № 2(78). С. 13—16.
7. Майоров Е. Е., Прокопенко В. Т., Ушверидзе Л. А. Расчет параметров сканирования интерферометрической системы контроля формы диффузно отражающих объектов // Приборы. 2012. № 7(145). С. 23—25.
8. Майоров Е. Е., Машек А. Ч., Прокопенко В. Т., Чистякова Н. Я. Исследование метрологических характеристик измерительной оптико-механической головки // Изв. вузов. Приборостроение. 2012. Т. 55, № 7. С. 59—65.
9. Майоров Е. Е., Прокопенко В. Т., Шерстобитова А. С. Исследование оптико-электронной системы расшифровки голографических интерферограмм // Оптический журнал. 2013. Т. 80, № 3. С. 47—51.
10. Майоров Е. Е., Прокопенко В. Т. Исследование влияния спекл-структуры на формирование интерференционного сигнала и погрешность измерений // Научное приборостроение. 2013. Т. 23, № 2. С. 38—46.
11. Майоров Е. Е., Прокопенко В. Т. Вывод аналитического выражения для разности хода лучей, прошедших интерферометр Жамена // Научное приборостроение. 2013. Т. 23, № 3. С. 76—81.
12. Майоров Е. Е., Прокопенко В. Т., Ушверидзе Л. А. Система когерентной обработки спеклограмм для исследования поверхностей зубной ткани // Медицинская техника. 2013. № 6(282). С. 25—27.
13. Майоров Е. Е., Машек А. Ч., Удахина С. В., Цыганкова Г. А., Хайдаров Г. Г., Черняк Т. А. Разработка компьютерной интерференционной системы контроля негладких поверхностей // Приборы. 2015. № 11(185). С. 26—31.
14. Прокопенко В. Т., Майоров Е. Е., Машек А. Ч., Удахина С. В., Цыганкова Г. А., Хайдаров А. Г., Черняк Т. А. Оптико-электронный прибор для контроля геометрических параметров диффузно отражающих объектов // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 5. С. 388—394.
15. Майоров Е. Е., Дагаев А. В., Пономарев С. В., Черняк Т. А. Исследование интерферометра сдвига в фазоизмерительных приборах и системах расшифровки голографических интерферограмм // Научное приборостроение. 2017. Т. 27, № 2. С. 32—40.
16. Майоров Е. Е., Прокопенко В. Т., Машек А. Ч., Цыганкова Г. А., Курлов А. В., Хохлова М. В., Кирик Д. И., Капралов Д. Д. Экспериментальное исследование метрологических характеристик автоматизированной интерферометрической системы измерения формы поверхности диффузно отражающих объектов // Измерительная техника. 2017. № 10. С. 33—37.
17. Курлов В. В., Коцкович В. Б., Майоров Е. Е., Пушкина В. П., Таюрская И. С. Экспериментальное исследование разработанной интерференционной системы для измерений поверхности объектов сложной формы // Изв. ТулГУ. Технические науки. 2020. № 8. С. 179—189.
18. Цыганкова Г. А., Майоров Е. Е., Черняк Т. А., Константинова А. А., Машек А. Ч., Писарева Е. А. Исследование разработанного интерферометра поперечного сдвига для настройки интерференционных полос при обработке интерферограмм // Приборы. 2021. № 2. С. 20—25.

19. Хохлова М. В., Дагаев А. В., Майоров Е. Е., Арефьев А. В., Гулиев Р. Б., Громов О. В. Исследование оптико-электронной системы при обработке голографических пластин // Международный научно-исследовательский журнал. 2021. № 8(110). С. 103—108. DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2021.110.8.015>.
20. Хохлова М. В., Дагаев А. В., Майоров Е. Е., Арефьев А. В., Гулиев Р. Б., Громов О. В. Интерференционная система измерения геометрических параметров отражающих поверхностей // Международный научно-исследовательский журнал. 2021. № 6(108). С. 184—189. DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2021.108.6.029>.
21. Арефьев А. В., Коцкович В. Б., Майоров Е. Е., Пушкина В. П., Сорокин А. А., Удахина С. В. Исследование разработанного интерференционного зонда для измерения неровностей реальных поверхностей // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2022. № 2. С. 1—6. DOI: 10.25791/pribor.2.2022.1319.
22. Майоров Е. Е., Коцкович В. Б., Пушкина В. П., Арефьев А. В., Гулиев Р. Б., Дагаев А. В. Исследование оптических плоских поверхностей светоделительных пластин средством когерентной оптики // Научное приборостроение. 2022. Т. 32, № 2. С. 65—74.
23. Бородянский Ю. М., Майоров Е. Е., Петрова Е. А., Попова Е. В., Курлов В. В., Удахина С. В. Измерение геометрических параметров поверхностей сложной формы низкокогерентной оптической системой // Приборы. 2022. № 5(263). С. 3—7.
24. Майоров Е. Е. Исследование разработанной измерительной системы на основе двухлучевой интерферометрии // Моделирование и ситуационное управление качеством сложных систем: Третья Всерос. науч. конф. (СПб, 18—22 апреля 2022 г.). СПб: ГУАП, 2022. С. 52—55. DOI: 10.31799/978-5-8088-1707-4-2022-3.

Сведения об авторах

- | | |
|------------------------------------|--|
| Евгений Евгеньевич Майоров | — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра прикладной математики; E-mail: majorov_ee@mail.ru |
| Юрий Михайлович Бородянский | — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича, кафедра безопасности информационных систем; E-mail: borodyanskyum@gmail.com |
| Виктор Валентинович Курлов | — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра инноватики и интегрированных систем качества; E-mail: vitek543@rambler.ru |
| Ирина Соломоновна Таюрская | — канд. экон. наук, доцент; Санкт-Петербургский университет технологий управления и экономики, кафедра информационных технологий и математики, E-mail: tis_ivesep@mail.ru |
| Вера Павловна Пушкина | — канд. экон. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра высшей математики и механики, E-mail: vera150465@yandex.ru |
| Рамиз Балахан оглы Гулиев | — канд. техн. наук, доцент; Университет при Межпарламентской Ассамблее ЕврАзЭС, кафедра математики и информационных технологий, E-mail: ramiz63@yandex.ru |

Поступила в редакцию 05.12.22; одобрена после рецензирования 09.01.23; принята к публикации 22.06.23.

REFERENCES

1. Malacara D. *Optical Shop Testing*, John Wiley & Sons, 2007, 888 p.
2. Kreopalova G.V., Lazareva N.L., Puryaev D.T. *Opticheskiye izmereniya* (Optical Measurements), Moscow, 1987, 264 p. (in Russ.)
3. Levin B.M. *Soviet Journal of Optical Technology*, 1938, no. 10-11, pp. 37—41 (in Russ.)
4. Kolomyitsev Yu.V. *Interferometry* (Interferometers), Leningrad, 1976, 296 p. (in Russ.)
5. Majorov E.E., Prokopenko V.T. *Interferometriya diffuzno otrazhayushchikh ob"yektov* (Interferometry of Diffusely Reflecting Objects), St. Petersburg, 2014, 195 p. (in Russ.)
6. Maiorov E.E., Prokopenko V.T., Ushveridze L.A. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2012, no. 2(78), pp. 13—16. (in Russ.)
7. Maiorov E.E., Prokopenko V.T., Ushveridze L.A. *Instruments*, 2012, no. 7(145), pp. 23—25. (in Russ.)
8. Maiorov E.E., Mashek A.Ch., Prokopenko V.T., Chistyakova N.Ya. *Journal of Instrument Engineering*, 2012, no. 7(55), pp. 59—65. (in Russ.)

