

ISSN 2500—0381

Электронная версия

ISSN 0021—3454

Печатная версия

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

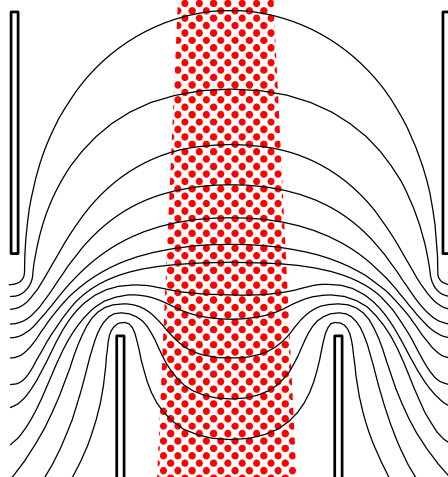
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ



№ **12**

Т. 66
2023

Journal of **I**nstrument **E**ngineering



ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

*д-р техн. наук, проф. А. А. БОБЦОВ,
Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

А. П. АЛЕШКИН, д-р техн. наук, проф., ВКА им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия
А. В. БЕЛИКОВ, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
И. А. БЕССМЕРТНЫЙ, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
В. А. БОГАТЫРЕВ, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Д. В. ЕФАНОВ, д-р техн. наук, проф., СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия
В. В. ЕФИМОВ, д-р техн. наук, проф., ВКА им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия
А. КЛИМЧИК, PhD, доцент, Университет Иннополис, Иннополис, Россия
С. А. КОЛЮБИН, д-р техн. наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
И. А. КОНЯХИН, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
В. В. КРИШТОП, д-р физ.-мат. наук, проф., ПНИПУ, Пермь, Россия
Л. С. ЛИСИЦЫНА, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Ю. А. ЛИТВИНЕНКО, канд. техн. наук, Концерн «ЦНИИ «Электронприбор», Санкт-Петербург, Россия
В. Д. ЛУКЬЯНОВ, д-р физ.-мат. наук, проф., ОАО «Авангард», Санкт-Петербург, Россия
А. В. ЛЯМИН, д-р техн. наук, доцент, СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия
А. В. МАЛОЛЕТОВ, д-р физ.-мат. наук, проф., Университет Иннополис, Иннополис, Россия
Ю. Н. МАТВЕЕВ, д-р техн. наук, ООО «ЦРТ-инновации», Санкт-Петербург, Россия
В. М. МЕДУНЕЦКИЙ, д-р техн. наук, проф., ООО «Феррум», Санкт-Петербург, Россия
А. Н. МИРОНОВ, д-р техн. наук, проф., ВКА им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия
В. М. МУСАЛИМОВ, д-р техн. наук, проф., ИПМаш РАН, Санкт-Петербург, Россия
А. А. ОЖИГАНОВ, д-р техн. наук, проф., АО «НИТИ «Авангард», Санкт-Петербург, Россия
А. А. ПЫРКИН (зам. главного редактора), д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
В. С. СИЗИКОВ, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Б. В. СОКОЛОВ, д-р техн. наук, проф., СПбФИЦ РАН, Санкт-Петербург, Россия
С. В. СОЛК, д-р техн. наук, НИИ ОЭП, Сосновый Бор, Ленинградская обл., Россия
В. Ю. ТЕРТЫЧНЫЙ, д-р физ.-мат. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Д. В. ТИТОВ, д-р техн. наук, доцент, ЮЗГУ, Курск, Россия
А. В. ФЕДОРОВ, д-р техн. наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Н. Б. ФИЛИМОНОВ (зам. главного редактора), д-р техн. наук, проф., МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия
И. Б. ФУРТАТ, д-р техн. наук, доцент, ИПМаш РАН, Санкт-Петербург, Россия
В. П. ХОДУНКОВ, канд. техн. наук, ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, Санкт-Петербург, Россия

Ответственный секретарь *М. В. Лебецкая*

Редактор *Л. Г. Позднякова*

Набор, верстка: *М. В. Герасимова*

Перевод: *Ю. И. Копилевич*

Адрес: 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49, лит. А, Университет ИТМО

Телефон: (812) 480-02-73, E-mail: pribor@itmo.ru

[http:// pribor.ifmo.ru/](http://pribor.ifmo.ru/)

Подписано в печать 20.12.2023 г.

Отпечатано в учреждении «Университетские телекоммуникации»

Адрес: 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49, лит. А

Телефон: (812) 915-14-54, E-mail: Prudentov@tibir.ru

Редколлегия просит авторов и рецензентов отнестись с пониманием к ужесточению требований к рукописям и изменению формы подачи материала в журнале.

Аннотация объемом 150—250 слов должна отражать содержание статьи: предмет исследования, цель работы, метод проведения работы, краткое описание экспериментальных или теоретических исследований, полученные результаты и рекомендации по их применению.

Ключевые слова, служащие идентификаторами при предметном поиске, должны однозначно отражать содержание статьи. Основное ключевое слово/словосочетание указывается первым, общее количество ключевых слов — не менее 5.

Список литературы: для обзорной статьи рекомендуется приводить не менее 50 источников, для полнотекстовой статьи — не менее 15, для краткого сообщения — не менее 8.

Требования к оформлению рукописи размещены на сайте журнала <http://pribor.itmo.ru/>



Адрес: 197101, Санкт-Петербург,
Кронверкский пр., 49, лит. А, Университет ИТМО
Телефон: (812) 480-02-73
[http:// pribor.ifmo.ru/](http://pribor.ifmo.ru/)
E-mail: pribor@itmo.ru

Журнал публикует научные обзоры, полнотекстовые статьи и краткие сообщения, отражающие результаты практических и теоретических исследований в области приборостроения.

Журнал содержит следующие разделы:

- информатика и информационные процессы;
- информационно-измерительные и управляющие системы;
- системный анализ, управление и обработка информации;
- приборы навигации;
- вычислительные системы и их элементы;
- оптические и оптико-электронные приборы и комплексы;
- приборы и методы контроля и диагностики материалов, изделий, веществ и природной среды;
- приборы, системы и изделия медицинского назначения;
- проектирование и технология приборостроения и радиоэлектронной аппаратуры;
- метрология и метрологическое обеспечение;
- компьютерное моделирование и автоматизация проектирования;
- роботы, мехатроника и робототехнические системы.

По договоренности с Редакцией может быть опубликован специальный тематический выпуск, посвященный достаточно узкой проблеме приборостроения.

Рукопись подается по электронной почте: pribor@itmo.ru. Редакция принимает рукопись к рецензированию при условии получения полного комплекта документов, включающего:

- экспертное заключение о возможности опубликования в открытой печати (формат PDF);
- файлы рукописи статьи, оформленные в соответствии с требованиями журнала;
- сведения об авторах, заполненные по шаблону (на русском и английском языке);
- договор о передаче авторских прав.

Рукопись должна содержать:

- название статьи (на русском и английском языке), индекс УДК;
- аннотацию (150—250 слов, на русском и английском языке), ключевые слова (не менее 5 и не более 25, на русском и английском языке), основной текст, список литературы;
- рисунки и таблицы.

Объем текста (оформленного в соответствии с требованиями журнала — шрифт Times New Roman, размер — 14 пт, междустрочный интервал 1,5, поля — сверху и слева 25 мм, снизу 20 мм, справа 10 мм) должен составлять 10—20 страниц, краткого сообщения — 3—5. Объем обзора предварительно согласовывается с Редакцией.

Список литературы (рекомендуется): для обзорной статьи — не менее 50, для полнотекстовой статьи — не менее 15, для краткого сообщения — не менее 8 литературных источников (не менее половины из них должны представлять собой ссылки на издания, включенные в международные базы цитирования Scopus и Web of Science). Список литературы должен формироваться в порядке появления ссылок в тексте.

Не допускается выравнивание с помощью пробелов, табуляций и символов конца абзаца. Эти символы при необходимости могут вставляться не более одного раза подряд (**не переносить с помощью дефисов**).

Формулы и отдельные символы набираются с использованием редактора формул MathType. **Не вставлять** формулы из пакетов MathCad и MatLab. Размер шрифта в формулах — по умолчанию. Все переменные набираются курсивом, греческие буквы — прямым шрифтом, полужирные символы в формуле — стилем „матрица вектор“, русские символы — стилем „текст“, векторы следует набирать полужирным шрифтом без стрелок.

Рисунки выполняются в градациях серого в одном из форматов приложений Microsoft (Word, Excel, PowerPoint), предпочтителен векторный формат. Кривые на графиках следует помечать цифрами (1, 2, 3 и т.д.) или/и задавать линиями разного стиля (пунктир, штрихпунктир, жирная); толщина осей должна быть не менее 0,5 пт, иначе качество печати не гарантируется.

Плата за публикацию не взимается.

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАТИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ

- Коробейников А. Г. Применение методов Big Data для сравнения данных геомагнитных обсерваторий сети INTERMAGNET 993
- Кулешов С. В., Зайцева А. В. Феноменологическое описание процессов сбора и обработки интернет-документов 1002

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

- Беляев М. А., Прилуцкий А. В., Прокофьев О. В., Таленфельд С. В., Шубарев В. А. Цифровая реализация переменного запаздывания в системах моделирования и управления 1011
- Ершов Д. С., Хайруллин Р. З. Практическое применение моделей рабочих мест поверки средств измерений как нестационарных систем обслуживания 1023
- Земсков А. В. Аналитический подход к выборочному поиску функций вероятностей состояний в марковских цепях 1035
- Та М. Ш., Пыркин А. А. Алгоритм параметризации нестационарных систем с использованием динамического регулятора 1050

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИКИ МАТЕРИАЛОВ, ИЗДЕЛИЙ, ВЕЩЕСТВ И ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ

- Ефремов Л. В., Тикалов А. В. Оценка твердости материалов при испытании на износ методом хорды 1060

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

- Колесникова Д. В., Юрьева Р. А. Использование роевых алгоритмов при технологической подготовке производства 1067

- УКАЗАТЕЛЬ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ в 2023 г. 1075

EDITOR-IN-CHIEF

*Dr. Sci., Prof. ALEXEY BOBTSOV,
ITMO University, St. Petersburg, Russia*

EDITORIAL BOARD

*ALESHKIN ANDREY, Dr. Sci., Prof., A. F. Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russia
BELIKOV ANDREY, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
BESSMERTNY IGOR, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
BOGATYREV VLADIMIR, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
EFANOV DMITRY, Dr. Sci., Prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia
EFIMOV VLADIMIR, Dr. Sci., Prof., A. F. Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russia
KHODUNKOV VYACHESLAV, PhD, D. I. Mendeleev All-Russian Institute for Metrology, St. Petersburg, Russia
KLIMCHIK ALEXANDER, PhD, Ass. Prof., Innopolis University, Innopolis, Russia
KOLYUBIN SERGEY, Dr. Sci., Ass. Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
KONYAKHIN IGOR, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
KRISHTOP VIKTOR, Dr. Sci., Prof., PNRPU, Perm, Russia
LISITSYNA LYUBOV, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
LITVINENKO YULIA, PhD, Concern CSRI Electropribor, JSC, St. Petersburg, Russia
LUKYANOV VALERY, Dr. Sci., Prof., Avangard JSC, St. Petersburg, Russia
LYAMIN ANDREY, Dr. Sci., Ass. Prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia
MALOLETOV ALEXANDER, Dr. Sci., Prof., Innopolis University, Innopolis, Russia
MATVEEV YURIY, Dr. Sci., Speech Technology Center, St. Petersburg, Russia
MEDUNETSKY VIKTOR., Dr. Sci., Prof., Ferrum LLC, St. Petersburg, Russia
MIRONOV ANDREY, Dr. Sci., Prof., A. F. Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russia
MUSALIMOV VIKTOR, Dr. Sci., Prof., IPMash RAS, St. Petersburg, Russia
OZHIGANOV ALEXANDER, Dr. Sci., Prof., SRTI Avangard JSC, St. Petersburg, Russia
PYRKIN ANTON, Dr. Sci., Prof., Deputy Editor-in-Chief, ITMO University, St. Petersburg, Russia
SIZIKOV VALERY, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
SOKOLOV BORIS, Dr. Sci., Prof., SPbFRC RAS, St. Petersburg, Russia
SOLK SERGEY, Dr. Sci., SRI OEP, Sosnovy Bor, Leningrad region, Russia
TERTYCHNY VLADIMIR, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
TITOV DMITRY, Dr. Sci., Ass. Prof., SWSU, Kursk, Russia
FEDOROV ALEXEY, Dr. Sci., Ass. Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
FILIMONOV NIKOLAY, Dr. Sci., Prof., Deputy Editor-in-Chief, M. V. Lomonosov MSU, Moscow, Russia
FURTAT IGOR, Dr. Sci., Ass. Prof., IPMash RAS, St. Petersburg, Russia*

Executive secretary Marina V. Lebedskaya

Editor Lidia G. Pozdniakova

Page-proof, makeup Maria V. Gerasimova

Translation of Yuriy I. Kopilevich

Address: ITMO University, Kronverksky pr. 49, bldg. A, St. Petersburg, Russia, 197101

Tel: (812) 480-02-73

Site: pribor.ifmo.ru

E-mail: pribor@itmo.ru

JOURNAL OF INSTRUMENT ENGINEERING

ITMO UNIVERSITY

The Journal is published since January 1958

Vol. 66

DECEMBER 2023

№ 12

CONTENTS

INFORMATICS AND INFORMATION PROCESSING

- Korobeynikov A. G.** Application of Big Data Methods for Comparing Data of Geomagnetic Observatories in the INTERMAGNET Network..... 993
- Kuleshov S. V., Zaytseva A. A.** Phenomenological Description of Internet Documents Collecting and Processing..... 1002

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL, AND INFORMATION PROCESSING

- Beliaev M. A., Prilutsky A. V., Prokofev O. V., Talenfeld S. V., Shubarev V. A.** Digital Implementation of Variable Delay in Modeling and Control Systems 1011
- Ershov D. S., Khayrullin R. Z.** Practical Application of Workplace Models for Verification of Measuring Instruments as Non-stationary Service Systems 1023
- Zemskov A. V.** Analytical Approach to Selective Search for State Probability Functions in Markov Chains 1035
- Ta M. S., Pyrkin A. A.** Parameterization Algorithm for Non-stationary Systems Using a Dynamic Controller 1050

INSTRUMENTS AND METHODS FOR MONITORING AND DIAGNOSING

MATERIALS, PRODUCTS, SUBSTANCES AND THE NATURAL ENVIRONMENT

- Efremov L. V., Tikalov A. V.** Evaluation of Material Hardness Using Wear Testing by Chord Method..... 1060

DESIGN AND TECHNOLOGY OF INSTRUMENT ENGINEERING AND RADIO-ELECTRONIC EQUIPMENT

- Kolesnikova D. V., Yurieva R. A.** The Use of Swarm Algorithms in Technological Preparation of Production 1067

- THE LIST OF ARTICLES PUBLISHED IN 2023..... 1075

To the Authors!

The Journal of Instrument Engineering publishes scientific reviews, full-text articles and short messages, reflecting the unpublished results of theoretical and practical research in the field of fundamental instrument making.

The Journal publishes articles on the following themes: information technologies and systems, devices and automatic control systems, computer engineering, gyroscopic and navigation systems, instruments of precision mechanics, electronic and electromagnetic devices, optical and optoelectronic devices and systems, thermal regimes and reliability of devices and systems, technology and instrumentation, scientific and practical development. In agreement with the Editorial Board can be published a special themed issue devoted to a fairly narrow issue of instrumentation.

The material of the article accepted in electronic form and on any media, executed in a text editor Word without formatting along with a hard copy on A4. Electronic version of the paper may be sent by E-mail: **pribor@mail.ifmo.ru**

The size of the article (in printed form) must not exceed eight pages, a short presentation of two. Size scientific review previously agreed with the Editorial Board.

Submission includes two copies of:

— the manuscript text; list of references (recommended): review article — not less than 50, for the full text of the article — no less than 15, for short messages — at least 8 of the literary source (at least half of them should be links to the editions listed in international database of citation Scopus and Web of Science); number citations consecutively as they appear in the text;

— extended abstract (150—250 words);

— keywords (not less than 5 and not more than 25);

— illustrations: each on a separate sheet of A4 (not overestimate in the text) — big, with a maximum fill;

— the recommendation of the Department (laboratory);

— information about the authors on a template (surname, name, patronymic, name of the organization in accordance with the latest edition of the Charter, the address of the organization, academic degree and title, position, e-mail address).

The article must also enclose agreement on the transfer of copyright.

The main text. The following requirements are common to good practice in the design documents.

Font — Times New Roman, size 14, line spacing 1.5, margins — top and left — 25 mm, bottom — 20 mm, right — 10 mm.

Not allowed alignment with spaces, tabs and end of a paragraph (in the layout will need to be cleared). These symbols must be inserted only when necessary, and not more than once in a row (not to carry with dashes).

Don't insert formulas from MathCad or MatLab!

Figures and tables are to be inserted after the list of references. Graphics are accepted in one of Microsoft formats (Word, Excel, and PowerPoint); vector format is preferable. Don't use color graphics; it is better to apply dotted, dash-and dot lines, etc., or mark lines with numerical symbols.

Editorial Staff

ИНФОРМАТИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ

INFORMATICS AND INFORMATION PROCESSES

УДК 004.67: 537.86.029
DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-993-1001

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ BIG DATA ДЛЯ СРАВНЕНИЯ ДАННЫХ ГЕОМАГНИТНЫХ ОБСЕРВАТОРИЙ СЕТИ INTERMAGNET

А. Г. КОРОБЕЙНИКОВ

*Санкт-Петербургский филиал Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн
им. Н. В. Пушкова Российской академии наук, Санкт-Петербург, Россия
Korobeynikov_A_G@mail.ru*

Аннотация. Методы обработки больших данных применяют для решения различных задач, например, сбора, хранения, анализа, визуализации и интерпретации больших массивов информации, получаемой из различных источников: сети Интернет, мобильных приложений и социальных сетей. Применение специальных технологий и инструментария, например MapReduce, Hadoop, Spark, ускоряет процесс за счет параллельной и распределенной обработки данных. Проведено сравнение данных пяти геомагнитных обсерваторий, входящих в международную сеть INTERMAGNET, при помощи визуализации, являющейся одной из составляющих технологии Big Data. В каждой обсерватории сети INTERMAGNET информация о текущем состоянии магнитного поля Земли собирается при помощи специально аттестованной магнитометрической аппаратуры. Достаточно часто вызывает научный и практический интерес анализ этой информации, полученной на большом интервале времени. В этом случае информация представляет собой большие данные, т.е. данные, которые не помещаются в оперативную память используемого компьютера. Представлены графики исходных данных наблюдений за период с 1 января 2018 г. по 31 июля 2023 г. В качестве инструментария использована система MatLab, где реализованы методы Big Data.