9. Maiorov E.E., Prokopenko V.T., Sherstobitova A.S. *Journal of Optical Technology*, 2013, no. 3 (80), pp. 162–165.
10. Majorov E.E., Prokopenko V.T. *Nauchnoe Priborostroenie* (Scientific Instrumentation), 2013, no. 2(23), pp. 38–46. (in Russ.)
11. Majorov E.E., Prokopenko V.T. *Nauchnoe Priborostroenie* (Scientific Instrumentation), 2013, no. 3(23), pp. 76–81. (in Russ.)
12. Maiorov E.E., Prokopenko V.T., Ushveridze L.A. *Biomedical Engineering*, 2013, no. 6(282), pp. 25–27. (in Russ.)
13. Majorov E.E., Mashek A.Ch., Udakhina S.V., Tsygankova G.A., Khaydarov G.G., Chernyak T.A. *Instruments*, 2015, no. 11(185), pp. 26–31. (in Russ.)
14. Prokopenko V.T., Majorov E.E., Mashek A.Ch., Udakhina S.V., Tsygankova G.A., Khaydarov G.G., Chernyak T.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2016, no. 5(59), pp. 388–394. (in Russ.)
15. Majorov E.E., Dagaev A.V., Ponomarev S.V., Chernyak T.A. *Nauchnoe Priborostroenie* (Scientific Instrumentation), 2017, no. 2(27), pp. 32–40. (in Russ.)
16. Mayorov E.E., Prokopenko V.T., Mashek A.Ch., Tsygankova G.A., Kurlov A.V., Khokhlova M.V., Kirik D.I., Kapralov D.D. *Measurement Techniques*, 2017, no. 10, pp. 33–37. (in Russ.)
17. Kurlov V.V., Kotskovich V.B., Maiorov E.E., Pushkina V.P., Tayurskaya I.S. *News of the Tula State University. Technical Sciences*, 2020, no. 8, pp. 179–189. (in Russ.)
18. Tsygankova G.A., Maiorov E.E., Chernyak T.A., Konstantinova A.A., Mashek A.Ch., Pisareva E.A. *Instruments*, 2021, no. 2, pp. 20–25 (in Russ.)
19. Khokhlova M.V., Dagaev A.V., Mayorov E.E., Arefyev A.V., Guliev R.B., Gromov O.V. *Meždunarodnyj naučnoissledovatel'skij žurnal* (International Research Journal), 2021, no. 8(110), pp. 103–108, DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2021.110.8.015>. (in Russ.)
20. Khokhlova M.V., Dagaev A.V., Arefyev A.V., Guliev R.B., Mayorov E.E., Gromov O.V. *Meždunarodnyj naučnoissledovatel'skij žurnal* (International Research Journal), 2021, no. 6(108), pp. 184–189, DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2021.108.6.029>. (in Russ.)
21. Arefyev A.V., Kotskovich V.B., Maiorov E.E., Pushkina V.P., Sorokin A.A., Udakhina S.V. *Instruments and Systems: Monitoring, Control, and Diagnostics*, 2022, no. 2, pp. 1–6, DOI: 10.25791/pribor.2.2022.1319 (in Russ.)
22. Maiorov E.E., Kotskovich V.B., Pushkina V.P., Arefyev A.V., Guliev R.B., Dagaev A.V. *Nauchnoe Priborostroenie* (Scientific Instrumentation), 2022, no. 2(32), pp. 65–74. (in Russ.)
23. Borodyansky Yu.M., Maiorov E.E., Petrova E.A., Popova E.V., Kurlov V.V., Udakhina S.V. *Instruments*, 2022, no. 5(263), pp. 3–7. (in Russ.)
24. Maiorov E.E. *Modelirovaniye i situatsionnoye upravleniye kachestvom slozhnykh sistem* (Modeling and Situational Quality Control of Complex Systems), Collection of reports of the Third All-Russian Scientific Conference, St. Petersburg, April 18–22, 2022, pp. 52–55, DOI: 10.31799/978-5-8088-1707-4-2022-3. (in Russ.)

Data on authors

- | | |
|-----------------------------------|---|
| Evgeny E. Maiorov | — PhD, Associate Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Applied Mathematics; E-mail: majorov_ee@mail.ru |
| Yury M. Borodyansky | — PhD, Associate Professor; The Bonch-Bruевич St. Petersburg State University of Telecommunications, Department of Information Systems Security; E-mail: borodyanskyum@gmail.com |
| Viktor V. Kurlov | — PhD, Associate Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Innovation and Integrated Quality Systems; E-mail: vitek543@rambler.ru |
| Irina S. Tayurskaya | — PhD, Associate Professor; St. Petersburg University of Management Technologies and Economics, Department of Information Technology and Mathematics; E-mail: tis_ivesep@mail.ru |
| Vera P. Pushkina | — PhD, Associate Professor; Associate Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Higher Mathematics and Mechanics; E-mail: vera150465@yandex.ru |
| Ramiz Balahan oglu Guliyev | — PhD, Associate Professor; University at the EurAsEC inter-parliamentary Assembly, Department of Mathematics and Information Technologies; E-mail: ramiz63@yandex.ru |

Received 05.12.22; approved after reviewing 09.01.23; accepted for publication 22.06.23.

**ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИКИ
МАТЕРИАЛОВ, ИЗДЕЛИЙ, ВЕЩЕСТВ И ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ**

**INSTRUMENTS AND METHODS FOR MONITORING AND DIAGNOSING
MATERIALS, PRODUCTS, SUBSTANCES AND THE NATURAL ENVIRONMENT**

УДК 535.338.41
DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-696-703

**МЕТОД ОБНАРУЖЕНИЯ
МАЛОГО КОЛИЧЕСТВА НЕФТЯНЫХ ЗАГРЯЗНИТЕЛЕЙ В ЖИДКОСТИ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛАЗЕРНО-ФЛУОРЕСЦЕНТНОЙ ТЕХНОЛОГИИ**

Н. Г. Джавадов*, Х. Г. Асадов, А. Э. Азизова

*Национальное аэрокосмическое агентство Азербайджанской Республики,
Баку, Азербайджан
javadov.n.g.@mail.ru

Аннотация. Разработан метод многокюветного лазерно-флуоресцентного обнаружения малого количества нефтяных загрязнителей в воде, а также измерения в ее пробах концентрации таких загрязнителей. Предлагается метод адаптивной установки длины пути луча лазера через жидкости в пробах, позволяющий определить как среднесуммарную величину загрязнения по пробам, так и загрязнения в каждой пробе. Приведено математическое обоснование, составлен алгоритм реализации метода, показан вариант построения кюветы с адаптивной перестройкой длины пути луча лазера через жидкость в пробах.

Ключевые слова: лазерно-флуоресцентный метод, загрязнение, оптимизация, концентрация загрязнителя, нефтепродукты, пробы жидкости

Ссылка для цитирования: Джавадов Н. Г., Асадов Х. Г., Азизова А. Э. Метод обнаружения малого количества нефтяных загрязнителей в жидкости с использованием лазерно-флуоресцентной технологии // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 8. С. 696—703. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-696-703.

**METHOD FOR DETECTING A SMALL AMOUNT OF OIL CONTAMINANTS IN A LIQUID
USING LASER FLUORESCENCE TECHNOLOGY**

N. G. Javadov*, H. G. Asadov, A. E. Azizova

*National Aerospace Agency of the Azerbaijan Republic, Baku, Azerbaijan
javadov.n.g.@mail.ru*

Abstract. A method for multi-cell laser-fluorescence detection of a small amount of oil pollutants in water, as well as for measuring the concentration of such pollutants in water samples is developed. A technique is proposed for adaptively setting the length of the laser beam path through liquids in samples under investigation, which makes it possible to determine both the average total contamination value for the samples and contamination in each sample. A mathematical justification is presented, an algorithm for implementing the method is compiled, and a variant of the cuvette constructing with the implementation of adaptive tuning of the length of the laser beam path through the liquid in the samples is shown.

Keywords: laser-fluorescent method, pollution, optimization, pollutant concentration, petroleum products, liquid samples

For citation: Javadov N.G., Asadov H. G., Azizova A. E. Method for detecting a small amount of oil contaminants in a liquid using laser fluorescence technology. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 8. P. 696—703 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-696-703.

Введение. Как отмечается в работе [1], загрязнение нефтью является серьезной угрозой для природной окружающей среды и здоровья человека. Имеющиеся в составе нефти ароматические углеводороды обладают флуоресцентными свойствами. В общем случае для обнаружения нефтяного загрязнителя могут быть использованы инфракрасная спектроскопия, газовая хроматография, а также флуоресцентная спектроскопия — последний метод, согласно [1—5], обладает более высокой точностью, избирательностью и наиболее приспособлен для обнаружения фактов загрязнения среды нефтью и нефтяными компонентами.

В общем случае флуоресцентный метод, согласно [6], относится к классу люминесцентных методов анализа, который также включает фотохимически индуцированные флуоресцентные методы, фосфоресценцию и др. методы анализа. Вместе с тем с применением именно лазерных источников света лазерно-флуоресцентные методы позволили достичь наилучших показателей [7].

Флуоресцентная спектроскопия физически основывается на факте эмиссии фотонов с вещества после облучения его светом. Молекулы этого вещества благодаря вибрационным энергетическим уровням испускают свет с энергией меньшей (т.е. свет с более высокой длины волны) поглощенной световой энергии.

В настоящее время существует множество работ по применению метода лазерно-индуцированной флуоресценции (LIF) для анализа степени загрязненности жидкостей [8—13]. Например, в работе [8] сообщается о применении лазера импульсного типа с энергией импульса 10 мДж для обнаружения загрязнения воды. При возбуждении воды лазером с длиной волны 265—400 нм был получен флуоресцентный сигнал с длиной волны 310—750 нм. В работе [9] сообщается о применении ультрафиолетового лазера с длиной волны 266 нм для обнаружения ароматических аминокислот в морской воде. Аминокислоты триптофан, тирозин и фенилаланин были обнаружены на длинах волн флуоресцентного сигнала 350, 300 и 280 нм соответственно (рис. 1).

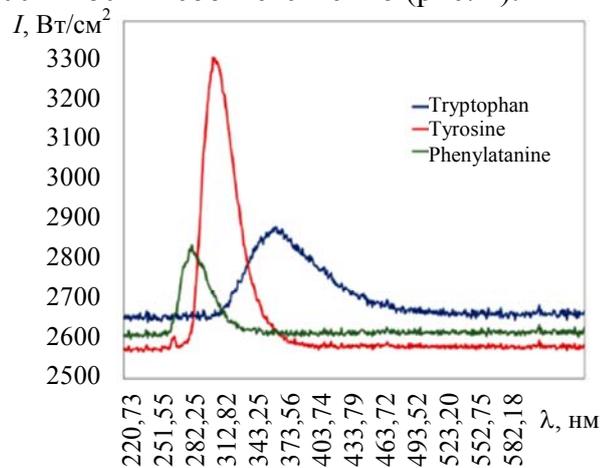


Рис. 1

В работе [10] сообщается о применении лазера с $\lambda = 278$ нм для обнаружения нефтяных компонентов в морской воде. Вместе с тем необходимость в дальнейшем повышении точности и достоверности результатов LIF-анализа привела к появлению различных усовершенствований метода лазерной флуоресценции. Так, например, в работе [11] сообщается о разработке флуоресцентного спектрометра, где был применен алгоритм трилинейно изменяющейся декомпозиции, позволяющий обнаружить в воде неизвестные загрязнители.

В статье [12] сообщается о разработке нового машинного обучающего алгоритма конволюционного аутоэнкодера для обнаружения и идентификации органических загрязнителей в воде. В работе [13] для повышения точности и достоверности проводимого анализа были использованы несколько флуоресцентных сенсоров, объединенных в нейронную сеть.

Отметим, что идея использования нескольких параллельно работающих флуоресцентных сенсоров также была использована в работе [1]. Согласно этой статье, каждый из параллельно работающих флуоресцентных сенсоров подвергается возбуждению с помощью отдельного лазерного источника, а сгенерированные флуоресцентные сигналы суммируются, что позволяет повысить точность проводимого анализа (рис. 2).

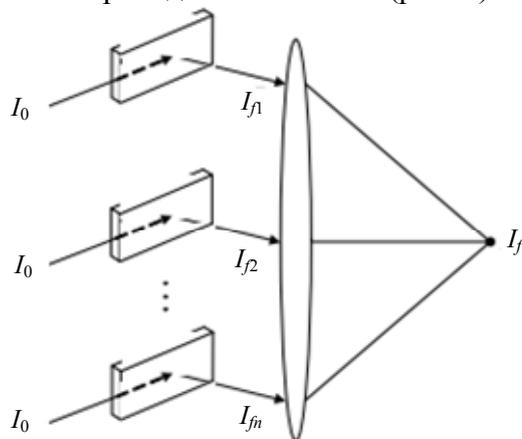


Рис. 2

Согласно идее, изложенной в [1], первичные измерительные преобразователи (сенсоры) представляют собой кюветы единой длины, которые наполняются анализируемой жидкостью; далее суммируются соответствующие флуоресцентные сигналы, сгенерированные в этих сенсорах.

Вместе с тем часто возникают случаи, когда заранее известно, что исследуемая среда загрязнена неомогенно, и приблизительно известны места слабого, умеренного и сильного загрязнения. В таких случаях основной интерес представляет определение соотношения указанных степеней загрязнения и нахождение средней степени загрязненности с высокой точностью и достоверностью.

Цель настоящей статьи — разработка метода многокюветного лазерно-флуоресцентного обнаружения малого количества нефтяных загрязнителей в воде и измерение в ее пробах концентрации таких загрязнителей при известной априорной информации о разной концентрации загрязнителя в пробах.

Предлагаемый метод. Алгоритмически предлагаемый метод может быть представлен следующим образом.

1. Используется n сенсоров в виде кювет, наполняемых исследуемыми образцами воды с неодинаковой степенью загрязнения. При этом длина пути лазерного луча через воду в каждой из кювет регулируется.

2. Пробы воды, находящейся в кюветах, возбуждаются лазерными излучателями с одинаковой мощностью.

3. Осуществляется необходимая подгонка длины путей лазерных лучей через жидкость в соответствующих кюветах. Математическое обоснование необходимости такой подгонки и вариант реализации такой подгонки будут приведены далее.

4. С использованием специально разработанного математического аппарата достигается максимум суммарного флуоресцентного сигнала.

Представим математический аппарат обоснования работоспособности предлагаемого метода.

Согласно [14], интенсивность флуоресцентного излучения I_f определяется следующим уравнением:

$$I_f = k \cdot y_F I_0 [1 - \exp(-\varepsilon Cl)], \quad (1)$$

где k — технологический коэффициент измерительного прибора; y_F — квантовый выход флуоресценции; I_0 — интенсивность лазерного излучения; ε — молярный коэффициент поглощения молекул флуоресцентного вещества (л/моль·см); C — концентрация загрязнителя в воде (моль/л); l — длина пути лазерного луча через жидкость в кювете.

Следует отметить, что, на первый взгляд, формула (1) приводит к усилению I_0 по пути луча лазера. Однако эффект усиления относится к флуоресцентному сигналу I_f , поскольку с прохождением лазера через загрязненную жидкость флуоресцентные сигналы суммируются.

Так как согласно предлагаемому многокюветному методу, исследуемые пробы в ходе измерительного эксперимента не заменяются на новые, то справедливо следующее соотношение:

$$\sum_{i=1}^n C_i = C_0 = \text{const}, \quad (2)$$

где $i = \overline{1, n}$; n — число используемых кювет; C_i — концентрация загрязнителя в i -й кювете.

С учетом (1) суммарный флуоресцентный сигнал определим как

$$I_{f\Sigma} = \sum_{i=1}^n k \cdot y_F I_0 [1 - \exp(-\varepsilon C_i l)]. \quad (3)$$

Согласно вышеизложенному алгоритму, длина пути лазерного луча через исследуемую жидкость регулируется, тогда, введя функциональную зависимость

$$C_i = \varphi(l_i), \quad (4)$$

выражения (2) и (3) перепишем как

$$\sum_{i=1}^n C_i(l_i) = C_0; \quad C_0 = \text{const}, \quad (5)$$

$$I_{f\Sigma} = \sum_{i=1}^n k \cdot y_F I_0 [1 - \exp(-\varepsilon C_i(l_i) l_i)]. \quad (6)$$

Чисто физически функция (4) формируется следующим образом. Концентрация C_i изменяется путем обычного разбавления исследуемой жидкости. Длина кюветы l_i изменяется тем, что из множества $\{l_i\}$, $i = \overline{1, n}$, выбирается кювета с необходимой длиной хода луча. При этом длина хода в кюветах различается:

$$l_i = l_{i-1} + \Delta l; \quad \Delta l = \text{const}; \quad i = \overline{1, n},$$

Таким образом, функция $\varphi(l_i)$ находится путем обычного подбора l_i и C_i .

Построенную математическую модель (5), (6) представим в непрерывном виде. Имеем

$$\int_{l_{\min}}^{l_{\max}} C(l) dl = C_{0H}, \quad (7)$$

$$I_{fH} = \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} k \cdot y_F I_0 [1 - \exp(-\varepsilon C(l) l)] dl, \quad (8)$$

где l_{\min} и l_{\max} — минимальная и максимальная длина пути лазерного луча в кюветах.

С учетом непрерывной модели (7), (8) составим задачу безусловной вариационной оптимизации, целевой функционал (F) которой имеет вид:

$$F = \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} k \cdot y_F I_0 [1 - \exp(-\varepsilon C(l)l)] dl + \lambda \left[\int_{l_{\min}}^{l_{\max}} C(l) dl - C_{0H} \right]. \quad (9)$$

Таким образом, задача сводится к определению C по значениям l .