Ключевые слова: Big Data, INTERMAGNET, MatLab, хранилище данных, магнитное поле Земли, геомагнитная обсерватория

Благодарности: работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 23-27-00011.

Ссылка для цитирования: Коробейников А. Г. Применение методов Big Data для сравнения данных геомагнитных обсерваторий сети INTERMAGNET // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 12. С. 993—1001. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-993-1001.

APPLICATION OF BIG DATA METHODS FOR COMPARING DATA OF GEOMAGNETIC OBSERVATORIES IN THE INTERMAGNET NETWORK

A. G. Korobeynikov

*Pushkov Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radio Wave Propagation of the RAS,
St. Petersburg, Russia
Korobeynikov_A_G@mail.ru*

Abstract. Big data processing methods are used to solve various problems, for example, collecting, storing, analyzing, visualizing and interpreting large amounts of information received from various sources: the Internet, mobile applications and social networks. The use of special technologies and tools, such as MapReduce, Hadoop, Spark, speeds up the process due to parallel and distributed data processing. A comparison of data from five geomagnetic observatories included in the international INTERMAGNET network is carried out using visualization, which is one of the components of Big Data technology. In each observatory of the INTERMAGNET network, information about the current state of the Earth's magnetic field is collected using specially certified magnetometric equipment. Quite often the analysis of this information obtained over a long period is of scientific and practical interest. In this case, the information is big data, that

is, data that does not fit into the RAM of the computer being used. Graphs of initial observation data for the period from January 1, 2018 to July 31, 2023 are presented. The MatLab system with Big Data methods implemented in it, is used as a toolkit.

Keywords: Big Data, INTERMAGNET, MatLab, datastore, Earth's magnetic field, geomagnetic observatory

Acknowledgments: This work was supported by the Russian Science Foundation, grant No. 23-27-00011.

For citation: Korobeynikov A. G. Application of Big Data methods for comparing data of geomagnetic observatories in the INTERMAGNET network. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 12. P. 993—1001 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-993-1001.

Введение. Данные большого объема применяют при решении многих научных и практических задач различной тематики, например, связанных с геомагнетизмом [1]. Необходимо отметить, что в российской науке принято под термином Big Data подразумевать не только объект исследования (сами большие массивы данных), но также технологии их обработки. Под такими технологиями понимается программное обеспечение, основное назначение которого состоит в анализе, обработке, визуализации и извлечении информации из больших наборов данных, которые нельзя обработать традиционными технологиями. Таким образом, ключевым объектом исследования специалистов становится не объем информации, а возможности по ее обработке.

Основные отличия подходов Big Data от традиционной обработки больших данных следующие: обработка сразу всего объема данных вместо последовательного анализа относительно небольших массивов; обработка данных в их исходном виде вместо необходимости их предварительного редактирования [2].

Обработку больших объемов данных производят при помощи различных инструментов, таких как: MapReduce — модули сегментирования данных с последующей параллельной обработкой; Hadoop — распределенная файловая система для хранения и обработки больших объемов данных; Spark — фреймворк, обрабатывающий данные на основе распределенного хранилища.

В работе использован программный инструмент MatLab, при помощи которого можно решать разные задачи [3—11], используя технологии и методы работы с большими данными, например MapReduce и Hadoop.

Постановка задачи. Отметим, что под „большими“ в работе понимаются данные, не помещающиеся в оперативную память компьютера [1, 2].

В процессе написания статьи использованы исходные данные, полученные в международной сети геомагнитных обсерваторий INTERMAGNET (International Real-Time Magnetic Observatory Network) [12]*. К этим обсерваториям предъявляются строгие требования, диктуемые необходимостью обеспечения точности измерений. INTERMAGNET обеспечивает доступ к данным 150 геомагнитных обсерваторий, располагающихся по всему миру. Эти данные используют для различных научных исследований, например, при изучении геомагнитных бурь, полярных сияний, геомагнитных возмущений.

Необходимо отметить, что с появлением технологии Big Data у исследователей геомагнитных явлений появились надежные инструменты для решения различных научных задач, где необходимы данные сети INTERMAGNET за достаточно длительный период. Постановка и решение таких задач помогает ученым лучше понимать процессы, происходящие, например, в магнитосфере Земли, а также прогнозировать влияние этих процессов на работоспособность современной техники.

* <https://www.intermagnet.org>.

В работе представлены результаты сравнения данных о геомагнитном поле, получаемых с пяти геомагнитных обсерваторий: входящая в состав СПбФ ИЗМИРАН геомагнитная обсерватория „Санкт-Петербург“ (международный IAGA-код SPG), геомагнитная обсерватория „Nurmijarvi“ (Финляндия, Финский метеорологический институт, международный IAGA-код NUR), геомагнитная обсерватория „Sodankyla“ (Финляндия, авроральная обсерватория, международный IAGA-код SOD), геомагнитная обсерватория „Lycksele“ (Швеция, Геологическая служба Швеции, международный IAGA-код LYC), геомагнитная обсерватория „Abisko“ (Швеция, Геологическая служба Швеции, международный IAGA-код ABK). Выбор этих пунктов сбора информации обусловлен расположением их на относительно небольших расстояниях друг от друга. Сами исходные данные представляют собой результаты измерения компонентов состояния магнитного поля Земли (МПЗ) без антропогенных возмущений и скорректированные с учетом абсолютных измерений в реальном масштабе времени с частотой дискретизации $f_d = 1 \text{ мин}^{-1}$ за период с 1 января 2018 по 31 июля 2023 года (объем этих данных превышает объем оперативной памяти компьютера, поэтому их обработка возможна при помощи методов работы с большими данными).

Сравнение данных геомагнитных обсерваторий проведено с использованием одной из технологий Big Data — Data Visualization, с целью наглядного представления различий и сходств.

Обработка данных. В настоящее время технологии обработки больших данных обеспечивают: хранение; интеллектуальный анализ данных; визуализацию.

Последовательность действий, выполняемых при решении поставленной задачи, начинается с переноса данных из базы INTERMAGNET любым удобным для пользователя способом на компьютер пользователя в отдельный раздел, например Intermagnet Data, который будет являться во время работы с MatLab подразделом рабочей директории (Current Folder). Для работы с такими данными необходимо применять специальные средства, например, Datastore (хранилище данных) или tall (высокие массивы) [1, 2]. В системе MatLab, используя „живой“ редактор (Live Editor), это можно сделать, например, так:

```
clc clear
fileName = 'spg20*.*';
f_Datastores
=fileDatastore(fileName, 'ReadFcn', @read_file, 'FileExtensions', '.min');
My_Datastore = readall(f_Datastores);
Name_Station=[];
for j=1 : size(My_Datastore,1)
    work_Datastore =My_Datastore{j};
    work_Datastore.DATETIME=datetime(work_Datastore.DATETIME, ...
        'InputFormat','yyyy-MM-dd HH:mm:ss.SSS');
    work_Datastore =table2timetable(work_Datastore);
    work_Datastore = removevars(work_Datastore, "DOY");
    Name_Station=[Name_Station; work_Datastore];
end
Name_Station = sortrows(Name_Station, "DATETIME");
clearvars work_Datastore;
stackedplot(Name_Station);
function My_table = read_file(filename, in1, in2)
    if nargin<=2
        in1 = 29; in2 = inf;
    end
    My_s = '%24s%3f%13f%10f%10f%f%[\n\r]';
    file_ID = fopen(filename, 'r');
    My_d_A = textscan(file_ID, My_s, in2(1)-in1(1)+1, ...
        'Delimiter', ',', 'WhiteSpace', '', 'TextType', 'string', 'HeaderLines', ...
        in1(1)-1, 'ReturnOnError', false, 'EndOfLine', '\n\r');
    for block=2:length(in1)
        frewind(fileID);
        My_d_Ablock = textscan(fileID, My_s, ...
```

```

in2(block)-in1(block)+1, 'Delimiter', ',', 'WhiteSpace', ',', ...
'TextType', 'string', 'HeaderLines', in1(block)-1, 'ReturnOnError', ...
false, 'EndOfLine', '\r\n');
for col=1:length(My_d_A)
    My_d_A{col} = [My_d_A{col};My_d_ABlock{col}];
end
end
My_d_A{1} = strtrim(My_d_A{1});
fclose(file_ID);
My_table = table(My_d_A{1:end-1}, 'VariableNames', ...
    {'DATETIME', 'DOY', 'SPGX', 'SPGY', 'SPGZ', 'SPGF'});
end

```

В результате выполнения этого кода для визуализации данных на экран компьютера будет выведен график (рис. 1, исходные данные с SPG за период 01.01.2018—31.07.2023); X , Y , Z — компоненты данных; F — их модуль (корень квадратный суммы квадратов компонентов).

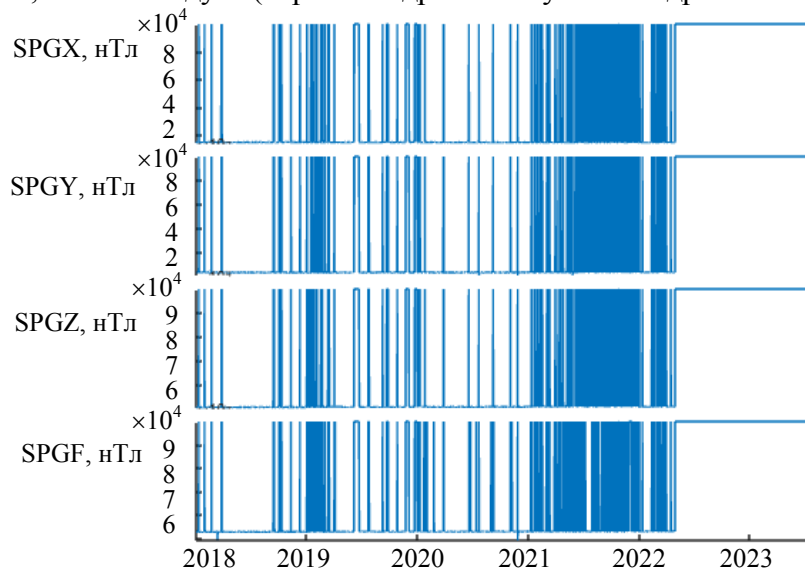


Рис. 1

Для построения графика другой обсерватории следует в исходном коде заменить кодовое наименование станции, например, SPG на LYC (на рис. 2—5 представлены графики исходных данных со станций NUR, LYC, SOD и ABK).

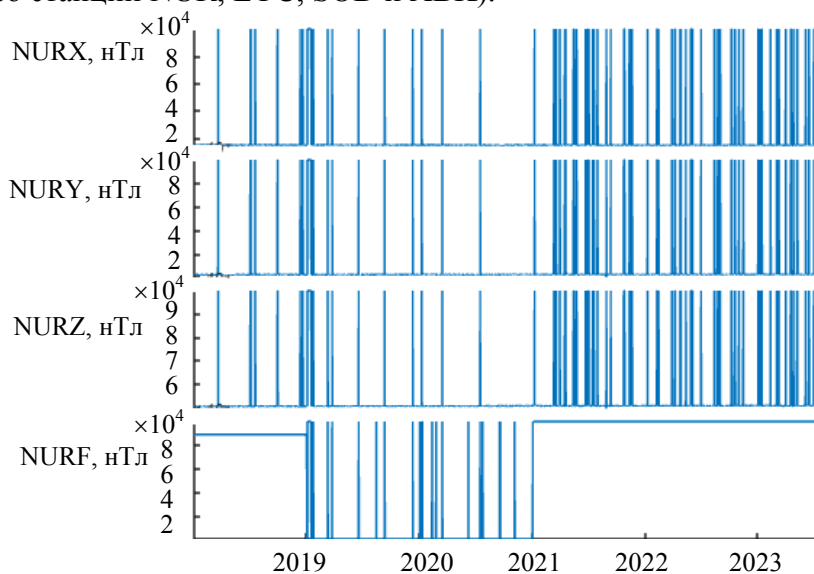


Рис. 2

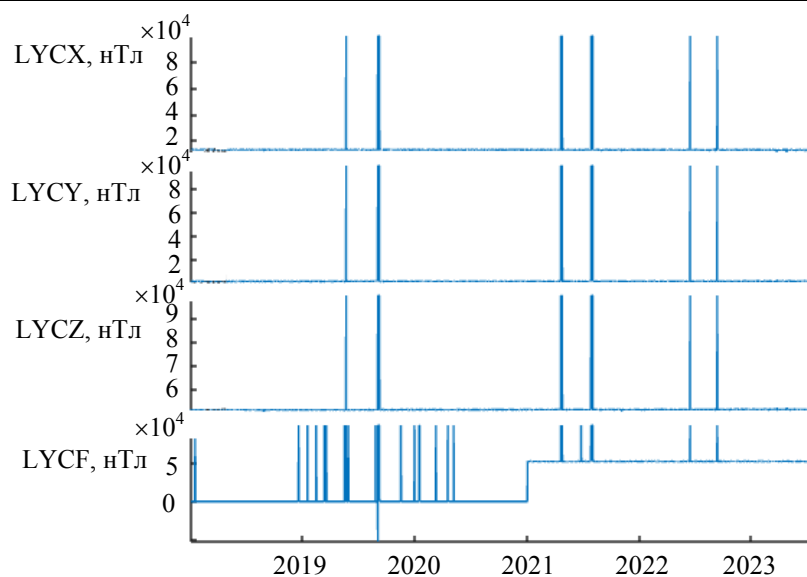


Рис. 3

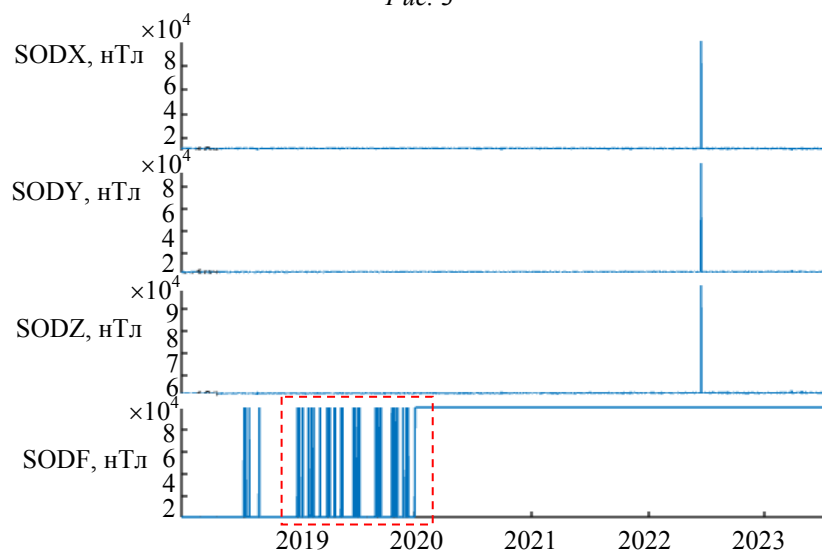


Рис. 4

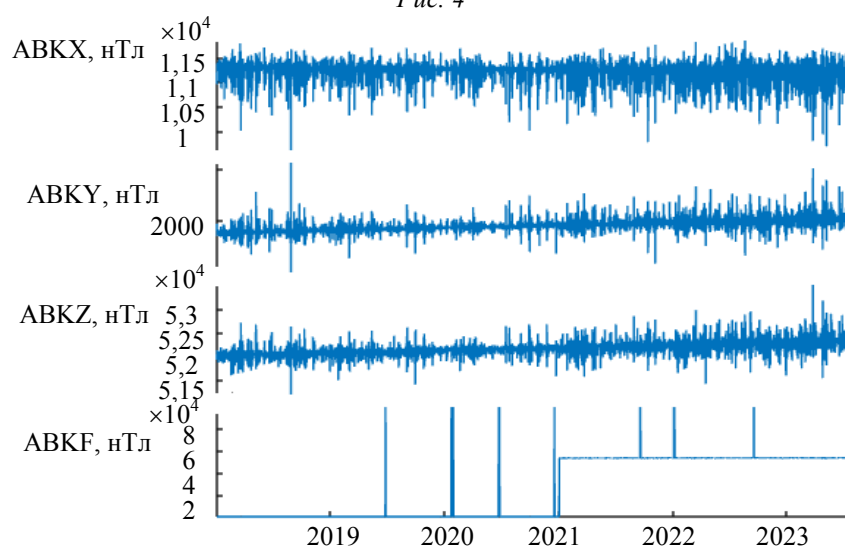


Рис. 5

Для анализа выбран интервал времени 01.03—14.03.2020, когда все станции работали без сбоев. Анализируемый интервал задается при помощи следующего кода:

```
Interval_begin=find(Name_Station.DATETIME=="2020-03-01 19:39:00.000");
```

```
Interval_end=find(Name_Station.DATETIME=="2020-03-14 07:08:00.000");
stackedplot(Name_Station (Interval_begin: Interval_end,:));
```

На рис. 6—10 приведены в графической форме исходные данные исследуемых обсерваторий.