Решение оптимизационной задачи. Согласно [15], решение задачи (9) должно удовлетворять условию:

$$\frac{d \{ k \cdot y_F I_0 [1 - \exp(-\varepsilon C(l)l)] + \lambda C(l) \}}{dC(l)} = 0. \quad (10)$$

Из условия (10) получим

$$-k \cdot y_F I_0 \exp(-\varepsilon C(l)l) \cdot (-\varepsilon l) + \lambda = 0. \quad (11)$$

Из (11) находим

$$\exp(-\varepsilon C(l)l) = -\frac{\lambda}{k \cdot y_F I_0 \cdot \varepsilon l}. \quad (12)$$

Так как анализируются случаи незначительного загрязнения среды, то выполняется условие

$$\varepsilon C(l)l \ll 1. \quad (13)$$

В этом случае имеем

$$1 - \varepsilon C(l)l = \frac{\lambda}{k \cdot y_0 I_0 \cdot \varepsilon l}. \quad (14)$$

Из (14) находим

$$C(l) = \frac{\lambda}{k \cdot y_0 I_0 \varepsilon^2 l^2} + \frac{1}{\varepsilon l}. \quad (15)$$

С учетом (7) и (15) получим

$$\int_{l_{\min}}^{l_{\max}} \frac{\lambda}{k \cdot y_0 I_0 \varepsilon^2 l^2} dl + \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} \frac{1}{\varepsilon l} dl = C_{0H}. \quad (16)$$

Из (16) получим

$$\frac{\lambda}{k \cdot y_0 I_0 \varepsilon^2} \cdot \left[\frac{1}{l_{\max}} - \frac{1}{l_{\min}} \right] + \frac{\ln \left(\frac{l_{\max}}{l_{\min}} \right)}{\varepsilon} = C_{0H}. \quad (17)$$

Из (17) имеем

$$\lambda = \frac{\left[C_{0H} - \frac{\ln \left(\frac{l_{\max}}{l_{\min}} \right)}{\varepsilon} \right] k \cdot y_0 I_0 \varepsilon^2}{\left[\frac{1}{l_{\max}} - \frac{1}{l_{\min}} \right]} = \lambda_0. \quad (18)$$

Таким образом, с учетом (15) и (18) решение оптимизационной задачи имеет вид

$$C(l) = \frac{\lambda_0}{k \cdot y_0 I_0 \varepsilon^2 l^2} + \frac{1}{\varepsilon l}. \quad (19)$$

Для определения типа экстремума функционала (9) вычислим производную (11) по $C(l)$. Результат такого вычисления показывает, что искомая величина всегда отрицательна, т.е. экстремум является максимумом.

Таким образом, согласно полученному результату (19), максимальный выходной сигнал на выходе сумматора флуоресцентных сигналов появится, если при неизвестной функции $C(i)$ и перестраиваемой функции $l(i)$ при $\lambda_0, k, y_0, I_0, \varepsilon = \text{const}$ была достигнута максимальная величина функционала F путем надлежащего выбора функции $l(i)$; i — номер кюветы, $i = \overline{1, n}$.

Оперативно изменить $l(i)$ можно различными путями. Один из вариантов показан на рис. 2, где представлена трапециевидная кювета (2), перпендикулярно которой может двигаться излучатель (1).

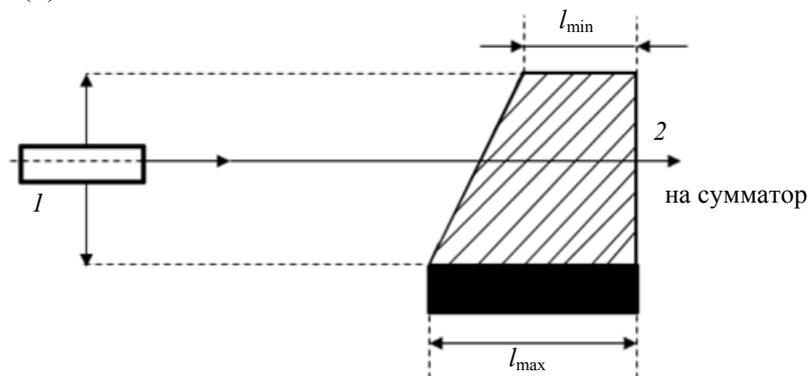


Рис. 3

Очевидно, что измеритель должен иметь n ячеек (см. рис. 2). После механической подгонки таких ячеек и получения максимальной величины F , используя (19), можно вычислить функцию $C(l)$ и тем самым определить концентрацию загрязнителя в каждой кювете, подставляя в эту формулу l_i вместо l .

Заключение. Таким образом, предложен многокюветный метод измерения концентрации загрязнителя в нескольких пробах воды на основе априорной информации о том, что концентрация загрязнителя в пробах различна, т.е. исследуемая вода загрязнена негетогенно. Предложен метод адаптивной перестройки длины путей прохождения луча лазера через жидкости в пробах, позволяющий определить как суммарно усредненную величину загрязнения по пробам, так и загрязнения проб в отдельности. Приведено математическое обоснование метода, изложен алгоритм реализации, показан вариант технической реализации адаптивной перестройки длины пути прохождения лазера через жидкость в пробах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cheng P., Zhu Y., Cui C., Pan J. Determination of oil pollutants by microchannel laser induced fluorescence technology // IEEE Access. January 2022. Vol. 10. P. 103733—103748. <https://doi.org/10.1109/access.2022.3209179>.
2. Idris N., Gondal M. A., Lahna K., Ramli M., Sari A. M., Al Dakheel R. K., Mitaphonna R., Dastageer M. A., Kurihara K., Kurniawan K. H., Almesserie M. A. Geochemistry study of soil affected catastrophically by tsunami disaster triggered by 2004 Indian ocean earthquake using a fourth harmonics ($\lambda=266$ nm) nd: YAG laser induced breakdown spectroscopy // Arabian J. Chem. 2022. Vol. 15, N 7. Art. no. 103847. DOI:10.1016/j.arabje.2022.103847.

3. Saito Y., Ichihara K., Morishita K., Uchiyama K., Kobayashi F., Tomida T. Remote detection of the fluorescence spectrum of natural pollens floating in the atmosphere using a laser-induced-fluorescence intensity of polycyclic aromatic hydrocarbons based on near-infrared diffuse reflection spectroscopy // *Environ. Pollut. Jan. 2021. Vol. 269. Art. no. 116150. DOI:10.1016/j.foodcont.2022.109044.*
4. Dong G., Li X., Yang R., Yang Y., Liu H., Wu N. Correction method of effect of soil moisture on the fluorescence intensity of polycyclic aromatic hydrocarbons based on near-infrared diffuse reflection spectroscopy // *Environ. Pollut. Jan. 2021. Vol. 269. Art. no. 116150. DOI:10.1016/j.envpol.2020.116150.*
5. Luo S., Yan C., Chen D. Preliminary study on coffee type identification and coffee mixture analysis by light emitting diode induced fluorescence spectroscopy // *Food Control. Aug. 2022. Vol. 138. Art. no. 109044. DOI:10.1016/j.foodcont.2022.109044.*
6. Morales T. V., Esponda S. M., Rodriguez J. J. S., Aaron S. E., Aaron J. J. Luminescence methods for study and determination of pollutants in the environment // *Macedonian Journal of Chemistry and Chemical Engineering. 2010. Vol. 29, N 1. P. 1—42.*
7. Zacharioudaki D. E., Fitolis I., Kotti M. Review of fluorescence spectroscopy in environmental quality applications // *Molecules. 2022. Vol. 27. P. 4801. https://doi.org/10.3390/molecules27154801.*
8. Uebel U., Kubitz J., Anders A. Laser induced fluorescence spectroscopy of phytoplankton and chemicals with regard to an in situ detection in waters // *J. Plant. Physiol. 1996. Vol. 148. P. 586—592.*
9. Du R., Yang D., Jiang G., Song Y., Yin X. An Approach for in situ rapid detection of deep-sea aromatic amino acids using laser-induced fluorescence // *Sensors. 2020. Vol. 20. P. 1330.*
10. Bukin O., Proschenko D., Chekhlenok A., Korovetskiy D., Bukin I., Yurchik V., Sokolova I., Nadezhkin A. Solutions of laser-induced fluorescence for oil pollution monitoring at sea // *Photonics. 2020. Vol. 7, N 2. P. 36.*
11. Yu J., Zhang X., Hou D., Chen F., Mao T., Huang P., Zhang G. Detection of water contamination events using fluorescence spectroscopy and alternating trilinear decomposition algorithm // *Journal of Spectroscopy. 2017. N 1. P. 1—9. DOI:10.1155/2017/1485048*
12. Yu J., Cao Y., Shi F., Shi J., Hou D., Huang P., Zhang G., Zhang H. Detection and identification of organic pollutants in drinking water from fluorescence spectra based on deep learning using convolutional autoencoder // *Water. 2021. Vol. 13. P. 2633. https://doi.org/10.3390/w13192633.*
13. Song W. Abnormal concentration detection method of chemical pollutants based on multisensory fusion // *Sensors. Vol. 2022. Article ID 2936960. https://doi.org/10.1155/2022/2936960.*
14. Gu Y., Zuo Z., Shi C., Hu X. Feasibility study for spatial distribution of diesel oil in contaminated soils by laser induced fluorescence // *Appl. Sci. 2020. Vol. 10, N 3. P. 1103. DOI:10.3390/app10031103.*
15. Эльгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационные исчисления. М.: Наука, 1974. 432 с.