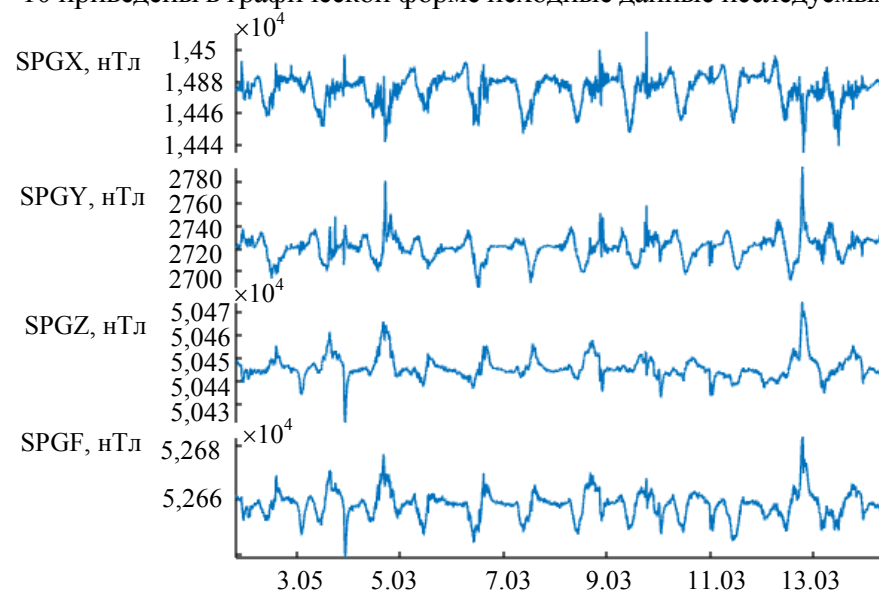


Рис. 6

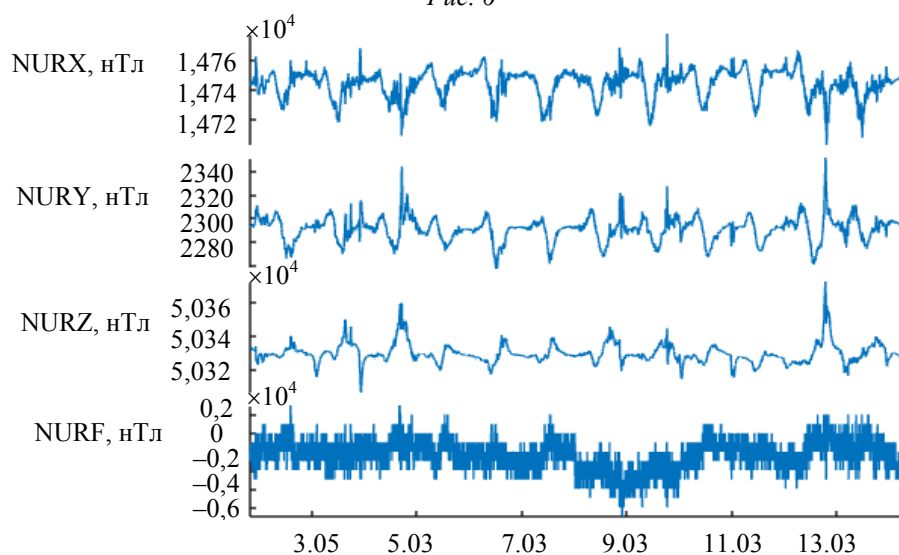


Рис. 7

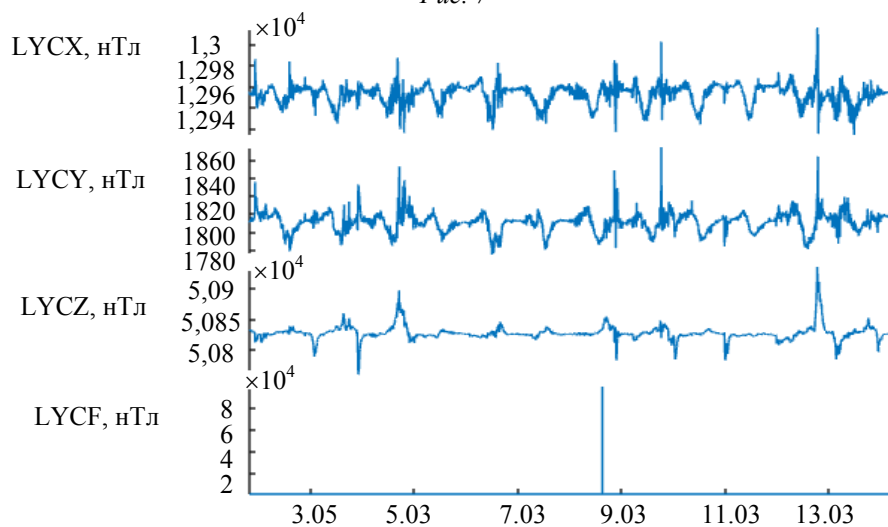


Рис. 8

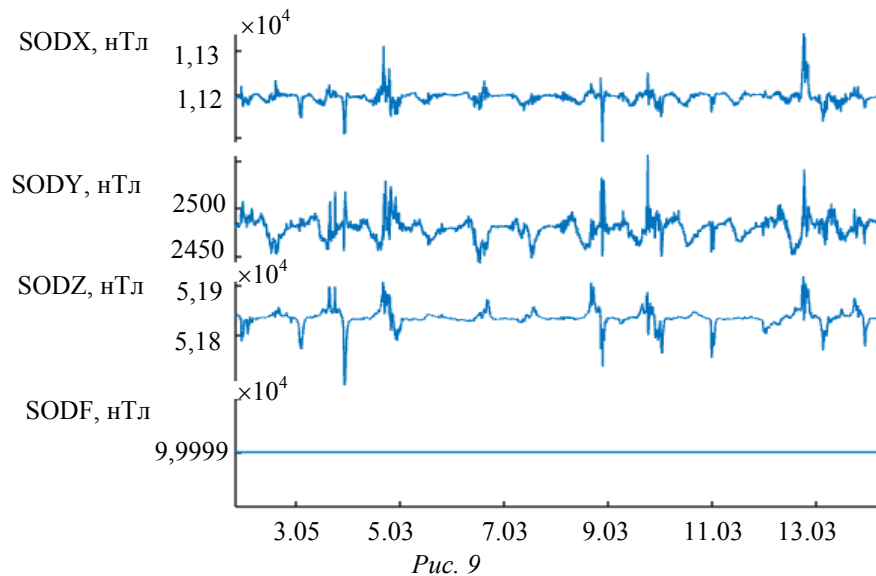


Рис. 9

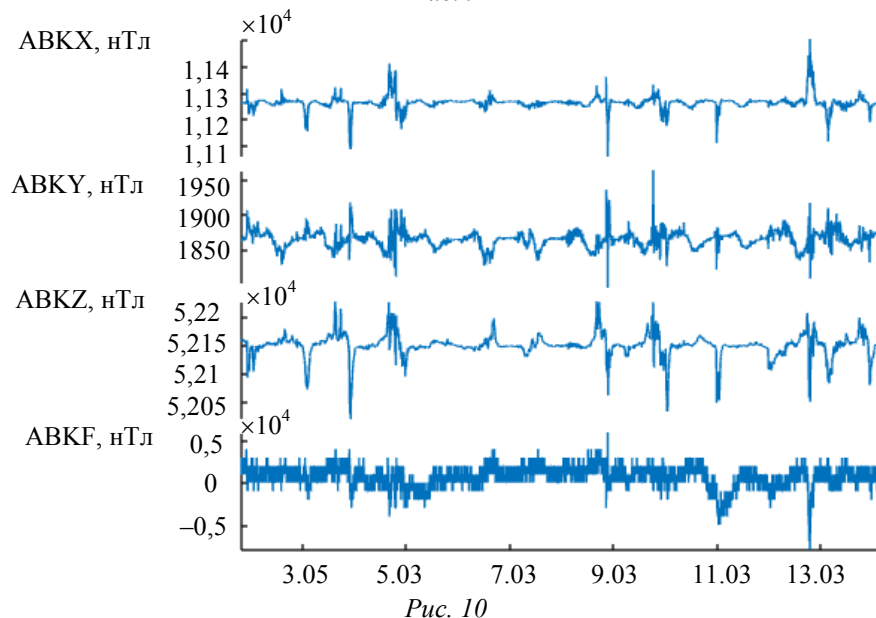


Рис. 10

Обсуждение результатов. Анализ представленных на рис. 1—5 результатов визуализации показывает, что передаваемые в INTERMAGNET данные геомагнитной обсерватории „Abisko“ в период 01.01.2018—31.07.2020 содержали меньше всего пропусков, по сравнению с другими обсерваториями. На втором месте, за исключением параметра F , обсерватория „Sodankyla“. Замыкает список обсерватория „Санкт-Петербург“.

А вот с 1 по 14 марта 2020 г. обсерватория „Санкт-Петербург“ передавала в INTERMAGNET данные с наименьшим числом пропусков. Обсерватория „Abisko“ стоит на втором месте, „Lycksele“ замыкает тройку. На обсерватории „Sodankyla“ не работал датчик полного поля, согласно рис. 4 (выделено пунктиром).

Кроме того, визуальный анализ позволяет делать и другие выводы. Например, анализ данных полного поля с обсерватории „Lycksel“ показывает, что датчик не работал до конца 2020 г., но с начала 2021 г. пошла достоверная информация. Это видно из рис. 4, где $F \approx 52\,000$ нТл, т.е. можно сделать вывод, что сенсор полного поля установили в самом конце 2020 года.

Заключение. На основании представленных результатов можно утверждать, что MatLab позволяет эффективно работать с большими массивами данных при решении задач в различных предметных областях, в частности, связанных с геофизикой. Следует также отметить, что применение графических процессоров позволяет существенно увеличить скорость

обработки данных. Отсюда следует, что применение технологий Big Data, реализованных в MatLab, окажет существенную поддержку исследователям при решении фундаментальных и прикладных задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коробейников А. Г. Применение методов BIG DATA для предобработки данных сети INTERMAGNET // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 7. С. 533—538. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-7-533-538.
2. Макишанов А. В., Журавлев А. Е., Тындыкарь Л. Н. Большие данные. Big Data. СПб: Лань, 2022. 188 с. ISBN 978-5-8114-9834-5.
3. Korobeynikov A. G., Grishentsev A. Y., Velichko E. N., Aleksanin S. A., Fedosovskii M. E., Bondarenko I. B., Korikov C. C. Calculation of Regularization Parameter in the Problem of Blur Removal in Digital Image // Optical Memory & Neural Networks (Information Optics). 2016. Vol. 25, N 3. P. 184—191.
4. Дьяконов В. П. MATLAB и SIMULINK для радиоинженеров. М.: ДМК Пресс, 2016. 976 с.
5. Новгородцев А. Б. Расчет электрических цепей в MATLAB: Учебный курс. СПб: Питер, 2004. 250 с.
6. Матюшкин И. В. Моделирование и визуализация средствами MATLAB физики наноструктур. М.: Техносфера, 2011. 168 с.
7. Korobeynikov A. G., Fedosovsky M. E., Zharinov I. O., Shukalov A. V., Gurjanov A. V. Development of conceptual modeling method to solve the tasks of computer-aided design of difficult technical complexes on the basis of category theory // Intern. J. of Applied Engineering Research. 2017. Vol. 12, N 6. P. 1114—1122.
8. Гайдук А. Р., Беляев В. Е., Пьявченко Т. А. Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB: Учеб. пособие. СПб: Лань, 2016. 464 с.
9. Поршнев С. В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB: Учеб. пособие. СПб: Лань, 2011. 736 с.
10. Фриск В. В., Ганин В. И., Степанова А. Г. Компьютерный анализ и моделирование электрических цепей постоянного тока в среде MATLAB: учеб.-метод. пособие. М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2021. 32 с.
11. Коробейников А. Г. Применение искусственных нейронных сетей в системах автоматического управления магнитной левитацией // Программные продукты и системы. 2022. Т. 35, № 3. С. 452—457. DOI: 10.15827/0236-235X.139.452-457.
12. Коробейников А. Г. Обработка и анализ данных с российского сегмента мировой сети магнитных обсерваторий ИНТЕРМАГNET // Междунар. журн. гуманитарных и естественных наук. 2018. № 8. С. 91—98.

Сведения об авторе

Анатолий Григорьевич Коробейников

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский филиал Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н. В. Пушкова Российской академии наук; дирекция; зам. директора по науке;
E-mail: Korobeynikov_A_G@mail.ru

Поступила в редакцию 21.08.2023; одобрена после рецензирования 30.08.2023; принята к публикации 27.10.2023.

REFERENCES

1. Korobeynikov A.G. *Journal of Instrument Engineering*, 2023, no. 7(66), pp. 533–538, DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-7-533-538. (in Russ.)
2. Makshanov A.V., Zhuravlev A.E., Tyndykar L.N. *Bol'shiye dannyye. Big data* (Big Data. Big Data), St. Petersburg, 2022, 188 p., ISBN 978-5-8114-9834-5. (in Russ.)
3. Korobeynikov A.G., Grishentsev A.Y., Velichko E.N., Aleksanin S.A., Fedosovskii M.E., Bondarenko I.B., Korikov C.C. *Optical Memory & Neural Networks (Information Optics)*, 2016, no. 3(25), pp. 184–191.
4. Dyakonov V.P. *MATLAB i SIMULINK dlya radioinzhenerov* (MATLAB and SIMULINK for Radio Engineers), Moscow, 2016, 976 p. (in Russ.)
5. Novgorodtsev A.B. *Raschet elektricheskikh tsepey v MATLAB* (Calculation of Electrical Circuits in MATLAB), St. Petersburg, 2004, 250 p. (in Russ.)

6. Matyushkin I.V. *Modelirovaniye i vizualizatsiya sredstvami MATLAB fiziki nanostruktur* (Modeling and Visualization by Means of MATLAB of the Physics of Nanostructures), Moscow, 2011, 168p. (in Russ.)
7. Korobeynikov A.G., Fedosovsky M.E., Zharinov I.O., Shukalov A.V., Gurjanov A.V. *International Journal of Applied Engineering Research*, 2017, no. 6(12), pp. 1114–1122.
8. Gaiduk A.R., Belyaev V.E., Pyavchenko T.A. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya v primerakh i zadachakh s resheniyami v MATLAB* (Theory of Automatic Control in Examples and Problems with Solutions in MATLAB), St. Petersburg, 2016, 464 p. (in Russ.)
9. Porshnev S.V. *Komp'yuternoye modelirovaniye fizicheskikh protsessov v pakete MATLAB* (Computer Simulation of Physical Processes in the MATLAB Package), St. Petersburg, 2011, 736 p. (in Russ.)
10. Frisk V.V., Ganin V.I., Stepanova A.G. *Komp'yuternyy analiz i modelirovaniye elektricheskikh tsepey postoyannogo toka v srede MATLAB* (Computer Analysis and Modeling of DC Electrical Circuits in the MATLAB Environment), Moscow, 2021, 32 p. (in Russ.)
11. Korobeynikov A.G. *Software & Systems*, 2022, no. 3(35), pp. 452–457, DOI: 10.15827/0236-235X.139.452-457. (in Russ.)
12. Korobeynikov A.G. *International Journal of Humanities and Natural Sciences*, 2018, no. 8, pp. 91–98. (in Russ.)

Data on author**Anatoly G. Korobeynikov**

— Dr. Sci., Professor; Pushkov Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radio Wave Propagation of the RAS, St. Petersburg Branch, Directorate; Deputy Director of Science; E-mail: Korobeynikov_A_G@mail.ru

Received 21.08.2023; approved after reviewing 30.08.2023; accepted for publication 27.10.2023.

**ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССОВ
СБОРА И ОБРАБОТКИ ИНТЕРНЕТ-ДОКУМЕНТОВ**

С. В. КУЛЕШОВ, А. А. ЗАЙЦЕВА *

*Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук,**Санкт-Петербург, Россия***cher@iias.spb.su*

Аннотация. Проанализировано состояние сети Интернет как хранилища информационных ресурсов с точки зрения бота — программы, занимающейся сбором данных в целях мониторинга ресурсов, наполнения поисковой системы или других коммерческих или исследовательских целях. Предложен подход к описанию исследуемой проблемы через совокупность феноменов, возникающих при сборе документов в Интернете. Описанные феномены необходимо учитывать при построении систем мониторинга либо поисковых систем. Приведен ряд особенностей, возникающих при веб-скрейпинге, харвестинге и в других случаях использования ботов для сбора данных в сети Интернет. Описаны проблемы использования поддоменов, рекурсивных поддоменов, технологий динамически загружаемого контента, поисковой оптимизации текстового контента и других. Показано, что задача сбора данных с интернет-ресурсов является не только технологической, но и в большей степени наукоемкой, а поскольку исследования находятся в активной фазе, для них не существует „коробочного“ решения. Статья будет полезна исследователям в области развития Интернета, разработчикам поисковых систем, специалистам по дата-ретривингу и интернет-технологиям, а также специалистам в области создания и поддержки интернет-ресурсов и в области интернет-маркетинга.

Ключевые слова: интернет-документы, технологии сбора данных, дата-ретривинг, поисковые системы, интернет-ресурсы

Благодарности: работа поддержана Государственным заданием на 2023 г. № FFZF-2022-0005.

Ссылка для цитирования: Кулешов С. В., Зайцева А. А. Феноменологическое описание процессов сбора и обработки интернет-документов // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 12. С. 1002—1010. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-1002-1010.

**PHENOMENOLOGICAL DESCRIPTION
OF INTERNET DOCUMENTS COLLECTING AND PROCESSING**

S. V. Kuleshov, A. A. Zaytseva *

*St. Petersburg Federal Research Center of the RAS, St. Petersburg, Russia***cher@iias.spb.su*

Abstract. The state of the Internet as a repository of information resources is analyzed from the point of view of a bot - a program that collects data for the purpose of monitoring resources, filling a search engine, or other commercial or research purposes. An approach is proposed to describe the problem under study through a set of phenomena that arise when collecting documents on the Internet. The described phenomena must be taken into account when developing monitoring systems or search engines. A number of features that arise during web scraping, harvesting and other cases of using bots to collect data on the Internet are given. The problems of using subdomains, recursive subdomains, dynamically loaded content technologies, search engine optimization of text content and others are described. It is shown that the task of collecting data from Internet resources is not only technological, but also to a greater extent knowledge-intensive, and since research is in an active phase, there is no “out-of-the-box” solution for it. The article will be useful to researchers in the field of Internet development, search engine developers, specialists in data retrieval and Internet technologies, as well as specialists in the field of creation and support of Internet resources and in the field of Internet marketing.

Keywords: Internet documents, data collection technologies, data retrieval, search engines, Internet resources

Acknowledgments: This work was supported by State Assignment for 2023 No. FFZF-2022-0005.

For citation: Kuleshov S. V., Zaytseva A. A. Phenomenological description of Internet documents collecting and processing. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 12. P. 1002—1010 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-1002-1010.

Введение. С момента создания Тимом Бернерсом-Ли [1] протокола http (HyperText Transfer Protocol) в 1991 г. [2] и языка html (HyperText Markup Language), которые надолго определили наиболее удобный и доступный способ размещения данных в сети Интернет, а также способ работы с ним, прошло уже много лет, изменились некоторые базовые принципы, а также инструментарий. Возникает множество задач научного и технического характера, без решения которых уже невозможно в автоматическом режиме качественно и полноценно собирать данные из Интернета, например, при помощи программного бота.

Описанные в зарубежных книгах [3—9] технологии и методы извлечения данных из интернет-контента быстро устаревают и перестают отвечать новым требованиям. Это связано с тем, что в текущей фазе развития Интернет является сверхдинамичной* открытой системой, а методы сбора данных должны учитывать новые особенности, часть из которых будет рассмотрена ниже.

Изменение технологических особенностей представления данных на интернет-ресурсах приводит к созданию и развитию новых технологий получения данных, подобных веб-скрейпингу (web scraping) [10], который используется для синтаксического преобразования веб-страниц в более удобные для работы формы и может считаться технологией „очистки“ веб-контента [11].

К наиболее распространенным вариантам автоматической загрузки документов можно отнести: режим извлечения данных с использованием программного интерфейса (API) информационного ресурса; загрузку определенного набора страниц для извлечения данных из них (этот режим используется, например, в системах мониторинга погоды или курсов валют различных финансовых учреждений); полный сбор всех доступных страниц с ресурса с последующим их анализом и индексацией.

Первые два варианта автоматической загрузки документов достаточно широко используются и описаны как в научной литературе, так и в технической документации [12—15]. Рассмотрим режим сбора данных „харвестер“, когда (рис. 1) у бота априори нет информации о структуре информационного ресурса, и ботом используются те же механизмы, что использовал бы человек с помощью браузера, последовательно извлекая данные из загруженных страниц. При этом увеличивается объем данных об информационных ресурсах путем накопления ссылок из уже загруженных страниц.

Преимущество этого режима сбора данных состоит в том, что его работа возможна в отсутствие предварительного списка извлекаемых документов, схемы сайта и часто даже списка сайтов для обработки. Следовательно, множество обработанных ресурсов обычно не поддается прогнозированию.

Для того чтобы, с одной стороны, управлять процессом обработки только нужных информационных ресурсов, а с другой — не расходовать „впустую“ вычислительные ресурсы обработчика, можно выделить:

1) доверенные (определяемые при помощи „белого списка“) домены, имеющие наивысшие информационную ценность и приоритет в обработке;

* Все приведенные в статье фактические числовые и экспериментальные данные актуальны на начало 2023 года.

- 2) домены, созданные для целей „черного SEO“ (SEO — Search Engine Optimization), т.е. содержащие нелегальные, с точки зрения поисковых систем, методы продвижения сайта, могут определяться как автоматически во время обработки, так и при помощи „черного списка“;
- 3) определяемые при помощи „черного списка“ домены, которые должны быть исключены из обработки, поскольку содержат контент, противоречащий законодательству РФ [16];
- 4) обычные домены, не относящиеся к первым трем категориям.

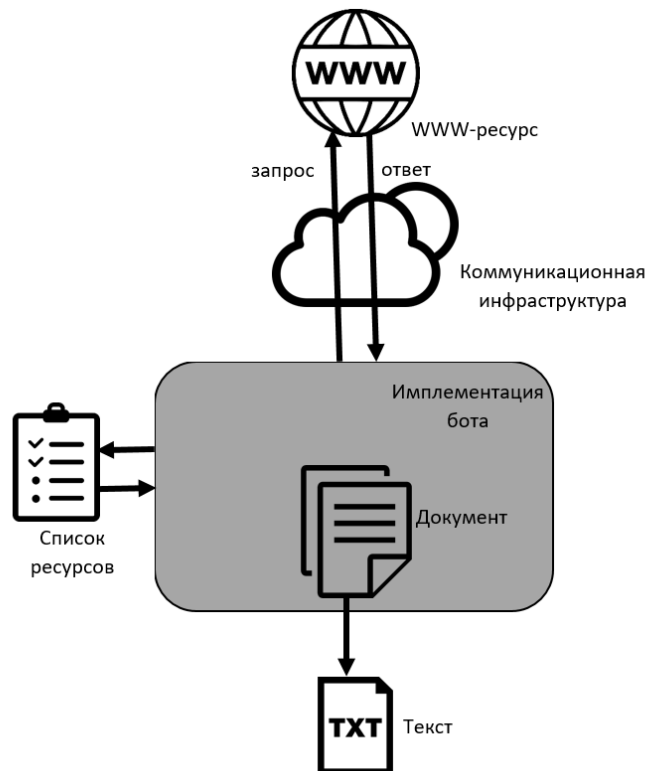


Рис. 1

В качестве „черного“ и „белого“ списков могут использоваться как локальная база данных, так и внешние информационные системы [16].

Множество документов, содержащихся внутри каждого домена, также может быть классифицировано (по уникальности: уникальные, дубли; по назначению: информационные, навигационные, служебные и т.д.), это позволяет оптимизировать работу бота в рамках одного домена. Примеры алгоритмов, предназначенных для построения оптимальной стратегии обхода доменов, рассматриваются, например, в [9].

Для повышения эффективности работы автоматических парсеров используются различные эвристические подходы: методы создания соответствующих значений веса; методы, учитывающие границы экрана и расположение элементов страницы в браузере, основанные на использовании различных характеристик; методы, использующие JavaScript и контент, доступный через веб-формы для имитации работы пользователя [17—25].

В настоящее время отдельную проблему при автоматическом сборе документов для построения систем мониторинга либо поисковых систем создают различные феномены — явления, возникающие в сети Интернет.

Можно выделить две большие группы феноменов: появившиеся вследствие развития SEO-технологий и явления, которые стали результатом развития технологий, обеспечивающих повышение безопасности пользователей и защиты размещаемых в сети Интернет данных.

К первой группе можно отнести следующие феномены:

Информационный ресурс — фабрика поддоменов. Поддомен (или субдомен), являющийся частью домена более высокого уровня. Традиционно поддомены используются для

структуризации информационных ресурсов, в том числе для связи сайтов различной тематики, для выделения отдельной мобильной версии сайта, для многорегионального продвижения сайтов с учетом регионального таргетинга и т.п.

Одновременно с этим в современном Интернете встречаются случаи, когда могут автоматически генерироваться сотни тысяч поддоменов, на которых располагается „сайт одной страницы“ для увеличения доли присутствия страниц ресурса в поисковом индексе. Реальный пример структуры таких поддоменов приведен на рис. 2, в которой экспериментально обнаружено более 181 тысячи таких поддоменов.

```
fotozona-svoimi-rukami-dlya-detey.infectology.spb.ru  
kaspiyskiy-gruz-likiy-advayta-guantanamera-skachat.infectology.spb.ru  
minusovka-moya-milaya-mama-svet-tvoih-glaz.infectology.spb.ru  
nirvana-smells-like-spirit.infectology.spb.ru  
honda-akkord-95-g-kak-snyat-balansirovochnye-valy.infectology.spb.ru  
muzyka-krutaya-v-maynkrafte.infectology.spb.ru  
white-town-your-woman-rington.infectology.spb.ru  
noty-higo-de-la-luna.infectology.spb.ru  
skachat-noty-novinku-britni-spis.infectology.spb.ru  
accidentally-in-love-noty-dlya-fortepiano.infectology.spb.ru  
ya-nenavizhu-lyuboy-ocean-potomu-cto-dazhe-on-tebya-hochet.infectology.spb.ru  
pol-makartni-yesterday-noty-dlya-sintezatara.infectology.spb.ru  
treylar-dragon-age-4.infectology.spb.ru  
noiz-ms-zhvachka-akkordy-dlya-pianino.infectology.spb.ru  
skachat-noty-veter-gonit-zlye-tuchi.infectology.spb.ru  
detskie-pesni-iz-multikov-sborniki-s-klipami.infectology.spb.ru  
naverno-potomu-cto-vse-eto-moi-chuvstva-rington.infectology.spb.ru  
uzhasy-2019-stivena-kinga.infectology.spb.ru
```

Рис. 2

В связи с тем, что для поисковой системы каждый поддомен — это отдельный сайт, система сбора данных должна анализировать их независимо, и „пессимизация“ одного поддомена не должна влиять на остальные.

Для борьбы с неконтролируемым возникновением поддоменов рекомендуется ограничивать число допустимых поддоменов в пределах одного домена, проверять число различных страниц одного поддомена или проверять, являются ли поддомены дубликатами друг друга. Известен, например, алгоритм, согласно которому в поисковой системе поддомен считается страницей второго уровня в пределах домена, если содержит менее 200 страниц [26].

Рекурсивные поддомены. Ситуация, когда все поддомены являются копией друг друга, может возникать при сочетании следующих факторов:

— используются настройки DNS для поддоменов с применением шаблонов (wildcards) [27], пример DNS-записи приведен на рис. 3;

— возникают (специально или случайно) ошибки при формировании ссылок внутри информационного ресурса, увеличивающие вложенность поддомена для каждого последующего перехода по ссылке (sub.example.com → sub.sub.example.com → sub.sub.sub.example.com → ...).

```
*.example.com. 3600 IN MX 10 host1.example.com.
```

Рис. 3

Вырожденным случаем рекурсивного поддомена является общепринятый префикс „www.“ в начале имени домена. Система сбора данных должна быть готова распознавать случай рекурсивных поддоменов путем анализа идентичности контента поддоменов и выполнить „склейку“ доменов-зеркал или проигнорировать ошибочные вложенные поддомены.

Расширение URL служебными полями для сбора статистики и управления рекламными кампаниями. Для гибкого управления сбором статистики и рекламными кампаниями существуют различные варианты добавления параметров в сам контент или в протоколы управления контентом. Широко используется метка UTM (Urchin Tracking Module; Urchin — компания, которая создала эти метки и начала их использовать, позднее на ее основе была

создана Google Analytics [28]). UTM-метки стали применяться в Яндекс.Метрике и других системах интернет-аналитики в связи с удобством их использования и универсальностью.

Технически UTM-метки — это дополнительные параметры в URL (`utm_source`, `utm_medium`, `utm_campaign` и другие), добавляемые к URL-адресу страницы, не влияющие на возвращаемый сервером http-контент. Другими словами, образуется множество различных URL, различающихся UTM-параметрами, но ведущих к одному документу на сервере.

Для предотвращения дублирования загружаемого харвестером контента необходимо удалять такие параметры из URL новых страниц до начала загрузки последних. Список параметров определяется стандартами сбора статистики (`utmstat`, `openstat` и др.).

С целью облегчения работы с такими параметрами разработчики предложили расширение для формата файла `robots.txt` [29], с помощью которого через директиву `Clean-param` перечисляются параметры, подлежащие удалению, но, к сожалению, этот стандарт используется очень редко и полагаться на наличие директивы при использовании UTM-меток нецелесообразно.

Спам-домены с дублирующимися документами. Дублирование документов в пределах домена может быть частичным или полным.

Полное дублирование обычно является причиной использования инструментов управления данными на сайте, что приводит к появлению документов-дублей, имеющих различный URL.

Частичное дублирование может быть вызвано как попыткой SEO-оптимизации, так и применением инструментов управления данными на сайте (использование фильтров и сортировок для данных), это наиболее сложный для выявления вид дублирования, особенно если дублирующиеся фрагменты текста перемешаны между собой или чередуются с фрагментами уникального текста.

Так, в результате проведенного эксперимента на 17 979 обработанных ботом в режиме харвестера доменов загружено 308 170 документов, из которых для 87 094 документов обнаружено совпадение более 75 % контента, а для 17 204 документов совпадение 100 %.

Основным препятствием для качественной фильтрации документов-дублей является высокая ресурсоемкость проверки степени идентичности каждого нового документа с уже имеющимися.

Разумным решением в таком случае будет сравнение документов в пределах домена с определением процента дублирования с последующим принятием решение о спам-ресурсе или частичной пессимизацией части страниц-дублей.

Поисковая оптимизация текстового контента. Наиболее сложна в решении задача предварительного анализа документов в случае использования поисковой оптимизации контента (SEO-оптимизации), результаты которой влияют на результаты работы поисковой системы в целом. Для решения используются статистические методы, методы, основанные на машинном обучении, а также большая группа эвристических методов определения „качества“ контента. Некоторые варианты эвристических решений были предложены в работах [30—32].

Группа феноменов, появившихся в результате развития технологий повышения безопасности пользователей и защиты данных:

Динамически загружаемый контент. Современные информационные ресурсы — это не просто набор статических страниц с гипертекстовой разметкой. Последние тенденции в веб-разработке приводят к тому, что сайты превращаются в сложные, большие javascript-приложения, по сути состоящие из одной html-страницы и подгружающие контент с помощью ajax-запросов к серверу [25]. Наиболее яркие примеры подобных ресурсов — `dzen.ru`, `vk.com`, `aliexpress.ru`. Среди преимуществ такого подхода к разработке — скорость работы сайтов, снижение трафика, перенос значительной части логики приложения с сервера на клиента, что приводит к снижению нагрузки на сервер. Однако, несмотря на очевидные преимущ-

щества, подобный веб-сайт, фактически состоящий из одной страницы, практически не подлежит индексации при использовании харвестера без дополнительных инструментов по выполнению скрипта на клиентской стороне.

Для существующих на данный момент веб-ресурсов можно предложить следующие уровни, соответствующие степени использования динамического контента:

— Уровень 1. „Старые“ html-страницы: статический контент с html-разметкой и CSS-стилями;

— Уровень 2. html-контент с использованием скрипта на клиентской стороне, который не производит ајах-запросов, а манипулирует только тем контентом, который получен с сервера (например, динамическая сортировка таблиц или показ скрытого текста);

— Уровень 3. Onload-загрузчик: после загрузки страницы начинает работать скрипт и догружает дополнительный контент;

— Уровень 4. Клиентское приложение: пользовательский интерфейс модифицируется в соответствии с действиями пользователя; скрипт догружает данные недетерминировано. По такому принципу работают одностраничные приложения, „бесконечные“ списки, „умные догрузчики“.

Чем выше уровень динамичности, тем сложнее осуществлять загрузку документов в автоматическом режиме.

Защита от ботов. Некоторые интернет-ресурсы используют для защиты от действий ботов методы обнаружения, а также и блокировку от загрузки ботами страниц. Администраторы ресурсов могут настраивать блокировки программных ботов, используя следующие признаки:

— необычное поведение пользователя (например, десятки и сотни переходов на новую страницу сайта каждую секунду);

— повторяющиеся однотипные или безрезультатные действия (реальный пользователь не будет выполнять одни и те же задачи раз за разом);

— использование ссылок, которые содержатся только в коде веб-сайта и не видны обычным пользователям (ссылки-приманки) [33].

Способы блокировки, которые используют ресурсы после обнаружения программного бота:

— запрет доступа к ресурсу с определенного IP-адреса;

— выдача вместо страницы с контентом страницы с сообщением об ошибке;

— запрет идентификатора пользователя, являющегося, с точки зрения администратора сайта, злоумышленником, заходящим на сайт по аутентификации [33].

Отдельно необходимо отметить относительно новое явление, о котором впервые как о глобальной угрозе было заявлено с трибуны Форума ООН по вопросам управления Интернетом в 2019 году [34], — *фрагментацию пространства Интернет*. Глобальная сеть Интернет должна обеспечивать техническую возможность обмена данными каждого конечного устройства с любым другим конечным устройством, готовым эти данные получать. Одно и то же действие в глобальной сети должно приводить к одному и тому же результату, вне зависимости от географической локации и времени. Соответственно с технической точки зрения фрагментация Интернета проявляется там, где одни и те же действия могут приводить к разным результатам [35]. Технические, организационные, политические и иные причины могут вызывать ограничение связности сети Интернет. Это приводит к тому, что для пользователя оказываются недоступными множество URL, при этом конкретный набор недоступных документов зависит от текущей точки подключения (региона, провайдера). Так, могут оказаться недоступными как отдельные интернет-сервисы, так и целые группы адресов по географическому признаку.

Выводы. В статье показано, что задача сбора данных интернет-ресурсов является не просто технологической, но и наукоемкой, при этом для преодоления ряда проблем не существует готового „коробочного“ решения.

Приведен ряд особенностей, возникающих при веб-скрейпинге, харвестинге и в других случаях использования ботов для сбора данных в сети Интернет.

Проведен анализ феноменов — явлений, которые необходимо учитывать при автоматическом сборе документов в Интернете в задачах построения систем мониторинга либо поисковых систем. Большинство рассмотренных феноменов появилось вследствие развития SEO-технологий, однако необходимо также выделить группу явлений, которые стали результатом развития технологий, обеспечивающих повышение безопасности пользователей и защиты размещаемых в сети Интернет данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Berners-Lee T.* Information Management: A Proposal. CERN, March 1989, May 1990 [Электронный ресурс]: <<https://www.dcs.gla.ac.uk/~wpc/grcs/bernerslee.pdf>>.
2. RFC 1945 [Электронный ресурс]: <<https://datatracker.ietf.org/doc/html/rfc1945>>.
3. *Barnet B.* Memory Machines: The Evolution of Hypertext. Anthem Press, 2013.
4. *Olston C. and Najork M.* Web Crawling, Foundation and Trends // Information Retrieval. 2010. Vol. 4, N 3. P. 175—246.
5. *Najork M., Heydon A.* High-Performance Web Crawling // Handbook of Massive Data Sets. Massive Computing / Ed. by *J. Abello, P. M. Pardalos, M. G. C. Resende.* Springer, Boston, MA, 2002. Vol. 4. https://doi.org/10.1007/978-1-4615-0005-6_2.
6. *Laliwala Z., Shaikh A.* Web Crawling and Data Mining with Apache Nutch. Packt Publishing, 2013.
7. *Nasraoui O.* Web data mining: exploring hyperlinks, contents, and usage data // ACM SIGKDD Explorations Newsletter, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1145/1540276.1540281>.
8. *Chakrabarti S.* Mining the Web: Discovering knowledge from hypertext data. Elsevier, 2003.
9. *Castillo C.* Effective web crawling // ACM SIGIR Forum. 2005. DOI: <https://doi.org/10.1145/1067268.1067287>.
10. *Boeing G., Waddell P.* New Insights into Rental Housing Markets across the United States: Web Scraping and Analyzing Craigslist Rental Listings // Journal of Planning Education and Research. 2017. Vol. 37, N 4. DOI:10.2139/ssrn.2781297.
11. Practical Web Scraping for Data Science. Apress, Berkeley, CA, 2018. https://doi.org/10.1007/978-1-4842-3582-9_6.
12. *Bloch J.* How to design a good API and why it matters // Companion to the 21st ACM SIGPLAN Symp. on Object-oriented Programming Systems, Languages, and Applications. 2006. P. 506—507.
13. *Robillard M. P. et al.* Automated API property inference techniques // IEEE Transactions on Software Engineering. 2012. Vol. 39, N 5. P. 613—637.
14. *Ofoeda J., Boateng R., Effah J.* Application programming interface (API) research: A review of the past to inform the future // Intern. J. of Enterprise Information Systems (IJEIS). 2019. Vol. 15, N 3. P. 76—95.
15. *Qi L. et al.* Data-driven web APIs recommendation for building web applications // IEEE Transactions on Big Data. 2020. Vol. 8, N 3. P. 685—698.
16. Единый реестр доменных имен, указателей страниц сайтов в сети „Интернет“ и сетевых адресов, позволяющих идентифицировать сайты в сети „Интернет“, содержащие информацию, распространение которой в Российской Федерации запрещено [Электронный ресурс]: <<https://eais.rkn.gov.ru/>>.
17. HTML::LinkExtor - Extract links from an HTML document [Электронный ресурс]: <<http://search.cpan.org/dist/HTML-Parser/lib/HTML/LinkExtor.pm>>.
18. Немного на тему разработки веб-архивов [Электронный ресурс]: <<http://habrahabr.ru/post/185816/>>.