Сведения об авторах

- Натиг Гаджи оглы Джавадов** — д-р техн. наук, профессор; Национальное аэрокосмическое агентство Азербайджанской Республики; генеральный директор;
E-mail: javadov.n.g.@mail.ru
- Хикмет Гамид оглы Асадов** — д-р техн. наук, профессор; НИИ Аэрокосмической информатики Национального аэрокосмического агентства Азербайджанской Республики, отдел разработки ИИС для исследования атмосферы; нач. отдела; E-mail: asadzade@rambler.ru
- Айшен Эльчин гызы Азизова** — канд. техн. наук; Национальное аэрокосмическое агентство Азербайджанской Республики; старший научный сотрудник;
E-mail: azizova.a.e.@mail.ru

Поступила в редакцию 15.02.2023; одобрена после рецензирования 28.04.2023; принята к публикации 22.06.2023.

REFERENCES

1. Cheng P., Zhu Y., Cui C., Pan J. *IEEE Access*, January 2022, vol.10, pp. 103733–103748, <https://doi.org/10.1109/access.2022.3209179>.
2. Idris N., Gondal M.A., Lahna K., Ramlil M., Sari A.M., AlDakheel R.K., Mitaphonna R., Dastageer M.A., Kurihara K., Kurniawan K.H., Almesserie M.A. *Arabian J. Chem.*, 2022, no. 7(15), art. no. 103847, DOI:10.1016/j.arabje.2022.103847.

3. Saito Y., Ichihara K., Morishita K., Uchiyama K., Kobayashi F., Tomida T. *Environ. Pollut.*, Jan. 2021, vol. 269, art. no. 116150, DOI:10.1016/j.foodcont.2022.109044.
4. Dong G., Li X., Yang R., Yang Y., Liu H., Wu N. *Environ. Pollut.*, Jan. 2021, vol. 269, art. no. 116150, DOI:10.1016/j.envpol.2020.116150.
5. Luo S., Yan C., Chen D. *Food Control*, Aug. 2022, vol. 138, art. no. 109044, DOI:10.1016/j.foodcont.2022.109044.
6. Morales T.V., Esponda S.M., Rodriguez J.J.S., Aaron S.E., Aaron J.J. *Macedonian Journal of Chemistry and Chemical Engineering*, 2010, no. 1(29), pp. 1–42.
7. Zacharioudaki D.E., Fitis I., Kotti M. *Molecules*, 2022, vol. 27, pp. 4801, <https://doi.org/10.3390/molecules27154801>.
8. Uebel U., Kubitz J., Anders A. *J. Plant Physiol.*, 1996, vol. 148, pp. 586–592.
9. Du R., Yang D., Jiang G., Song Y., Yin X. *Sensors*, 2020, Vol. 20, pp. 1330.
10. Bukin O., Proshchenko D., Chekhlenok A., Korovetskiy D., Bukin I., Yurchik V., Sokolova I., Nadezhkin A. *Photonics*, 2020, no. 2(7), pp. 36.
11. Yu J., Zhang X., Hou D., Chen F., Mao T., Huang P., Zhang G. *Journal of Spectroscopy*, 2017, no. 1, pp. 1–9. DOI:10.1155/2017/1485048.
12. Yu J., Cao Y., Shi F., Shi J., Hou D., Huang P., Zhang G., Zhang H. *Water*, 2021, vol. 13, pp. 2633, <https://doi.org/10.3390/w13192633>.
13. Song W. *Sensors*, 2022, vol. 2022, art. ID 2936960, <https://doi.org/10.1155/2022/2936960>.
14. Gu Y., Zuo Z., Shi C., Hu X. *Appl. Sci.*, 2020, no. 3(10), pp. 1103, DOI:10.3390/app10031103.
15. Elgolts L.E. *Differentsial'nyye uravneniya i variatsionnye ischisleniya* (Differential Equations and Calculus of Variations), Moscow, 1974, 432 p. (in Russ.)

Data on authors

Natig Gadji ogly Javadov

— Dr. Sci., Professor; National Aerospace Agency of the Azerbaijan Republic; Director General; E-mail: javadov.n.g.@mail.ru

Hikhmet Gamid ogly Asadov

— Dr. Sci., Professor; Research Institute of Aerospace Informatics of the National Aerospace Agency of the Azerbaijan Republic, Department of Information-Measuring Systems Development for Atmospheric Research; Head of the Department; E-mail: asadzade@rambler.ru

Aishen Elchin gyzy Azizova

— PhD; National Aerospace Agency of the Azerbaijan Republic; Senior Researcher; E-mail: azizova.a.e.@mail.ru

Received 15.02.2023; approved after reviewing 28.04.2023; accepted for publication 22.06.2023.

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО УСТРОЙСТВА
ДЛЯ ОХЛАЖДЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ЭЛЕКТРОРАДИОЭЛЕМЕНТОВ**

А. М. ИБРАГИМОВА*, О. В. ЕВДУЛОВ

Дагестанский государственный технический университет, Махачкала, Россия
**ibrasya@mail.ru*

Аннотация. Разработано устройство, предназначенное для охлаждения дискретных электрорадиоэлементов (ДЭРЭ), источником холода в котором являются стандартные термоэлектрические модули (ТЭМ), образующие две секции с основной и дополнительной теплообменными системами. Описан экспериментальный стенд, приведены результаты натурных испытаний прибора. В различных точках структуры термоэлектрического устройства (ТЭУ) — имитатора ДЭРЭ для набора значений силы тока питания ТЭМ и мощности имитатора ДЭРЭ — экспериментально получены графики изменения температуры во времени. Определено, что в разработанном ТЭУ могут быть использованы ТЭМ типа DRIFT-1,5 производства ООО „Криотерм“ (Санкт-Петербург). Установлено, что в случае применения данного типа термомодулей температура ДЭРЭ может быть снижена до 272 К при токе питания, близком к оптимальному (5 А), при этом время выхода на режим составляет 90 с. Расхождение экспериментальных и расчетных данных составило не более 10 %.

Ключевые слова: электрорадиоэлемент, термоэлектрическое устройство, термоэлектрический модуль, лабораторный образец, охлаждение, экспериментальная установка, измерительный эксперимент

Благодарности: исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-29-00130, <https://rscf.ru/project/23-29-00130/>.

Ссылка для цитирования: Ибрагимова А. М., Евдулов О. В. Экспериментальное исследование термоэлектрического устройства для охлаждения дискретных электрорадиоэлементов // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 8. С. 704—710. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-704-710.

**EXPERIMENTAL STUDIES OF A THERMOELECTRIC DEVICE FOR COOLING DISCRETE
ELECTRIC RADIO ELEMENTS**

A. M. Ibragimova*, O. V. Evdulov

Dagestan State Technical University, Makhachkala, Russia
**ibrasya@mail.ru*

Abstract. A device is developed for cooling discrete electrical radio elements (DERE). The sources of cold in the device are standard thermoelectric modules (TEMs), which form two sections with the main and additional heat exchange systems. An experimental stand is described, and results of full-scale tests of the device are presented. Graphs of temperature changes over time at various points of the thermoelectric device (TED) structure - the DERE simulator for a set of values of the TEM supply current and the power of the DERE simulator are obtained experimentally. It is determined that the developed thermal power plant can use TEM of the DRIFT-1.5 type produced by Cryotherm (St. Petersburg). It is been found that when using this type of thermal modules, the temperature of the DERE can be reduced to 272 K at a power current close to the optimal (5 A), while the time to enter the mode is 90 s. The discrepancy between experimental and calculated data is estimated to be no more than 10 %.