19. Насколько умны поисковые роботы? // Типичные ошибки внутренней оптимизации. Вып. 76 [Электронный ресурс]: <<http://seopult.ru/subscribe.html?id=76>>.
20. Google пытается проиндексировать Невидимую Сеть [Электронный ресурс]: <<http://habrahabr.ru/post/23456/>>.
21. Googlebot начал делать POST-запросы через Ajax [Электронный ресурс]: <<http://habrahabr.ru/post/130258/>>.
22. Якушев А. В., Дейкстра Л. Сетевые технологии сбора данных в Интернет [Электронный ресурс]: <<http://socio.escience.ifmo.ru/content/files/file/network+centered.pdf>>.
23. Поисковые технологии Яндекса [Электронный ресурс]: <http://download.yandex.ru/company/techno/YandexTech_1.pdf>.
24. Поисковые технологии или в чем загвоздка написать свой поисковик [Электронный ресурс]: <<http://habrahabr.ru/post/123671/>>.
25. HtmlUnit – JavaScript Tutorial [Электронный ресурс]: <<https://htmlunit.sourceforge.io/javascript-howto.html>>.
26. Поддомены: что это такое и зачем они нужны? [Электронный ресурс]: <<https://timeweb.com/ru/community/articles/poddomeny-cto-eto-takoe-i-zachem-oni-nuzhny>>.
27. RFC1035: Domain Names – Implementation And Specification. Network Working Group, November 1987 [Электронный ресурс]: <<http://www.faqs.org/rfcs/rfc1035.html>>.
28. Большой гайд по UTM-меткам: как узнать, откуда приходят пользователи [Электронный ресурс]: <<https://habr.com/ru/company/click/blog/478758/>>.
29. A Standard for Robot Exclusion [Электронный ресурс]: <<http://www.robotstxt.org/orig.html>>.
30. Kuleshov S., Zaytseva A., Aksenov A. Natural Language Search and Associative-Ontology Matching Algorithms Based on Graph Representation of Texts // Intelligent Systems Applications in Software Engineering. Advances in Intelligent Systems and Computing / Ed. by R. Silhavy, P. Silhavy, Z. Prokopova. Springer, Cham, 2019. Vol. 1046. P. 285—294. DOI 10.1007/978-3-030-30329-7_26.
31. Михайлов С. Н., Кулешов С. В. Экспертный мониторинг неструктурированных информационных ресурсов в интересах информационно-аналитического обеспечения космических исследований // Изв. Юго-Западного государственного университета. 2013. № 6-2(51). С. 40—43.
32. Зайцева А. А., Кулешов С. В., Михайлов С. Н. Метод оценки качества текстов в задачах аналитического мониторинга информационных ресурсов // Тр. СПИИРАН. 2014. Вып. 37. С. 144—155.
33. Москаленко А. А., Лапонина О. Р., Сухомлин В. А. Разработка приложения веб-скрапинга с возможностями обхода блокировок // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2019. Т. 15, № 2. С. 413—420.
34. Игнатъев А. Г., Линдре Ю. А. Актуальные тренды регулирования Интернета: от открытого пространства безграничной свободы к региональной и страновой фрагментации. М.: Центр компетенций по глобальной ИТ-кооперации, 2023. 30 с. EDN ENZLLW.
35. Куликова А. В. О фрагментации интернета: старые вопросы и новые вызовы // Индекс безопасности. 2015. Т. 21, № 1(112). С. 115—120. EDN XBFPKZ.

Сведения об авторах

Сергей Викторович Кулешов

— д-р техн. наук, профессор РАН; Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр РАН, лаборатория автоматизации научных исследований, Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН; гл. научный сотрудник; E-mail: kuleshov@iias.spb.su

Александра Алексеевна Зайцева

— канд. техн. наук; Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр РАН, лаборатория автоматизации научных исследований, Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН; ст. научный сотрудник; E-mail: cher@iias.spb.su

Поступила в редакцию 28.08.2023; одобрена после рецензирования 07.09.2023; принята к публикации 27.10.2023.

REFERENCES

1. Berners-Lee T. *Information Management: A Proposal*, CERN, March 1989, May 1990.
2. RFC 1945, <https://datatracker.ietf.org/doc/html/rfc1945>.
3. Barnet B. *Memory Machines: The Evolution of Hypertext*, Anthem Press, 2013.
4. Olston C. and Najork M. *Information Retrieval*, 2010, no. 3(4), pp. 175–246.
5. Najork M., Heydon A. *High-Performance Web Crawling* in Handbook of Massive Data Sets. Massive Computing, Springer, 2002, vol. 4, https://doi.org/10.1007/978-1-4615-0005-6_2.
6. Laliwala Z., Shaikh A. *Web Crawling and Data Mining with Apache Nutch*, Packt Publishing, 2013.
7. Nasraoui O. *ACM SIGKDD Explorations Newsletter*, 2008, DOI: <https://doi.org/10.1145/1540276.1540281>.
8. Chakrabarti S. *Mining the Web: Discovering knowledge from hypertext data*, Elsevier, 2003.
9. Castillo C. *ACM SIGIR Forum*, 2005, DOI: <https://doi.org/10.1145/1067268.1067287>.
10. Boeing G., Waddell P. *Journal of Planning Education and Research*, 2017, no. 4(37), DOI:10.2139/ssrn.2781297.
11. *Practical Web Scraping for Data Science*, Apress, Berkeley, CA, https://doi.org/10.1007/978-1-4842-3582-9_6.
12. Bloch J. *Companion to the 21st ACM SIGPLAN symposium on Object-oriented programming systems, languages, and applications*, 2006, pp. 506–507.
13. Robillard M.P. et al. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 2012, no. 5(39), pp. 613–637.
14. Ofoeda J., Boateng R., Effah J. *International Journal of Enterprise Information Systems (IJEIS)*, 2019, no. 3(15), pp. 76–95.
15. Qi L. et al. *IEEE transactions on big data*, 2020, no. 3(8), pp. 685–698.
16. <https://eais.rkn.gov.ru/>. (in Russ.)
17. *HTML::LinkExor - Extract links from an HTML document*, <http://search.cpan.org/dist/HTML-Parser/lib/HTML/LinkExor.pm>.
18. <http://habrahabr.ru/post/185816/>. (in Russ.)
19. <http://seopult.ru/subscribe.html?id=76>. (in Russ.)
20. <http://habrahabr.ru/post/23456/>. (in Russ.)
21. <http://habrahabr.ru/post/130258/>. (in Russ.)
22. <http://socio.escience.ifmo.ru/content/files/file/network+centered.pdf>. (in Russ.)
23. http://download.yandex.ru/company/techno/YandexTech_1.pdf. (in Russ.)
24. <http://habrahabr.ru/post/123671/>. (in Russ.)
25. *HtmlUnit – JavaScript Tutorial*, <https://htmlunit.sourceforge.io/javascript-howto.html>.
26. <https://timeweb.com/ru/community/articles/poddomeny-cto-eto-takoe-i-zachem-oni-nuzhny>. (in Russ.)
27. RFC1035: *Domain Names – Implementation and Specification*. Network Working Group, November 1987, <http://www.faqs.org/rfcs/rfc1035.htm>.
28. <https://habr.com/ru/company/click/blog/478758/>. (in Russ.)
29. *A Standard for Robot Exclusion*, <http://www.robotstxt.org/orig.html>.
30. Kuleshov S., Zaytseva A., Aksenov A. *Natural Language Search and Associative-Ontology Matching Algorithms Based on Graph Representation of Texts* in Intelligent Systems Applications in Software Engineering. Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer, Cham, 2019, vol. 1046, DOI 10.1007/978-3-030-30329-7_26.
31. Mikhailov S.N., Kuleshov S.V. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta* (Proceedings of the Southwest State University), 2013, no. 6-2(51), pp. 40–43. (in Russ.)
32. Zaytseva A.A., Kuleshov S.V., Mikhailov S.N. *SPIIRAS Proceedings*, 2014, no. 37, pp. 144–155. (in Russ.)
33. Moskalenko A.A., Laponina O.R., Sukhomlin V.A. *Modern Information Technology and IT-education*, 2019, no. 2(15), pp. 413–420. (in Russ.)
34. Ignatiev A.G., Lindre Yu.A. *Aktual'nyye trendy regulirovaniya Interneta: ot otkrytogo prostranstva bezgranichnoy svobody k regional'noy i stranovoy fragmentatsii* (Current Trends in Internet Regulation: from an open Space of Unlimited Freedom to Regional and Country Fragmentation), Moscow, 2023, 30 p., EDN EHZZLLW. (in Russ.)
35. Kulikova A.V. *Indeks bezopasnosti*, 2015, no. 1(21), pp. 115–120, EDN XBFPKZ. (in Russ.)

Data on authors

- | | | |
|------------------------------|---|---|
| Sergey V. Kuleshov | — | Dr. Sci., Professor RAS; St. Petersburg Federal Research Center of the RAS, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the RAS, Research Automation Laboratory; Senior Researcher; E-mail: kuleshov@iiias.spb.su |
| Alexandra A. Zaytseva | — | PhD; St. Petersburg Federal Research Center of the RAS, Senior Researcher; E-mail: cher@iiias.spb.su |

Received 28.08.2023; approved after reviewing 07.09.2023; accepted for publication 27.10.2023.

**ЦИФРОВАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ПЕРЕМЕННОГО ЗАПАЗДЫВАНИЯ
В СИСТЕМАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ**

М. А. БЕЛЯЕВ^{1*}, А. В. ПРИЛУЦКИЙ², О. В. ПРОКОФЬЕВ³,
С. В. ТАЛЕНФЕЛЬД⁴, В. А. ШУБАРЕВ⁴

¹ Военный учебно-научный центр Военно-Морского Флота Военно-морская академия
им. Адмирала Флота Советского Союза Н. Г. Кузнецова, Санкт-Петербург, Россия
**bel.mih@bk.ru*

² НГ-Энерго, Санкт-Петербург, Россия

³ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Институт компьютерных наук и технологий/Высшая школа программной инженерии,
Санкт-Петербург, Россия

⁴ Авангард, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. Предложен подход к моделированию систем автоматического управления с переменным запаздыванием с помощью регистра сдвига. Проанализированы виды переменного запаздывания. Рассматривается комбинированное переменное запаздывание, возникающее вследствие переменной скорости и переменной длины тракта передачи сигналов. Предлагается алгоритм моделирования такого запаздывания с учетом начальной функции на основе регистра сдвига. Алгоритм реализован на языке C++ и может быть адаптирован к коду микроконтроллера или блока среды моделирования (например, MatLab/Simulink).

Ключевые слова: системы автоматического управления с переменным запаздыванием, имитационное моделирование, регистр сдвига

Ссылка для цитирования: Беляев М. А., Прилуцкий А. В., Прокофьев О. В., Таленфельд С. В., Шубарев В. А. Цифровая реализация переменного запаздывания в системах моделирования и управления // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 12. С. 1011—1022. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-1011-1022.

**DIGITAL IMPLEMENTATION OF VARIABLE DELAY
IN MODELING AND CONTROL SYSTEMS**

M. A. Beliaev^{1*}, A. V. Prilutsky², O. V. Prokofev³,
S. V. Talenfeld⁴, V. A. Shubarev⁴

¹ Military Educational and Scientific Center of the Navy Naval Academy Named after Admiral of the Fleet of the Soviet Union N.G. Kuznetsov, St. Petersburg, Russia
**bel.mih@bk.ru*

² NG-Energo, St. Petersburg, Russia

³ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Institute of Computer Science and Technology / Higher School of Software Engineering, St. Petersburg, Russia

⁴ Avangard, St. Petersburg, Russia

Abstract. An approach to modeling automatic control systems with variable delay using a shift register is proposed. The types of variable delay are analyzed. The combined variable delay arising due to the variable speed and variable length of the signal transmission path is considered. An algorithm for modeling such a delay is proposed taking into

account the initial function based on a shift register. The algorithm is implemented in C++ and can be adapted to the code of a microcontroller or a simulation environment block (for example, Matlab/Simulink).

Keywords: automatic control systems with variable delay, simulation, shift register

For citation: Beliaev M. A., Prilutsky A. V., Prokofev O. V., Talenfeld S. V., Shubarev V. A. Digital implementation of variable delay in modeling and control systems. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 12. P. 1011—1022 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-1011-1022.

Введение. Особенности аналитических исследований линейных нестационарных систем с переменным запаздыванием. Исследование систем автоматического управления (САУ) с большим запаздыванием относительно доминирующих постоянных времени объекта является достаточно сложной задачей, поскольку запаздывание вносит большой фазовый сдвиг в прямую цепь управления и при прочих равных ухудшает условия устойчивости системы.

Линейные стационарные системы с запаздыванием по своей физической сути являются системами с распределенными параметрами [1]. Например, простейшая САУ с запаздыванием τ (рис. 1) описывается характеристическим уравнением:

$$1 + ke^{-s\tau} = 0, \quad (1)$$

имеющим бесконечное множество корней (k — коэффициент усиления). В связи с этим анализ и синтез стационарных линейных САУ с запаздыванием наиболее известными аналитическими методами линейной теории практически невозможны.

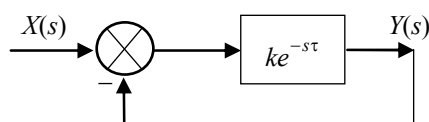


Рис. 1

Исключение составляют только частотные методы, которые достаточно подробно представлены в учебниках по теории автоматического управления. Что касается линейных нестационарных САУ с запаздыванием, тем более нелинейных, то аналитические исследования возможны только для ограниченного класса таких систем (или соответствующих уравнений) [2—5]. В связи с этим системы с переменным запаздыванием остаются слабоизученной областью. Переменные запаздывания представлены либо априори неопределенными нестационарными моделями, либо постоянной величиной [6]. Однако САУ, в которых скорость изменения запаздывания может быть соизмерима со скоростью изменения координат в этих системах управления, особенно при компенсации основных возмущающих воздействий, следует считать системами с переменным запаздыванием или, в общем случае, с переменными параметрами (т.е. нестационарными). С этой точки зрения звено переменного запаздывания присутствует во многих системах управления. Например, во всех энергетических установках (ЭУ) перенос теплоносителя (особенно газообразного) по трубопроводам происходит с переменной скоростью (ядерные ЭУ, газотурбинные и паросиловые ЭУ) [6—8].

Среди менее известных систем следует отметить дизель-электрические установки (ДЭУ), работающие по замкнутому (ЗЦ) или полужамкнутому циклу, где применяются искусственные газовые смеси и газоанализаторы [9]. Время запаздывания в перечисленных системах часто считают постоянным, хотя, очевидно, что скорость теплоносителя или искусственной газовой смеси зависит от температуры и давления в трубопроводах (эти же параметры могут влиять на запаздывание в газоанализаторах). В принципе, переменное запаздывание характерно для датчиков мощности ядерных реакторов [10], цифровых и цифровых двухуровневых информационных систем [11], акустических и телекоммуникационных систем [12, 13]. Однако наиболее показательными объектами с переменным запаздыванием, в которых изменяются скорость и длина передающего тракта, являются достаточно длинные ленточные конвейеры (транспортеры) [14].

Отметим особенности исследования линейных нестационарных систем (ЛНС) с переменным запаздыванием:

1) основным отличием структурных преобразований для ЛНС, по сравнению со стационарными системами, является невозможность перестановок последовательно включенных звеньев [15]. Поэтому не всегда возможно заменить все линии передачи одним звеном запаздывания. Также это обстоятельство важно учитывать при использовании регуляторов с компенсацией запаздывания (регулятор Смита и т.п.) [6, 16];

2) часто для исследования систем с переменными параметрами используют метод „замороженных коэффициентов“. В общем случае этот метод неприменим [2];

3) для исследования устойчивости ЛНС с запаздыванием наиболее эффективны метод функционалов Ляпунова—Красовского или метод функций Ляпунова—Разумихина [3, 17]. Несмотря на универсальность упомянутых методов, подбор необходимых для доказательства устойчивости функций или функционалов часто носит полуэвристический характер (и дает, как правило, только достаточные условия устойчивости);

4) применение рядов Паде для аппроксимации переменного запаздывания (или более сложных комбинированных аппроксимаций), хотя и может привести в некоторых довольно простых случаях (система на рис. 1 с переменным запаздыванием $\tau = t$ [18]) к качественно неверным результатам, тем не менее используется для исследования даже сложных нелинейных систем с переменным запаздыванием [5]. Однако выбор порядка аппроксимации часто не имеет строгого обоснования;

5) при достаточно медленном изменении запаздывания в известном диапазоне (или быстро, но по точно известному закону) широко используются методы робастного и адаптивного управления [4, 7, 8, 19]. Однако эти методы, как правило, используют модель объекта управления с запаздыванием в регуляторе (в явном или неявном виде или, как минимум, выполнения определенных условий [19]) и всегда требуют очень точной математической постановки задачи, что часто ограничивает их применение на практике.

Таким образом, можно утверждать, что результаты практически всех аналитических исследований линейных нестационарных САУ с запаздыванием проверяются моделированием и, видимо, во многих случаях моделирование остается единственным возможным инструментом для оценки устойчивости этих систем, а тем более — для исследования основных показателей качества процесса управления (время переходного процесса, колебательность и т.п.). Использование регуляторов с моделью объекта управления (робастных компенсаторов, адаптивных и т.п.) часто требует реализации переменного запаздывания в реальном времени.

Моделирование систем с переменным запаздыванием. Применяемые численные методы для динамических систем с запаздыванием имеют свои особенности [20]:

1) учет начальной функции;

2) использование метода шагов (промежуток времени, равный запаздыванию) и связанного с ним появления разрывов решения;

3) запаздывание увеличивает порядок разностного уравнения, которое используется для моделирования непрерывной системы.

Запаздывание, используемое в математических моделях, можно разделить на реальное и аппроксимационное. Учитывается природа реального запаздывания, т.е. передачи потока вещества, энергии, информации с конечной скоростью на конечное расстояние. В общем случае при передаче такого несжимаемого потока с переменной скоростью $v(t)$ на переменное расстояние $l(t)$ (рис. 2) запаздывание $\tau(t)$ входного сигнала $y(t)$ удовлетворяет соотношению:

$$l(t) = \int_{t-\tau(t)}^t v(\lambda) d\lambda, \quad v(t) > 0, l(t) > 0, \quad (2)$$

λ — переменная интегрирования.

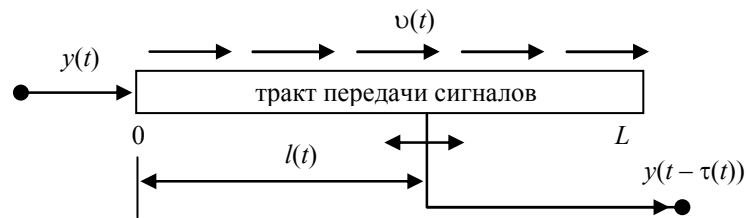


Рис. 2

Переменная $y(t)$ является некоторой информационной характеристикой, связанной с распространением потока. До начала функционирования тракт передачи должен содержать начальную информацию $y_n(x)$ по всей его длине, т.е. предысторию. Моделировать запаздывание такого рода возможно на основе математической модели в виде дифференциального уравнения в частных производных:

$$\frac{\partial U(x, t)}{\partial t} + v(t) \cdot \frac{\partial U(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

с начальными и граничными условиями

$$\begin{aligned} U(x, t)|_{t=0} &= y_n(x), x \in [0; L]; \\ U(x, t)|_{x=0} &= y(t), t \in [0; t_{\max}], \end{aligned}$$

причем

$$y(t - \tau(t)) = U(l(t), t).$$

В этом случае учитываются $v(t)$, $l(t)$, входной сигнал $y(t)$ и предыстория $y_n(x)$. Запаздывание $\tau(t)$ получается неявным образом.

Однако такой путь труден для моделирования динамических систем с переменным запаздыванием в общем случае. Более удобным будет использование программных систем, в которых модель формируют из различных динамических и статических блоков с необходимыми связями. Например, блок переменного запаздывания (БПЗ) в среде Simulink может работать в двух режимах. Так, в режиме реализации „переменного временного запаздывания“ (в нашей трактовке — скорость постоянная, длина переменная) по заданным $\tau(t)$ и $y(t)$ формируется выходной сигнал $y(t - \tau(t))$. Если эффект переменного запаздывания вызван переменной длиной $l(t)$ тракта передачи при постоянной скорости v_0 , то:

$$\tau(t) = \frac{l(t)}{v_0}. \quad (4)$$

В режиме реализации „переменного транспортного запаздывания“ (в нашей трактовке — скорость переменная, длина постоянная) по заданным переменной скорости $v(t)$ и постоянной длине l_0 по входному сигналу $y(t)$ формируется $y(t - \tau(t))$, где $\tau(t)$ удовлетворяет соотношению:

$$\int_{t-\tau(t)}^t v(\lambda) d\lambda = l_0. \quad (5)$$

В работе [21] представлен способ моделирования комбинированного запаздывания (где и длина, и скорость будут переменными) на базе имеющихся блоков переменного запаздывания, с учетом возможности задания произвольной начальной функции (не равной константе). Причем в случае переменного транспортного запаздывания такая процедура может быть достаточно сложной (а иногда даже нерешаемой) задачей. Однако этих проблем можно избежать, если использовать регистр сдвига, работающий по определенному алгоритму.

Алгоритм работы регистра сдвига реализован в виде модуля для MatLab/Simulink с использованием S-функций (это функции обратного вызова для кода на языке C++). Алгоритм может быть адаптирован к коду микроконтроллера.

Модель запаздывания, которая состоит из комбинации переменного („чистого“ временного запаздывания $\tau(t)$) и транспортного запаздывания (связанного с изменением скорости потока $v(t)$), в общем виде можно описать, используя модель конвейера (рис. 3). Входы блока: $y(t)$ — входной сигнал, $l(t)$ — длина конвейера, $v(t)$ — скорость ленты. Выход блока $y(t - \tau(t))$ — входной сигнал с запаздыванием, $\tau(t)$ — комбинированное запаздывание, $y_{\text{ср}}(t)$ — среднее значение $y(t)$ на ленте конвейера.

Запаздывание $\tau(t)$ находим из решения уравнения:

$$l(t) = \int_{t-\tau(t)}^t v(\lambda) d\lambda = L(\lambda) \Big|_{t-\tau(t)}^t = L(t) - L(t - \tau(t)), \quad (6)$$

$$L(t - \tau(t)) = L(t) - l(t). \quad (7)$$

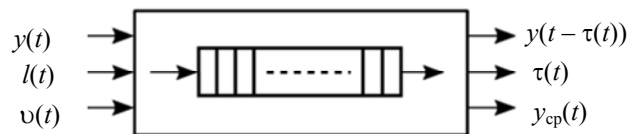


Рис. 3

Общая схема работы блока следующая. Запись информации производится дискретно (точная информация известна в точках t_k). Обозначим:

$$t_k^* = t_k - \tau(t_k). \quad (8)$$

Так как $L(t)$ (интеграл от скорости) — функция неубывающая, то обратная функция $t(L)$ однозначно определена для своего аргумента, поэтому для нахождения величины t^* можно использовать интерполяцию (например, полиномиальную или дробно-рациональную). Для нахождения чистого запаздывания $\tau(t)$ используем (8). Аналогичным образом, используя обратную функцию $y(L)$, можно найти величину y^* (рис. 4).

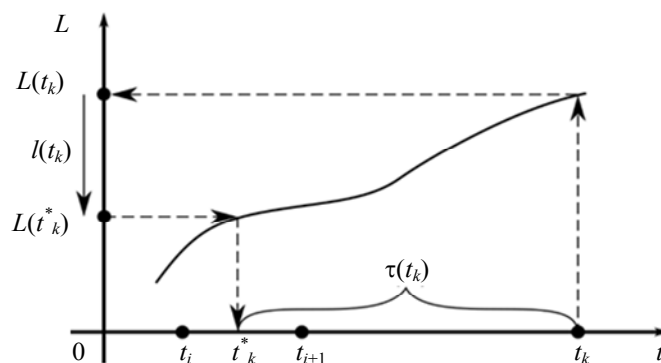
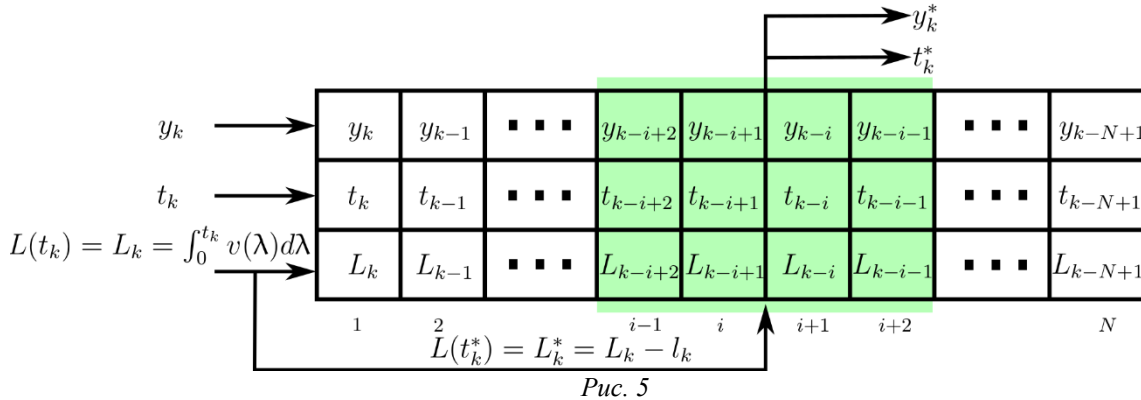


Рис. 4

Функционально схема блока запаздывания представляет собой кольцевой регистр (рис. 5). В массив ячеек на каждом шаге записываются новые y_k , t_k , L_k . Далее находим пройденный путь, соответствующий текущему запаздыванию $L_k^* = L_k - l_k$. Поскольку значение пройденного пути L_k^* принадлежит отрезку между узлами, то для вычисления обратных функций t_k^* и y_k^* , где L_k^* — аргумент, используется интерполяция по четырем ближайшим узлам (два слева и два справа).



Алгоритм работы модели запаздывания на основе регистра позволяет:

1) записывать значения $y(t)$, $L(t)$, где $L(t)$ — весь путь потока, который может быть

найден по формуле $L(t) = \int_0^t v(\lambda) d\lambda$;

2) находить точку съема информации, которая соответствует текущему значению $l(t)$, по формуле $L(t - \tau(t)) = L(t) - l(t)$;

3) получить выходные величины $y(t - \tau(t))$ и $\tau(t)$;

4) для повышения точности $L(t)$, как непрерывная функция времени, может быть получена путем интерполяции (с использованием, например, полинома Лагранжа) по своим значениям в нескольких выбранных точках;

5) интерполяция дает возможность использовать регистр для решения дифференциальных уравнений любым известным численным методом с переменным шагом интегрирования;

6) моделировать нелинейное запаздывание, если его величина $\tau(t)$ зависит от функции $y(t)$, характеристики потока, но этот вопрос требует учета модели конкретной системы;

7) применять при моделировании практически неограниченное число ячеек. Однако при использовании алгоритма в реальной системе число ячеек ограничено объемом памяти контроллера. При этом должна обеспечиваться приемлемая точность. Это отдельная техническая задача;

8) для ускорения работы программная реализация алгоритма использует кольцевой регистр вместо регистра сдвига. В таком случае на каждом шаге рассчитываются точка записи и точка съема информации внутри регистра.

Примеры расчета движения ленты транспортера

Пример 1. Выполним аналитический расчет для случая равноускоренного движения транспортера (рис. 6). Пусть длина ленты l , разгон ленты от v_1 до v_m происходит с ускорением a_m до момента t_m и далее движение идет с постоянной скоростью $v_m = a_m t_m$. В момент $t_1 = 0$ (для большей наглядности, что не умаляет общности расчета) на транспортер попадает

груз (в виде непрерывного потока элементов) и движется с начальной скоростью v_1 , в момент t_2 груз падает с транспортера. Для простого случая $t_m = t_2$ движение только равноускоренное (т.е. участка l_2 нет).

Имеем

$$\tau = t_2 = t_m, \quad (9)$$

$$\tau = \tau_1, \quad (10)$$

$$l = l_1 = v_1 \tau + \frac{a_m \tau^2}{2}; \quad (11)$$

соответственно:

$$v_1 \tau + \frac{a_m \tau^2}{2} - l_1 = 0 \quad (12)$$

или

$$\tau = -\frac{v_1}{a_m} + \sqrt{\left(\frac{v_1}{a_m}\right)^2 + \frac{2l}{a_m}}. \quad (13)$$

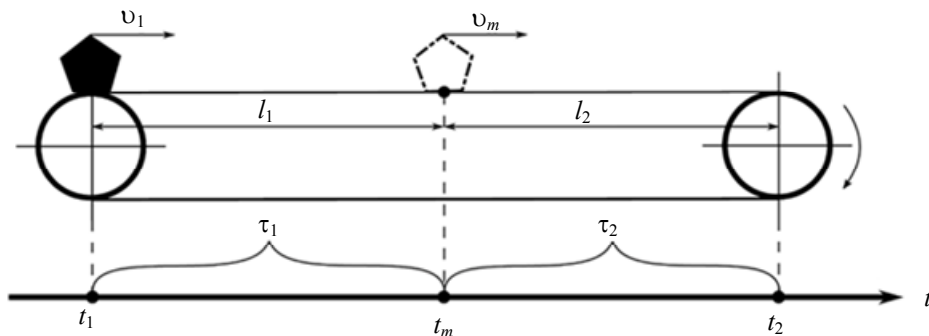


Рис. 6

Выполним расчет в общем случае равноускоренного и равномерного движения по участкам ленты. Пусть l_1 и l_2 — длина участков равноускоренного и равномерного движения соответственно. Время прохождения будет также τ_1 и τ_2 . Общее время $\tau = \tau_1 + \tau_2$.

Имеем для промежуточных величин:

$$\tau_1 = t_m, \quad \tau_2 = t_2 - t_m, \quad (14)$$

$$l_1 = v_1 \tau_1 + \frac{a_m \tau_1^2}{2} = v_1 t_m + \frac{a_m t_m^2}{2}, \quad (15)$$

$$l_2 = v_m \tau_2, \quad v_m = v_1 + a_m t_m. \quad (16)$$

Соответственно для искомых величин: $l = l_1 + l_2$, $\tau = \tau_1 + \tau_2$:

$$l = v_1 t_m + \frac{a_m t_m^2}{2} + (v_1 + a_m t_m)(\tau - t_m), \quad (17)$$

$$\tau = \left(l + \frac{a_m t_m^2}{2} \right) / (v_1 + a_m t_m). \quad (18)$$

Решение (13) получается из уравнения (18) при $t_2 = t_m$ (результат решения является предельным значением для t_m).

Для иллюстрации работы транспортера можно построить две зависимости: τ от t_m для первого элемента (18) и τ от t_2 при постоянном t_m и изменении t_1 от 0 до t_m . Вторая

зависимость позволяет оценить точность работы регистра. Для элемента, упавшего в момент t_1 , имеем, не меняя обозначений: $v_1(t_1) = v_1 + a_m t_1$, $t_m(t_1) = t_m - t_1$,

$$\begin{cases} \tau(t_1) = \left(l + \frac{a_m (t_m - t_1)^2}{2} \right) / (v_1 + a_m t_m) & \text{для } t_1 \leq t_m, \\ \tau(t_1) = l / (v_1 + a_m t_m) & \text{для } t_1 > t_m. \end{cases} \quad (19)$$

Используя $\tau = t_2 - t_1$, строим вторую зависимость $t_2(t_1) = t_1 + \tau(t_1)$.

Можно усложнить пример.

Пример 2. Пусть одновременно с ускорением транспортера увеличивается его длина со скоростью v_n до момента t_n . Пусть $t_n \leq t_m$, тогда запаздывание τ будет

$$\begin{cases} \tau(t_1) = \left(l + v_n t_n + \frac{a_m (t_m - t_1)^2}{2} \right) / (v_1 + a_m t_m) & \text{для } t_1 \leq t_m, \\ \tau(t_1) = (l + v_n t_n) / (v_1 + a_m t_m) & \text{для } t_1 > t_m. \end{cases}$$

Используя $\tau = t_2 - t_1$, строим вторую зависимость $t_2(t_1) = t_1 + \tau(t_1)$, где t_2 — время падения груза с транспортера.

Если на входе модели гармонический сигнал $X(t_1) = A \sin(\omega t_1)$ (который затем попадает на интегратор), тогда:

$$Y(t_1) = \frac{A}{\omega} (1 - \cos(\omega t_1)) \text{ — сигнал на входе транспортера;}$$

$$Y_{\text{вых}}(t_1) = \frac{A}{\omega} (1 - \cos(\omega(t_1 - \tau(t_2)))) \text{ — сигнал на выходе транспортера.}$$

Применение стандартных БПЗ не вызывает в данном случае затруднений.

Однако в случае произвольной начальной функции, которая описывает поток, и произвольного изменения функций $l(t)$ и $v(t)$ применение алгоритма, встроенного в общую модель САУ, практически безальтернативно.

Приведенные выше аналитические расчеты работы транспортера по примерам 1 и 2 проверялись на модели, структурная схема которой приведена на рис. 7. Параметры $l = 10$; $v = 1$; $a_m = 1$; $t_m = 2$; $v_n = 5$; $t_n = 1$; $A = 2,5$; $\omega = \pi$; период колебаний на входе $T = 2$.

Результаты аналитических расчетов временных параметров движения груза на транспортере для примеров 1 и 2 показаны на рис. 8.

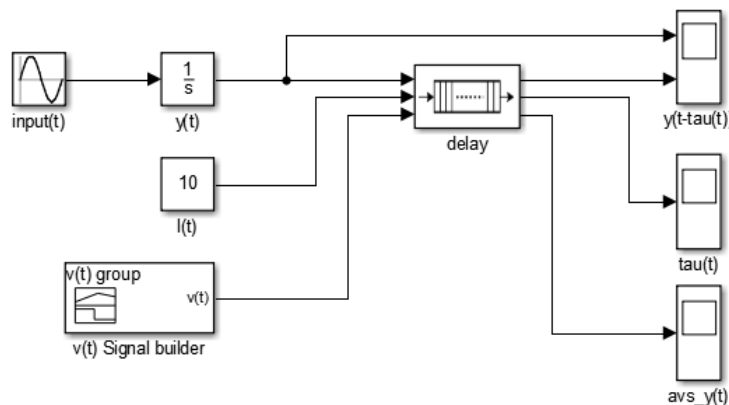


Рис. 7

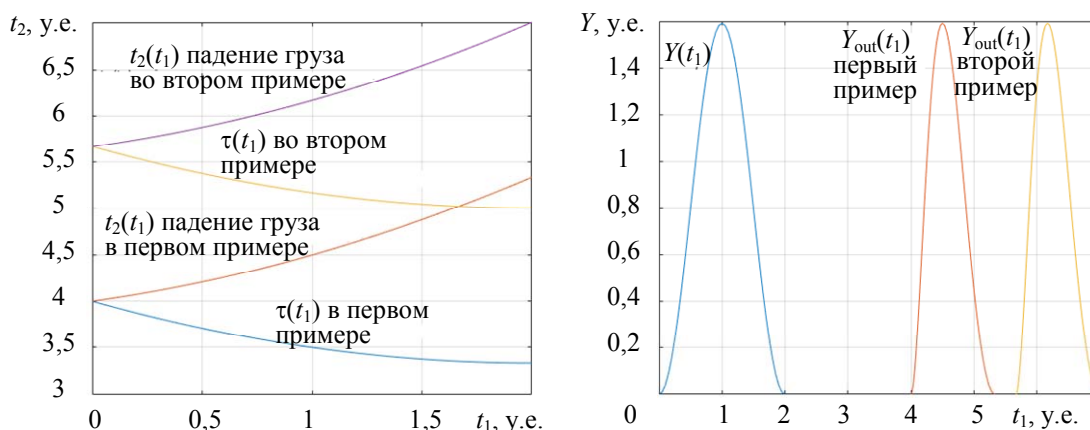


Рис. 8

Результаты моделирования работы транспортера с использованием алгоритма для первого примера показаны на рис. 9 (где 1 — скорость транспортера; 2 — гармонический сигнал на входе Y (показана часть сигнала); 3 — падение груза на входе; 4 — падение груза на выходе; 5 — гармонический сигнал $Y_{вых}(t_1)$; 6 — запаздывание $\tau(t_1)$; 7 — область, соответствующая изменению запаздывания гармонического сигнала и времени падения груза на выходе (отражает динамику изменения этих сигналов)), они совпадают с результатами аналитических расчетов. Подобные графики при необходимости могут быть построены и для второго примера.