Keywords: electric radio element, thermoelectric device, thermoelectric module, laboratory sample, cooling, experimental installation, measuring experiment

Acknowledgment: The study was supported by the Russian Science Foundation grant No. 23-29-00130, <https://rscf.ru/project/23-29-00130/>.

For citation: Ibragimova A. M., Evdulov O. V. Experimental studies of a thermoelectric device for cooling discrete electric radio elements. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 8. P. 704—710 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-8-704-710.

Введение. В настоящее время актуальна и практически значима задача разработки технических средств охлаждения радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) и составляющих ее дискретных электрорадиоэлементов (ДЭРЭ) с целью обеспечения оптимальных температурных режимов функционирования. Эта задача решается путем использования совместно с РЭА специальных охлаждающих систем, при разработке которых важно обеспечить их соответствие с ДЭРЭ по массогабаритным и энергетическим характеристикам [1]. Работа такой охлаждающей аппаратуры основывается на обеспечении переноса теплоты от РЭА в окружающую среду за счет конвективных механизмов. Для этих целей активно применяются воздушные, жидкостные, испарительные системы, аппаратура, работающая на основе кондуктивной теплопередачи, различного рода тепловые аккумуляторы и устройства, реализующие специальные методы теплоотвода [2—4]. Перечисленные средства охлаждения РЭА имеют определенные недостатки. Так, воздушное охлаждение, несмотря на свою простоту, позволяет снизить температуру ДЭРЭ только до температуры окружающей среды; жидкостные и испарительные системы громоздки и зависят от действия гравитационных сил; кондуктивные технические средства теплоотвода характеризуются низкой интенсивностью передачи теплоты от объектов воздействия к системе теплоотвода. В этих условиях для охлаждения ДЭРЭ, входящих в состав РЭА, перспективным является применение охлаждающих ТЭУ [5—9], характеризующихся малыми размерами и массой, независимостью от действия гравитационных сил, высокой надежностью и ресурсом работы, экологической безопасностью и бесшумностью [10—12].

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование термоэлектрических устройств (ТЭУ) для охлаждения ДЭРЭ, отличающегося повышенной эффективностью отвода теплоты за счет увеличения площади теплообмена между прибором и электрорадиоэлементом.

Описание измерительного стенда и методики натурных исследований. Для проведения эксперимента разработан измерительный стенд (рис. 1, а). На нем исследовался лабораторный образец ТЭУ [13], состоящий из основной 1 и двух дополнительных 2 секций термоэлектрического модуля (ТЭМ), соприкасающихся с основной 3 и дополнительной 4 теплообменными системами. На холодных спаях основной секции ТЭМ размещался имитатор ДЭРЭ 5, своей верхней поверхностью контактирующий с центральной частью дополнительной теплообменной системы, по краям сопряженной с холодными спаями дополнительных секций ТЭМ. Внешний вид лабораторного образца ТЭУ показан на рис. 1, б).

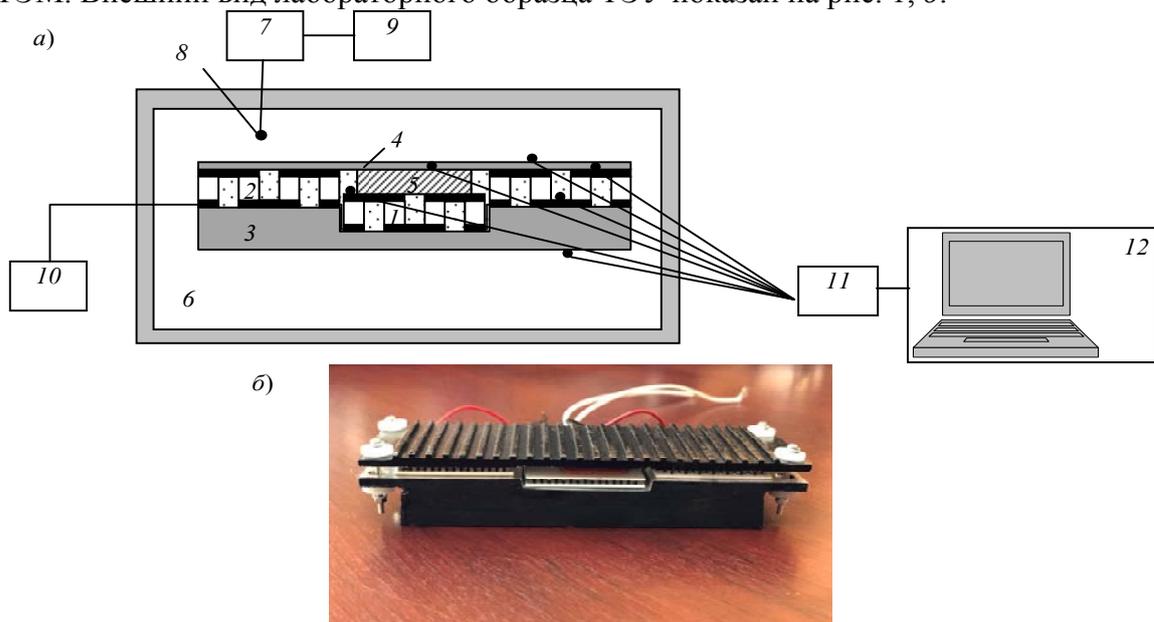


Рис. 1

В качестве имитатора ДЭРЭ использован плоский электронагреватель. Секции ТЭМ реализованы на основе трех стандартных ТЭМ DRIFT-1,5 производства ООО „Криотерм“ (Санкт-Петербург) [14]. Лабораторный образец ТЭУ располагался в специальном термостатированном объеме 6, его температура и влажность регулировались управляющим блоком 7, информация на который поступала от датчиков температуры и влажности 8 и высвечивалась на цифровом экране 9.

Секции ТЭМ запитывались от источника постоянного электрического тока 10, напряжение и сила тока на котором контролировались встроенными вольтметром и амперметром. Измерение температуры в контрольных точках системы ТЭУ—ДЭРЭ производилось с помощью прибора ИРТМ 2402/ МЗ 11, рассчитанного на двенадцать измерительных каналов, данные с которых поступали на ПЭВМ 12 и после соответствующего преобразования выводились в виде временных графиков.

При проведении измерений регистрировались напряжение и сила тока, питающие секции ТЭМ, значение температуры на спаях ТЭМ, имитаторе ДЭРЭ, в центре основной и дополнительной теплообменной системы, термостатируемом объеме, мощность имитатора электрорадиоэлемента. Непосредственно измерение температуры осуществлялось посредством медь-константановых термопар 13.

В результате измерительного эксперимента получены кривые изменения во времени температуры в различных точках структуры ТЭУ—ДЭРЭ. Результаты измерений после обработки представлялись в виде зависимостей изменения температуры во времени в контрольных точках структуры ТЭУ—ДЭРЭ для набора значений силы тока питания ТЭМ и мощности имитатора ДЭРЭ.

Результаты натуральных испытаний устройства. В соответствии с разработанной методикой эксперимента на измерительном стенде исследован лабораторный образец, предназначенный для охлаждения ДЭРЭ. Были заданы [15]:

- температура в термостатируемом объеме — 295 К;
- относительная влажность в термостатируемом объеме — 55 %;
- варьирование температуры в термостатируемом объеме — не более 0,5 К;
- температура всех составляющих частей системы ТЭУ—ДЭРЭ в первоначальный момент времени — 295 К.

На рис. 2 представлены графики изменения температуры имитатора ДЭРЭ (а), холодных спаев основной (б) и дополнительных (в) секций ТЭМ во времени для различных значений мощности тепловыделений имитатора ДЭРЭ (1 — $P_{\text{ДЭРЭ}} = 24$, 2 — 32, 3 — 40 Вт) и фиксированном токе питания термомодулей (3 А). Также получены аналогичные данные для различных токов питания ТЭМ и фиксированной мощности тепловыделений имитатора ДЭРЭ.