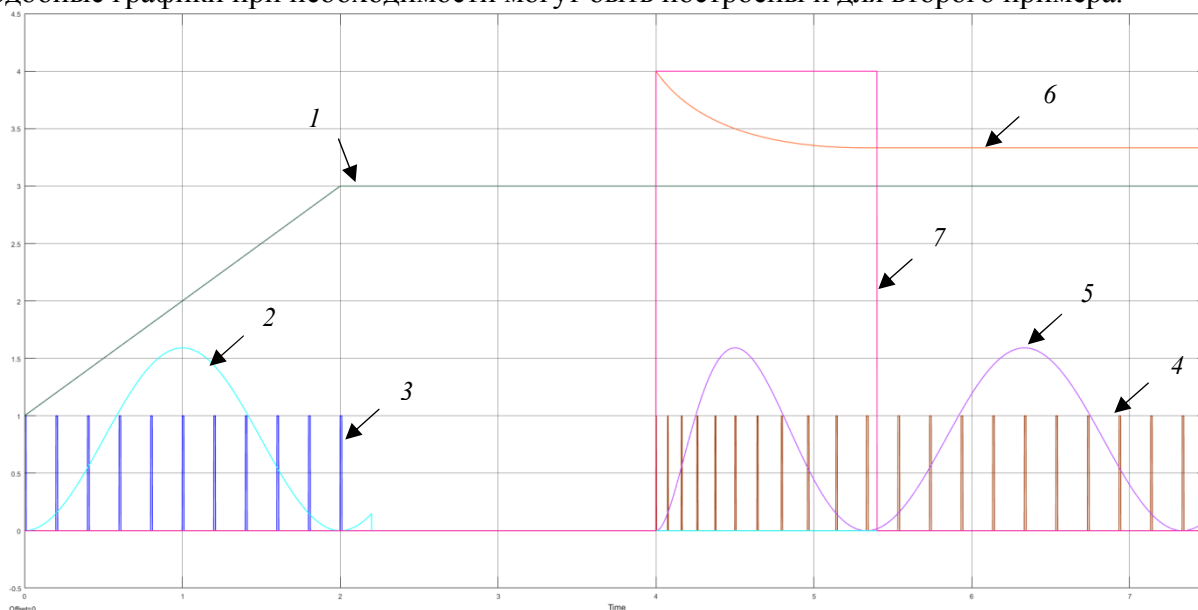


Рис. 9

Заключение. В работе проанализированы подходы к моделированию систем автоматического управления с переменным запаздыванием в среде MatLab/Simulink. Предлагается алгоритм моделирования такого запаздывания на основе регистра сдвига, который, в отличие от известных, позволяет создавать модели систем с запаздыванием при любых начальной функции и скорости сигнала, подаваемого на тракт его передачи с переменной длиной. Модель, реализованная алгоритмом, может использоваться для моделирования многомерных систем с несколькими переменными запаздываниями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рей У. Методы управления технологическими процессами. М.: Мир, 1983. 367 с.
2. Колмановский В. Б., Носов В. Р. Устойчивость и периодические режимы регулируемых систем с последействием. М.: Наука, 1981. 448 с.
3. Андреев А. С., Седова Н. О. Метод функций Ляпунова–Разумихина в задаче об устойчивости систем с запаздыванием // Автоматика и телемеханика. 2019. Т. 80, № 7. С. 3—60.
4. Куок Дат Во, Бобцов А. А., Николаев Н. А., Пыркин А. А. Стабилизация линейной нестационарной системы в условиях запаздывания и аддитивного синусоидального возмущения выхода // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 2. С. 97—103.
5. Wang X., van Kampen E., Chu Q. P. Flexible Aircraft Gust Load Alleviation with Incremental Nonlinear Dynamic Inversion // Proceedings of the 2018 AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference. 2018. P. 1—18. DOI: 10.2514/1.g003980.
6. Bresch-Pietri D., Petit N. Implicit Integral Equations for Modeling Systems with a Transport Delay. Results on Time-Delay Systems // Analysis and Control. Advances in Delays and Dynamics. Switzerland: Springer, 2016. Vol. 5. P. 3—21.
7. Sbarciog M., De Keyser R., Cristea S., De Prada C. Nonlinear predictive control of processes with variable time delay // A temperature control case study. 17th IEEE Intern. Conf. on Control Applications. Part of 2008 IEEE Multi-Conference on Systems and Control. San Antonio, Texas, USA, 3—5 September 2008.
8. Ткачев Р. Ю. Транспортное запаздывание технологических процессов как объект исследований // Электроника та системи управління. 2012. № 2(32).
9. Беляев М. А., Филимонов В. И. Особенности управления энергетическими установками, работающими по специальному циклу // Вычислительные, измерительные и управляемые системы. Тр. СПбГТУ. СПб, 1996. С. 19—23.
10. Basudev M., Saptarshi D., Indranil P., Sayan S., Shantanu D., Amitava G. Estimation, Analysis and Smoothing of Self-Similar Network Induced Delays in Feedback Control of Nuclear Reactors // Proc. IEEE Conf. on Process Automation, Control and Computing. July 2011.
11. Liu Kun, Fridman E., Xia Yuanqing. Networked Control under Communication Constraints a Time-Delay Approach. Advances in Delays and Dynamics. Singapore: Springer Nature, 2020. Vol. 11. 258 p.
12. Smithand J., Lee N. Time Varying Delay Effects // RealSimpleProject Center for Computer Research in Music and Acoustics (CCRMA). 2008 [Электронный ресурс]: <<https://ccrma.stanford.edu/realsimple/DelayVar>>.
13. Туманов М. П. Результаты моделирования переменного запаздывания в распределенной системе автоматического управления с использованием модифицированных частотных методов // Программное и информационное обеспечение систем различного назначения на базе персональных ЭВМ. М.: МГАПИ, 2003. № 6. С. 251—252.
14. Кожубаев Ю. Н., Прокофьев О. В., Семенов И. М. Имитационная модель ленточного конвейера // Науч.-техн. ведомости СПбГУ. 2011. № 3(130). С. 116—122.
15. Леондес К. Т. Современная теория систем управления. М.: Наука, 1970. 512 с.
16. Mukhsen A. F., Belyaev M. A., Filimonov V. I. Time varying delay compensation in nonstationary linear automatic control systems // Электричество. 1995. № 5. С. 32—35.
17. Fridman E. Introduction to Time-Delay Systems. Analysis and Control. Birkhauser, 2014.
18. Филимонов В. И., Беляев М. А. Оператор сдвига в системах с последействием // Вычислительные, измерительные и управляющие системы. Тр. СПбГТУ. 1997. № 468. С. 41—45.
19. Фуртат И. Б. Адаптивное управление объектом с запаздыванием по управлению без использования прогнозирующих устройств // Управление большими системами. 2012. № 40. С. 144—163.
20. Soetaert K., Cash J., Mazzia F. Solving Differential Equations in R. Springer, 2012.
21. Филимонов В. И., Беляев М. А., Прокофьев О. В. Моделирование переменного комбинированного запаздывания // Вычислительные, измерительные и управляющие системы. Сб. науч. тр. 2007. С. 32—38.

- Михаил Алексеевич Беляев** — канд. техн. наук, доцент; Военный учебно-научный центр Военно-Морского Флота Военно-морская академия им. Адмирала Флота Советского Союза Н. Г. Кузнецова, кафедра корабельных систем управления; E-mail: bel.mih@bk.ru
- Олег Валерьевич Прокофьев** — Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ), Институт компьютерных наук и технологий/Высшая школа программной инженерии, Высшая школа программной инженерии; старший преподаватель; E-mail: prokofiev_ov@spbstu.ru
- Александр Владимирович Прилуцкий** — ООО „НГ-Энерго“, департамент сервиса; главный специалист; E-mail: bobkins@mail.ru
- Сергей Валерьевич Таленфельд** — канд. техн. наук; ОАО „Авангард“, отдел отраслевой стандартизации; E-mail: talenfeld@corp.avangard.org
- Валерий Антонович Шубарев** — д-р техн. наук, профессор; ОАО „Авангард“, руководство; гл. научный руководитель; E-mail: Shubarev@corp.avangard.org

Поступила в редакцию 28.07.2023; одобрена после рецензирования 09.08.2023; принята к публикации 27.10.2023.

REFERENCES

1. Ray W.H. *Advanced Process Control*, NY, 1981.
2. Kolmanovskiy V.B., Nosov V.R. *Ustoychivost' i periodicheskiye rezhimy reguliruyemykh sistem s posledeystviyem* (Stability and Periodic Modes of Controlled Systems with Aftereffects), Moscow, 1981, 448 p. (in Russ.)
3. Andreev A.S., Sedova N.O. *Automation and Remote Control*, 2019, no. 7(80), pp. 1185–1229.
4. Quoc Dat Vo, Bobtsov A.A., Nikolaev N.A., Pyrkin A.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2021, no. 2(64), pp. 97–103. (in Russ.)
5. Wang X., van Kampen E., Chu Q.P. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2019, pp. 1–18, DOI: 10.2514/1.g003980.
6. Bresch-Pietri D., Petit N. *Analysis and Control. Advances in Delays and Dynamics*, Springer International Publishing, Switzerland, 2016, vol. 5, pp. 3–21.
7. Sbarciog M., De Keyser R., Cristea S., De Prada C. *A temperature control case study. 17th IEEE International Conference on Control Applications Part of 2008 IEEE Multi-conference on Systems and Control*, San Antonio, Texas, USA, September 3–5, 2000.
8. Tkachev R.Yu. *Electronics and control systems*, 2012, no. 2(32). (in Russ.)
9. Belyaev M.A., Filimonov V.I. *Computing, measuring and control systems. Collection of scientific papers. Proceedings of St. Petersburg State Technical University*, 1996, pp. 19–23. (in Russ.)
10. Basudev M., Saptarshi D., Indranil P., Sayan S., Shantanu D., Amitava G. *Proc. IEEE Conf. on Process Automation, Control and Computing*, July 2011.
11. Liu Kun, Fridman E., Xia Yuanqing. *Advances in Delays and Dynamics*, Singapore, Springer Nature, 2020, vol. 11.
12. Smithand J., Lee N. *Time Varying Delay Effects*, <https://ccrma.stanford.edu/real/simple/DelayVar>.
13. Tumanov M.P. *Programmnoye i informatsionnoye obespecheniye sistem razlichnogo naznacheniya na baze personal'nykh EVM* (Software and Information Support for Systems for Various Purposes Based on Personal Computers), Moscow, 2003, no. 6, pp. 251–252. (in Russ.)
14. Kozhubaev Yu.N., Prokofiev O.V., Semenov I.M. *Scientific and technical bulletins of St. Petersburg State University*, 2011, no. 3(130), pp. 116–122. (in Russ.)
15. Leondes K.T. *Sovremennaya teoriya sistem upravleniya* (Modern Theory of Control Systems), Moscow, 1970, 512 p. (in Russ.)
16. Mukhsen A.F., Belyaev M.A., Filimonov V.I. *Electricity*, 1995, no. 5, pp. 32–35. (in Russ.)
17. Fridman E. *Introduction to Time-Delay Systems. Analysis and Control*, Birkhauser, 2014.
18. Filimonov V.I., Belyaev M.A. *Computing, measuring and control systems. Collection of scientific papers. Proceedings of St. Petersburg State Technical University*, 1997, no. 468, pp. 41–45. (in Russ.)
19. Furtat I.B. *Large-Scale Systems Control*, 2012, no. 40, pp. 144–163 (in Russ.)
20. Soetaert K., Cash J., Mazzia F. *Solving Differential Equations in R*, Springer, 2012.
21. Filimonov V.I., Belyaev M.A., Prokofiev O.V. *Computing, Measuring and Control Systems. Collection of Scientific Papers*, 2007, pp. 32–38. (in Russ.)

Data on authors

- Mikhail A. Belyaev** — PhD, Associate Professor; Military Educational and Scientific Center of the Navy Naval Academy Named after Admiral of the Fleet of the Soviet Union N.G. Kuznetsov, Department of Ship Control Systems; E-mail: bel.mih@bk.ru
- Oleg V. Prokofev** — Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Institute of Computer Science and Technology / Higher School of Software Engineering; Senior Lecturer; E-mail: prokofiev_ov@spbstu.ru

-
- | | | |
|-------------------------------|---|--|
| Alexander V. Prilutsky | — | NG-Energo LLC, Service Department; Chief Specialist; E-mail: bobkins@mail.ru |
| Sergey V. Talenfeld | — | PhD; Avangard JSC, Department of Industry Standardization;
E-mail: talenfeld@corp.avangard.org |
| Valery A. Shubarev | — | Dr. Sci., Professor; Avangard JSC, Management; Chief Scientific Adviser;
E-mail: Shubarev@corp.avangard.org |

Received 23.28.07.2023; approved after reviewing 09.08.2023; accepted for publication 27.10.2023.

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ
РАБОЧИХ МЕСТ ПОВЕРКИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ
КАК НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ ОБСЛУЖИВАНИЯ**

Д. С. ЕРШОВ^{1, 2*}, Р. З. ХАЙРУЛЛИН^{2, 3}

¹ *Московский политехнический университет, Москва, Россия*
**ershov.metrolog@mail.ru*

² *Главный научный метрологический центр, Мытищи, Московская обл., Россия*

³ *Московский государственный строительный университет, Москва, Россия*

Аннотация. Представлены результаты численного моделирования динамики функционирования рабочего места поверки средств измерений как нестационарной системы обслуживания с относительными приоритетами поступающего потока заявок. Приведены оценки трудоемкости моделирования. Проиллюстрирована возможность управления вероятностями состояний системы при пиковых нагрузках за счет управления интенсивностями на значимых отрезках времени. Такая возможность может быть использована для рационального перераспределения производственных мощностей метрологических подразделений на заданном отрезке времени при формировании календарного плана работы этих подразделений. Возможность управления интенсивностью поверок может быть использована для обеспечения тех или иных технических и технологических требований к рабочему месту поверки средств измерений.

Ключевые слова: математическое моделирование, нестационарная система обслуживания, поверка, средство измерений, приоритетность обслуживания

Ссылка для цитирования: Ершов Д. С., Хайруллин Р. З. Практическое применение моделей рабочих мест поверки средств измерений как нестационарных систем обслуживания // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 12. С. 1023—1034. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-1023-1034.

**PRACTICAL APPLICATION OF WORKPLACE MODELS FOR VERIFICATION
OF MEASURING INSTRUMENTS
AS NON-STATIONARY SERVICE SYSTEMS**

D. S. Ershov^{1, 2*}, R. Z. Khayrullin^{2, 3}

¹ *Moscow Polytechnic University, Moscow, Russia*
**ershov.metrolog@mail.ru*

² *Main Scientific Metrological Center, Mytishchi, Moscow Region, Russia*

³ *Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia*

Abstract. Results of numerical modeling of the dynamics of measuring instrument verification workplace functioning as a non-stationary service system with relative priorities of the incoming flow of requests, are presented. Estimates of the modeling complexity are given. The possibility of control the system states probabilities under peak loads by controlling intensities over significant periods of time is illustrated. This opportunity can be used for the rational redistribution of production capacities of metrological departments over a given period of time when forming a work schedule for the departments. The ability to control the intensity of verification can be used to ensure certain technical and technological requirements for the workplace for verification of measuring instruments.

Keywords: mathematical modelling, non-stationary system of service, verification, measuring apparatus, service priority

For citation: Ershov D. S., Khayrullin R. Z. Practical application of workplace models for verification of measuring instruments as non-stationary service systems. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 12. P. 1023—1034 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-1023-1034.

Введение. В настоящее время в исследованиях как отечественных, так и зарубежных ученых широко применяются методы математического моделирования. Широко применяются марковские и полумарковские модели для решения научных задач. Вместе с тем в качестве метода математического моделирования набирают популярность нестационарные системы обслуживания, позволяющие оценивать эффективность функционирования технических систем на некотором заранее заданном интервале времени в условиях перегрузок данных систем.

В работе [1] авторами представлены результаты анализа публикаций, посвященных теоретическим и практическим вопросам теории нестационарных систем обслуживания (НСО). Но, несмотря на „широту“ проведенного анализа, публикаций, посвященных применению теории НСО, достаточно много.

Например, в статье [2] представлена нестационарная пуассоновская модель непрерывно функционирующей системы обслуживания. Эта модель применима к системам обслуживания конвейерного типа непрерывного действия (ациклические системы обслуживания, многофазные системы обслуживания, древовидные системы). Вычисления характеристик модели основаны на наблюдениях за работой бассейна в спортивном комплексе.

В работе [3] предложен вероятностный принцип баланса состояний технической системы при моделировании нестационарных систем обслуживания, который представлен циклическим графом.

Результаты имитационного моделирования НСО торгового предприятия, а также исследований интенсивности входных и выходных потоков покупателей в НСО предприятия представлены в статье [4]. Методы моделирования НСО и их эффективность рассмотрены в [5].

Исследования [6] направлены на оптимизацию моделей городских водосборов ливневых вод с использованием НСО, чтобы определить параметры, в наибольшей степени влияющие на процесс сброса, а также смоделировать возможные реакции системы на сильные штормы.

В работе [7] предложен подход к анализу зависимости случайных и нестационарных систем массового обслуживания от времени. Точность подхода показана для $M(t)/M(t)/c(t)$ НСО в зависимости от времени и кусочно-постоянных скоростей поступления заявок.

Пример моделирования непуассоновских нестационарных точечных процессов для изучения систем массового обслуживания представлен в статье [8].

В работе [9] нестационарные и стохастические характеристики процесса спроса отражаются в приближенном распределении фазового типа; также представлены дифференциальные уравнения, соответствующие марковскому представлению, и алгоритмический подход к численному решению нестационарных показателей эффективности.

Метод аппроксимации с фиксированной точкой для нестационарного анализа очередей потерь и сетей очередей потерь с экспоненциальным временем обслуживания представлен в статье [10].

Строго функциональный закон для многосерверных технических систем как НСО с потерями представлен в работе [11].