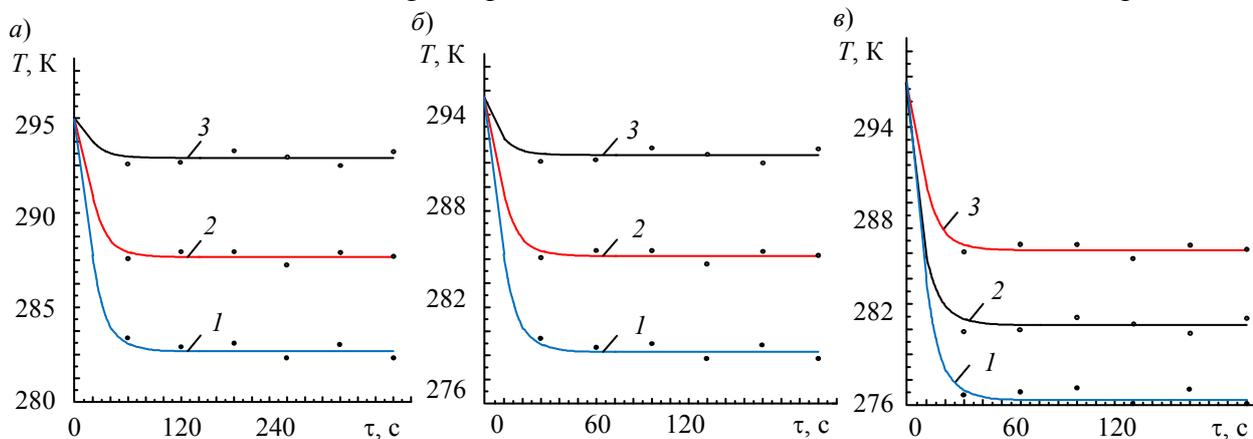


Рис. 2

Как следует из зависимостей, с ростом тепловыделений имитатора ДЭРЭ наблюдается повышение температуры как его самого, так и холодных спаев ТЭМ при токе питания 3 А (что соответствует мощности термомодулей 17 Вт). При этом увеличение мощности тепловыделений имитатора ДЭРЭ на 16 Вт приводит к повышению его температуры, а также температуры основной и дополнительных секций ТЭМ на 8 К. Рост температуры последних при фиксированном токе питания связан с увеличением действующей на них тепловой нагрузки.

С повышением тока питания ТЭМ увеличивается их холодопроизводительность, снижается температура холодных спаев, имитатора ДЭРЭ. В частности, при максимальном из рассмотренных в данном случае токе питания ТЭМ 5 А (соответствует мощности термомодулей 35 Вт) температура холодных спаев дополнительных секций термомодулей составляет 266 К, основной секции ТЭМ — 269 К, имитатора ДЭРЭ — 272 К в стационарном режиме. Снижение силы тока питания ТЭМ увеличивает температуру как обеих секций ТЭМ, так и имитатора ДЭРЭ. Так, снижение силы тока питания ТЭМ до 3 А приводит к увеличению температуры холодных спаев дополнительных секций ТЭМ до 280 К, основной секции — до 284 К, а имитатора ДЭРЭ — до 288 К.

Важными с точки зрения надежности работы ТЭС являются данные о температуре горячих спаев основной и дополнительных секций ТЭМ, а также теплообменных систем. С целью оценки возможности стабильной работы исследуемой системы на рис. 3 рассмотрены кривые изменения температуры горячих спаев в центре основной (а) и дополнительной (б) секций ТЭМ, а также теплообменных систем (в — в центре основной теплообменной системы, г — с краю основной, д — в центре дополнительной) во времени для набора значений силы тока питания термомодулей (1 — $I_{ТЭМ} = 3$, 2 — 4, 3 — 5 А) при мощности ДЭРЭ 32 Вт.

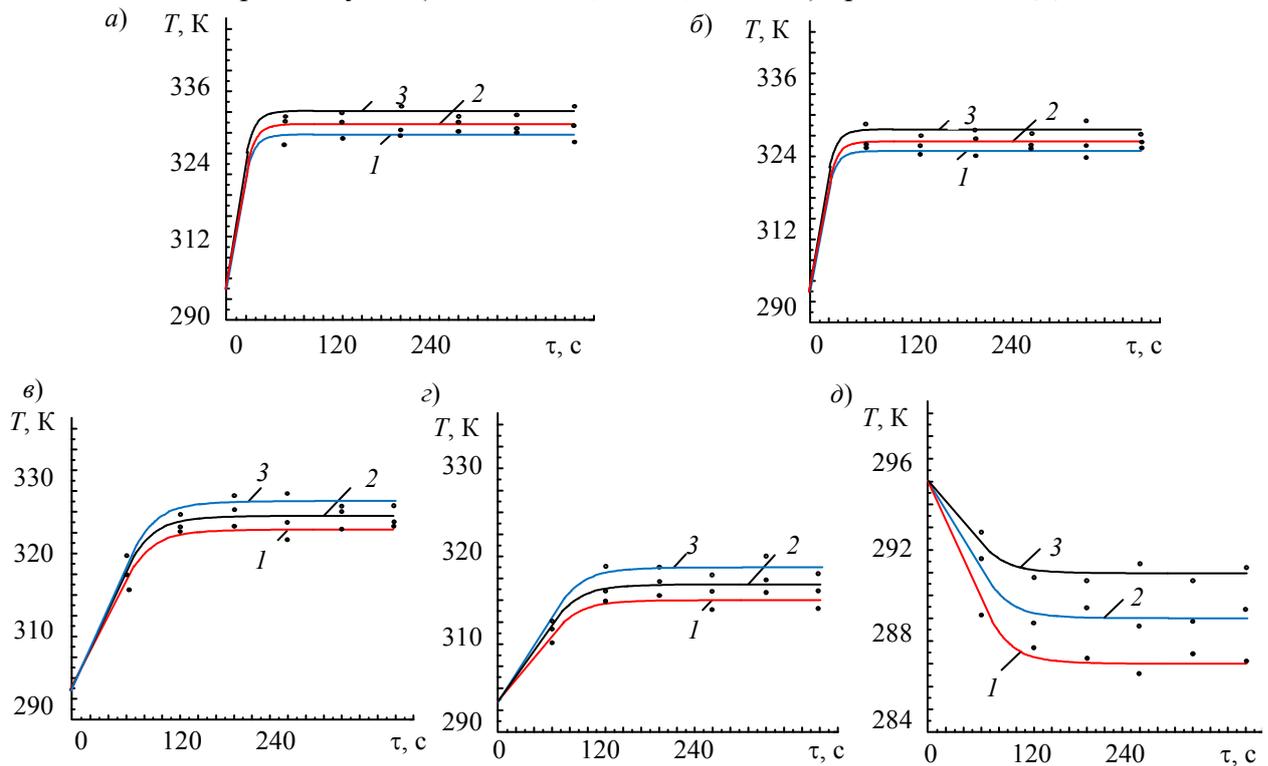


Рис. 3

Согласно результатам измерений, температура горячих спаев использованного в ТЭУ ТЭМ типа DRIFT-1,5 находится в приемлемых пределах. Так, для максимальной величины тока питания ТЭМ 6 А максимальное измеренное значение температуры равняется 332 К. Это свидетельствует об эффективности применения основной теплообменной системы, реализованной в виде радиатора, обеспечивающего естественный воздушный отвод теплоты от горячих спаев ТЭМ. Для повышения эффективности теплоотвода от горячих спаев ТЭМ будет

рациональным использование оребрения основной теплообменной системы, а также применение в качестве нее наполненного радиатора с плавящимся рабочим веществом, имеющим большую теплоту плавления и температуру плавления, находящуюся в пределах 310—340 К.

Графики, приведенные на рис. 2, 3, позволяют исследовать динамические параметры ТЭУ. Согласно им, время выхода в стационарный режим работы структуры ТЭУ—ДЭР относительно невелико. Для холодных и горячих спаев основной и дополнительной секций ТЭМ данное время составляет соответственно 40 и 60 с, ДЭРЭ — 90 с, теплообменных систем — 200 с.

Сопоставление показывает хорошую сходимость результатов измерений и расчета [16]. Так, наибольшее отклонение экспериментальных данных от теоретических не превышает 10 %, оно приходится на промежуток времени, связанный с выходом ТЭУ и ДЭРЭ в стационарный режим функционирования.

Заключение. В результате проведенных исследований:

1) разработано ТЭУ для охлаждения ДЭРЭ, особенностью которого является использование нескольких секций ТЭМ совместно с теплообменными системами, обеспечивающими отвод теплоты от тепловыделяющего элемента с его нижней и верхней поверхностей;

2) создан измерительный стенд для экспериментальных исследований ТЭУ, позволяющий регистрировать изменение температуры в различных точках структуры ТЭУ—ДЭРЭ для набора значений силы тока питания ТЭМ и мощности имитатора электрорадиоэлемента;

3) определено, что с увеличением мощности имитатора ДЭРЭ растет температура всех составляющих структуры ТЭУ—ДЭРЭ. При этом увеличение тепловыделений имитатора ДЭРЭ на 16 Вт приводит к повышению его температуры, а также температуры основной и дополнительных секций ТЭМ на 8 К;

4) определено, что при фиксированной мощности ДЭРЭ и увеличении тока питания ТЭМ вплоть до максимального значения уменьшается температура холодных спаев термомодулей и имитатора ДЭРЭ. В частности, при токе питания ТЭМ 5 А температура холодных спаев дополнительных секций термомодулей составляет 266 К, основной секции ТЭМ — 269 К, имитатора ДЭРЭ — 272 К при выходе системы на стационарный режим работы;

5) установлено, что в исследованном диапазоне мощностей ДЭРЭ (до 40 Вт) и токов питания ТЭМ (до 6 А) температура горячих спаев термомодулей составляет 332 К, что свидетельствует об эффективности применения основной теплообменной системы, реализованной в виде воздушного радиатора;

6) показано, что ТЭУ имеет высокие динамические характеристики. Согласно эксперименту, время выхода на режим холодных и горячих спаев ТЭМ находится в диапазоне 40—60 с, ДЭРЭ — 90 с, теплообменных систем — 200 с;

7) выявлено, что наибольшее различие результатов измерений от расчета составляет 10 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шарков А. В., Кораблев В. А., Герасютенко В. В., Заричняк Ю. П. Системы охлаждения и термостатирования. СПб: НИУ ИТМО, 2021. 89 с.
2. Архаров И. А., Махотин И. Д. Сравнительный анализ способов охлаждения серверов вычислительных центров и банков данных. Ч. 2. Экономическая эффективность систем с жидкостным и воздушным охлаждением // Вестн. Международной академии холода. 2022. № 4. С. 21—28.
3. Гайдин Н. М., Поклонская М. В., Палий А. В. Исследование влияния конструктивных особенностей теплоотвода на эффективность охлаждения процессора // Инженерный вестник Дона. 2021. № 10(82). С. 77—85.
4. Кудж С. А., Кондратенко В. С., Кадомкин В. В., Высоканов А. А. Анализ эффективности теплоотвода в тепловыделяющих устройствах при использовании различных интерфейсов // Изв. вузов. Электроника. 2020. Т. 25, № 4. С. 347—357.

5. Sennoga T., Zhu J., Yuying A., Li B. A comprehensive review of thermoelectric technology: Materials, applications, modeling and performance improvement // *Renewable and sustainable energy reviews*. 2016. Vol. 65. P. 114—121.
6. Васильев Е. Н. Термоэлектрическое охлаждение теплонагруженных элементов электроники // *Микроэлектроника*. 2020. Т. 49, № 2. С. 133—141.
7. Snyder G. J., LeBlanc S., Crane D. et al. Distributed and localized cooling with thermoelectrics // *Future energy*. 2021. Vol. 5. P. 748—751.
8. Tan H., Fu H., Yu J. Evaluating optimal cooling temperature of a single-stage thermoelectric cooler using thermodynamic second law // *Applied Thermal Engineering*. 2017. Vol. 123. P. 845—851.
9. Zhang L., Shi X.-L., Yang Y.-L., Chen Z.-G. Flexible thermoelectric materials and devices: from materials to applications // *Materials today*. 2021. Vol. 46. P. 62—108.
10. Исмаилов Т. А., Евдулов О. В., Магомедов Р. А.-М. Охлаждающие системы на базе высокоэффективных термоэлектрических полупроводниковых преобразователей. СПб: Политехника, 2020. 285 с.
11. Finn P.-A., Asker C., Wan K. et al. Thermoelectric materials: current status and future challenges // *Frontiers in electronic materials*. 2021. Vol. 1. P. 1—13.
12. Shi X.-L., Zou J., Chen Z.-G. Advanced thermoelectric design: from materials and structures to devices // *Chemical reviews*. 2020. Vol. 15. P. 7399—515.
13. Ибрагимова А. М., Евдулов О. В. Термоэлектрические полупроводниковые устройства для отвода теплоты от элементов РЭА // X Междунар. науч.-техн. конф. „Низкотемпературные и пищевые технологии в XXI веке“. СПб, 27—29 окт. 2021 г. С. 12—15.
14. [Электронный ресурс]: <<http://www.kryotherm.spb.ru>>. (дата доступа 02.05.2023)
15. Васильев Е. Н. Расчет и оптимизация теплообменников термоэлектрического блока охлаждения // *Теплофизика и аэромеханика*. 2022. Т. 29, № 3. С. 419—430.
16. Евдулов О. В., Ибрагимова А. М., Магомедов Т. Ю. Расчетная модель термоэлектрической системы для охлаждения дискретных полупроводниковых приборов // *Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки*. 2022. Т. 49, № 2. С. 9—17.

Сведения об авторах

- Асият Магомедовна Ибрагимова** — Дагестанский государственный технический университет, кафедра теоретической и общей электротехники; соискатель;
E-mail: ibrasya@mail.ru
- Олег Викторович Евдулов** — д-р техн. наук, доцент; Дагестанский государственный технический университет, кафедра теоретической и общей электротехники;
E-mail: ole-ole-ole@rambler.ru

Поступила в редакцию 09.03.2023; одобрена после рецензирования 21.03.2023; принята к публикации 22.06.2023.

REFERENCES

1. Sharkov A.V., Korablev V.A., Gerasyutenko V.V., Zarichnyak Yu.P. *Sistemy okhlazhdeniya i termostatirovaniya* (Cooling and Temperature Control Systems), St. Petersburg, 2021, 89 p. (in Russ.)
2. Arkharov I.A., Makhotin I.D. *Journal of International Academy of Refrigeration*, 2022, no. 4, pp. 21—28. (in Russ.)
3. Gaydin N.M., Poklonskaya M.V., Paliy A.V. *Engineering journal of Don*, 2021, no. 10(82), pp. 77—85. (in Russ.)
4. Kudzh S.A., Kondratenko V.S., Kadomkin V.V., Visokanov A.A. *Proceedings of universities. Electronics*, 2020, no. 4(25), pp. 347—357. (in Russ.)
5. Sennoga T., Zhu J., Yuying A., Li B. *Renewable and sustainable energy reviews*, 2016, vol. 65, pp. 114—121.
6. Vasil'ev E.N. *Russian Microelectronics*, 2020, no. 2(49), pp. 123—131.
7. Snyder G.J., LeBlanc S., Crane D. et al. *Future energy*, 2021, vol. 5, pp. 748—751.
8. Tan H., Fu H., Yu J. *Applied Thermal Engineering*, 2017, vol. 123, pp. 845—851.
9. Zhang L., Shi X.-L., Yang Y.-L., Chen Z.-G. *Materials today*, 2021, vol. 46, pp. 62—108.
10. Ismailov T.A., Evdulov O.V., Magomedov R.A.-M. *Okhlazhdayushchiye sistemy na baze sil'notochnykh termoelektricheskikh poluprovodnikovyykh preobrazovateley* (Cooling Systems Based on High-Current Thermoelectric Semiconductor Converters), St. Petersburg, 2020, 285 p. (in Russ.)
11. Finn P.-A., Asker C., Wan K. et al. *Frontiers in electronic materials*, 2021, vol. 1, pp. 1—13.
12. Shi X.-L., Zou J., Chen Z.-G. *Chemical reviews*, 2020, vol. 15, pp. 7399.
13. Ibragimova A.M., Evdulov O.V. *Nizkotemperaturnyye i pishchevyye tekhnologii v XXI veke* (Low-Temperature and

- Food Technologies in the 21st Century), X International Scientific and Technical Conference, St. Petersburg, October 27–29, 2021, pp. 12–15. (in Russ.)
14. <http://www.kryotherm.spb.ru>. (in Russ.)
15. Vasil'ev E.N. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2022, no. 3(29), pp. 419–430. (in Russ.)
16. Evdulov O.V., Ibragimova A. M., Magomedov T.Yu. *Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences*, 2022, no. 2(49), pp. 9–17. (in Russ.)

Data on authors

- Asiiat M. Ibragimova** — Dagestan State Technical University, Department of Theoretical and General Electrical Engineering; PhD Candidate; E-mail: ibrasya@mail.ru
- Oleg V. Evdulov** — Dr. Sci., Associate Professor; Dagestan State Technical University, Department of Theoretical and General Electrical Engineering; E-mail: ole-ole-ole@rambler.ru

Received 09.03.2023; approved after reviewing 21.03.2023; accepted for publication 22.06.2023.