В статье [12] рассмотрена возможность использования вероятностного принципа баланса для состояний НСО, а также рекомендовано применять разработанный в [12] метод для исследования НСО при произвольных распределениях.

Работа [13] посвящена вопросам повышения эффективности функционирования технических систем различного назначения путем применения математических моделей, методов и алгоритмов оптимизации и адаптивного управления НСО.

Авторами в статье [1] предложена модель рабочего места (РМ) поверки средств измерений (СИ) как НСО с относительными приоритетами поступающего потока заявок. Модель основывается на построении многомерного графа и соответствующей системы уравнений

Чепмена—Колмогорова, она позволяет выявить основные закономерности и технологические параметры функционирования РМ поверки СИ и на качественном уровне объяснить их.

Целью настоящей работы является исследование динамики поступления и обслуживания заявок на основе применения модели [1] для анализа и оценки возможностей эффективного функционирования РМ по поверке СИ в условиях реальных рабочих нагрузок.

Постановка задачи. Как правило, работы на РМ поверки СИ осуществляются на основании планов (месячных, квартальных, годовых). При этом возникает необходимость выполнения внеплановых работ на РМ поверки СИ — так называемых оперативных заданий, поступающих в случайные моменты времени. Оперативные работы преимущественно выполняются в первую очередь, следовательно, плановые работы на РМ поверки СИ — во вторую.

При этом оперативные заявки (в настоящей статье в качестве заявок выступают СИ) могут иметь несколько приоритетов в обслуживании (поверке) по отношению друг к другу и плановым заявкам. РМ поверки СИ представим в виде НСО с относительными приоритетами (ОП) без потерь обслуживания заявок.

Поступившие на поверку приоритетные СИ поверяются в порядке приоритета. Предполагается, что поступление в систему и обслуживание заявок с разными приоритетами происходит с различной интенсивностью.

Базовая модель [14—17] не учитывает приоритетные заявки. Для описания модели используется граф треугольной формы, на основании которого строится система уравнений Чепмена—Колмогорова. В любой момент времени состояние системы характеризуется парой целых чисел (i, j) , где i — число поступивших на поверку, но еще не поверенных СИ ($i = 0, 1, \dots, N$), а j — число поступивших и поверенных к данному моменту времени СИ ($j = 0, 1, \dots, (N-1)$). Суммарное число вершин графа V (состояний такой системы) будет равно:

$$V = \frac{(N+1) \cdot (N+2)}{2}. \quad (1)$$

Общее число ребер базового графа (количество переходов между состояниями) может быть найдено по формуле:

$$R = (N+1) \cdot N. \quad (2)$$

В начальный момент времени РМ поверки СИ находится в „нулевом состоянии“ — число всех СИ, поступивших на поверку, а также всех поверенных СИ равно нулю. Вероятность нулевого состояния принимается равной единице, а вероятности всех остальных состояний — равными нулю. После окончания всех проверок на РМ система должна прийти в конечное состояние $i = 0; j = N$ (или кратко $(0; N)$), и дальнейшие переходы состояний невозможны.

Модель НСО с ОП. В любой момент времени состояние системы НСО с ОП характеризуется целочисленной матрицей размерности $[P \times 2]$:

$$\begin{pmatrix} i_1 & j_1 \\ \dots & \dots \\ i_q & j_q \\ \dots & \dots \\ i_Q & j_Q \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $q = 1, 2, \dots, Q$ — порядковый номер приоритета (плановая заявка имеет приоритет Q , ей соответствует последняя строка матрицы), i_q — число поступивших на поверку с приоритетом q , но еще не поверенных СИ, j_q — число поступивших с приоритетом q и поверенных к данному моменту времени СИ ($q = 1, 2, \dots, Q$). В матрице (3) с увеличением номера строки

приоритет уменьшается. Будем считать, что плановой заявке соответствует последняя строка матрицы (3).

Общее число вершин графа (состояний) для модели НСО с ОП, учитывающего q потоков СИ с относительными приоритетами в количестве N_q , $q = 1, 2, \dots, Q$ образцов СИ, может быть найдено по формуле:

$$V = \frac{1}{2^Q} \cdot \prod_{q=1}^Q (N_q + 1) \cdot (N_q + 2). \quad (4)$$

Построение множества всех состояний (индексация всех состояний) проводилось с применением процедуры лексикографического упорядочивания. Общее число ребер графа (переходов между состояниями) для НСО с ОП, которые заносятся в матрицу A смежности (переходов состояний), вычисляется по следующему алгоритму:

1. Граф модели НСО с ОП условно разбивается на $\frac{(N_0 + 1) \cdot N_0}{2}$ подграфов, причем число подграфов равно числу состояний при моделировании потока заявок с номерами $q = 1, 2, \dots, (Q - 1)$. В каждом подграфе все индексы с парой номеров (i_q, j_q) , $q = 1, 2, \dots, (Q - 1)$ сохраняются неизменными; вершинами графа являются состояния с разными значениями (i_q, j_q) . В дальнейшем i_q будем называть первым индексом, а j_q — вторым.

2. Рассчитывается и прописывается общее число ребер (переходов) для каждого такого подграфа по формуле (2).

3. Рассчитывается общее число переходов между указанными подграфами. При этом учитываются следующие переходы состояний:

- поступление новой заявки с приоритетом $q = 1, 2, \dots, Q$ (увеличение на единицу первого индекса без изменения второго индекса);
- проверки (уменьшение первого индекса на 1 и одновременного увеличения второго индекса на 1);
- переход в конечное состояние (все первые индексы равны нулю, а вторые индексы равны предельно возможному значению — все поступившие на проверку СИ поверены).

Так, например, при $N_1 = 1$, $N_2 = 1$, $N_3 = 2$ число вершин $V = 52$; при $N_1 = 4$, $N_2 = 3$, $N_3 = 2$ — $V = 900$; а при $N_1 = 4$, $N_2 = 4$, $N_3 = 4$ — $V = 3375$. Таким образом, модели для анализа, прогнозирования и оценки эффективности РМ проверки СИ в условиях реальных нестационарных нагрузок могут включать до нескольких десятков и даже сотен тысяч различных состояний (уравнений). Поэтому при практическом использовании моделей применялись описанный выше алгоритм формирования множества различных состояний, а также алгоритм формирования множества переходов между состояниями и метод автоматизированного вывода уравнений.

Отметим, что учет относительных приоритетов в предлагаемой модели осуществляется за счет задания строгой и однозначной последовательности переходов, обеспечивающих выполнение в первую очередь заявок с более высоким приоритетом. Из состояния, в котором число поступивших на проверку приоритетных, но не поверенных СИ отлично от нуля, возможны только переходы состояний, связанные с обслуживанием исключительно приоритетных заявок на проверку в строгой последовательности в порядке убывания приоритетов.

Начальные и конечные условия. При исследовании динамики поступления и обслуживания заявок обычно принимают, что в начальный момент времени НСО с ОП по проверке СИ находится в „нулевом состоянии“ — число всех СИ, поступивших на проверку, а также всех поверенных СИ, равно нулю (в матрице (3) все элементы равны нулю). Вероятность нулевого состояния принимается равной единице, а вероятности всех остальных состояний — нулю. После окончания всех проверок на РМ система должна перейти в конечное состояние

$$\begin{pmatrix} 0 & , & N_1 \\ \dots & , & \dots \\ 0 & , & N_q \\ \dots & , & \dots \\ 0 & , & N_Q \end{pmatrix}, \quad (5)$$

т.е. все поступившие на поверку образцы СИ должны быть поверены.

Модель НСО с ОП в матричной форме. Модель представим в виде системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с кусочно-постоянными коэффициентами:

$$\frac{d\mathbf{Q}}{dt} = \mathbf{A}(\mathbf{\Lambda}, \mathbf{M}) \cdot \mathbf{Q}, \quad (6)$$

где $\mathbf{\Lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_Q)$ — массив значений интенсивности поступления заявок на поверку, $\mathbf{M} = (\mu_1, \dots, \mu_Q)$ — массив значений интенсивности поверок СИ с разными приоритетами, $\mathbf{A}$ — матрица смежности размерности $[V \times V]$, элементами которой являются кусочно-постоянные функции.

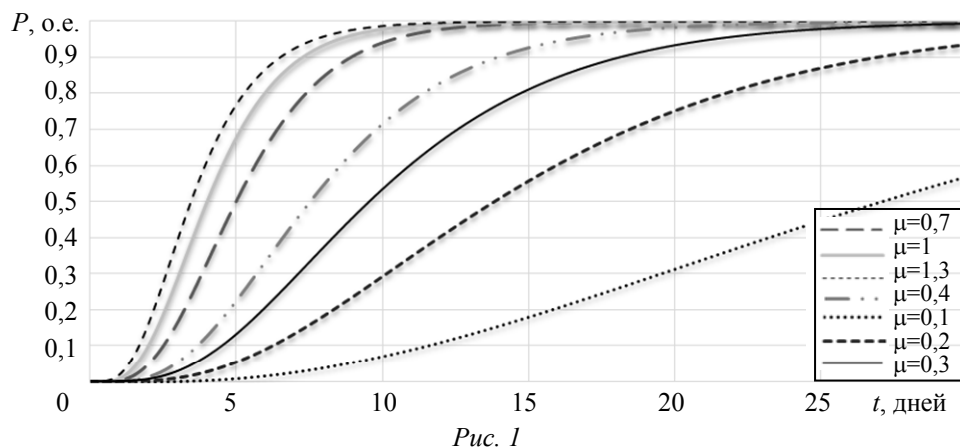
Модель управления вероятностями нахождения системы в различных состояниях. В силу линейности процесса поступления заявок на поверку и обслуживания заявок представим систему (6) в виде:

$$\frac{d\mathbf{Q}}{dt} = \mathbf{C}(\mathbf{\Lambda}) \cdot \mathbf{Q} + \mathbf{D}(\mathbf{M}) \cdot \mathbf{Q}, \quad (7)$$

здесь $\mathbf{C}(\mathbf{\Lambda})$ и $\mathbf{D}(\mathbf{M})$ — матрицы, зависящие от интенсивности поступающего и обслуживающего потока соответственно. Интенсивности поступления заявок на поверку предполагаются заданными. Интенсивности обслуживания заявок в модели (7) выбираются в качестве управляющих функций.

Моделирование динамики поступления и обслуживания заявок с разными приоритетами. Введем обозначения используемых в статье моделей: МБ_4 — базовая модель с обслуживанием четырех плановых заявок на поверку, М1_2 — модель с обслуживанием одной приоритетной и двух плановых заявок, М1_1_2 — модель с обслуживанием двух потоков с приоритетными заявками и одного потока с двумя плановыми заявками. Моделирование проводилось на заданном отрезке времени в один месяц (30 дней).

На рис. 1 представлена зависимость вероятности выполнения всех заявок для модели М1_2 при разных значениях интенсивности обслуживания заявок.



Видно, что с увеличением интенсивности обслуживания время перехода в конечное состояние уменьшается.

На рис. 2 представлена зависимость вероятности выполнения всех заявок для моделей М1_1_2 и МБ_4 (общее число заявок для каждой из моделей — 4). Также представлен уровень доверительной вероятности $P = 0,95$, который в практических задачах принимается за условия выхода вероятности на максимально достижимое значение.

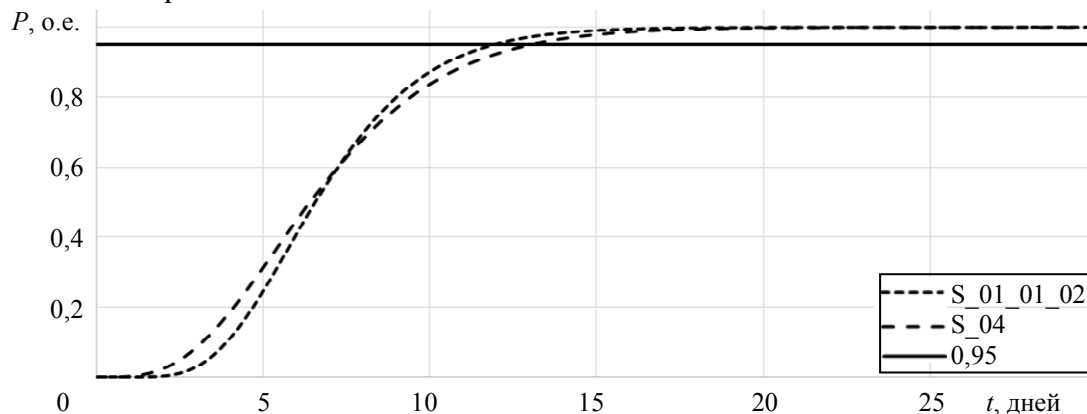


Рис. 2

Видно, что для модели М1_1_2 выход на доверительную вероятность осуществляется быстрее, чем для МБ_4. Отметим также, что на начальных этапах функционирования системы вероятность $P_{\begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,1 \\ 0,2 \end{pmatrix}}$ обслуживания всех заявок для модели с двумя приоритетами меньше вероятности $P_{(0,4)}$ обслуживания всех заявок для базовой модели.

На рис. 3 представлена зависимость вероятности „невыполнения ни одной заявки“ для М1_1_2 при разных значениях интенсивности обслуживания ($\mu = 0,8$ и $2,0$) и базовой модели МБ_4 при $\mu = 0,8$. Также представлен уровень вероятности $P = 0,05$, который в практических задачах принимается за условие выхода соответствующих вероятностей на свои конечные значения.

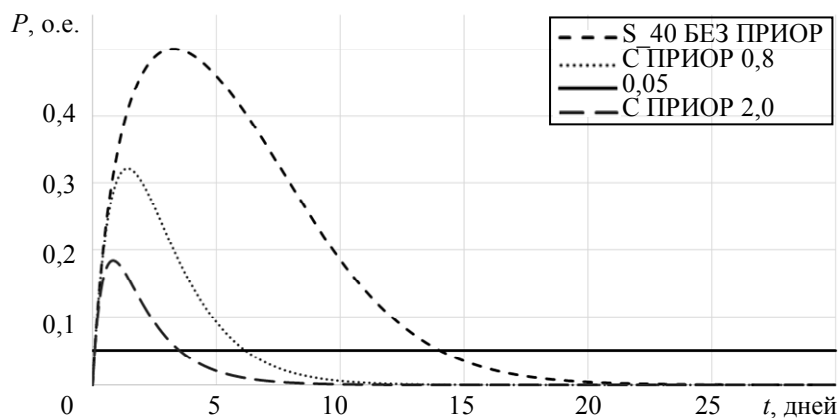


Рис. 3

Видно, что с увеличением интенсивности обслуживания максимальное значение вероятности снижается, время выхода на уровень $P = 0,05$ также уменьшается.

Исследование пиковых, полупиковых и базовых нагрузок на РМ при постоянных значениях интенсивности обслуживания. Пусть график изменения некоторой критической точки загруженности РМ вероятности от времени $P = P(t)$ (например, вероятности возникновения события „не выполнено ни одной заявки“ или „не выполнено более Z заявок“) имеет вид, представленный на рис. 4. Назначаются граничные значения $P_{п/п.б}$, $P_{п.п/п}$, отделяющие диапазоны базовых, полупиковых и пиковых нагрузок на РМ. Значения $t_{п/п}^-$, $t_{п/п}^+$ (где минус означает „до достижения максимальной вероятности“; плюс — „после достижения“) опреде-

ляются из решения уравнения: $P_{п/п.б} = P(t)$, причем $t_{п/п}^- < t_{п/п}^+$. Значения $t_{п}^-$, $t_{п}^+$ определяются из решения уравнения: $P_{п.п/п} = P(t)$, причем $t_{п}^- < t_{п}^+$.

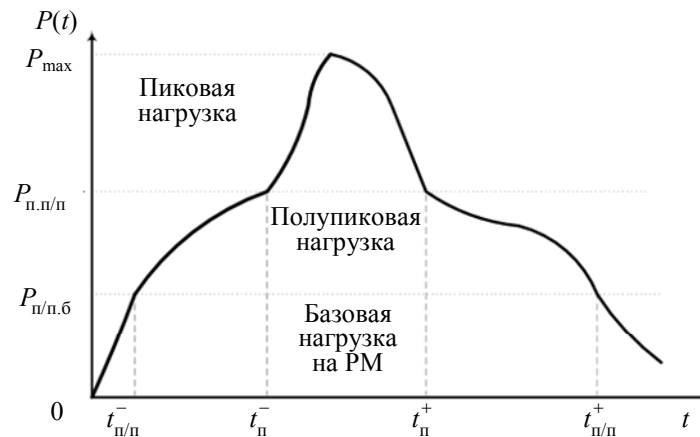


Рис. 4

Отметим, что разработанная модель позволяет управлять пиковыми нагрузками на РМ по поверке СИ (нагрузками, находящимися в зоне пиковых, в том числе с максимальным значением вероятности $P_{\max}$), моментами времени перехода с базовых полупиковых и пиковых значений: $t_{п}^-$, $t_{п}^+$, $t_{п/п}^-$, $t_{п/п}^+$, а также интервалами $[t_{п}^-; t_{п}^+]$, $[t_{п/п}^-; t_{п/п}^+]$ времени нахождения в зоне пиковых и полупиковых значений, разностью значений пикового $\Delta_{п} = t_{п}^+ - t_{п}^-$ и полупикового $\Delta_{п/п} = t_{п/п}^+ - t_{п/п}^-$ интервалов. Результаты моделирования (при $P_{п/п.б} = 0,1$, $P_{п.п/п} = 0,2$) загрузки РМ при обслуживании потока заявок с двумя видами приоритетов для разных значений интенсивности обслуживания μ представлены в таблице.

Результаты моделирования загрузки РМ

μ	$t_{п/п}^-$	$t_{п/п}^+$	$t_{п}^-$	$t_{п}^+$	$P_{\max}$	$\Delta_{п/п}$	$\Delta_{п}$
0,4	0,716	6,562	1,257	4,522	0,289	5,846	3,265
0,6	0,765	4,483	1,672	2,524	0,208	3,718	0,852
0,8	0,831	3,321	—	—	0,159	2,490	—
1,0	0,930	2,502	—	—	0,128	1,572	—
1,2	1,14	1,770	—	—	0,105	0,63	—
1,4	—	—	—	—	0,088	—	—

Видно, что с увеличением интенсивности обслуживания μ разности значений пикового $\Delta_{п}$ и полупикового $\Delta_{п/п}$ интервалов уменьшаются, максимальное значение вероятности также уменьшается, а при достаточно больших значениях μ загрузка РМ находится в зоне базовых значений.

Отметим также, что с увеличением μ вход в зону пиковых (полупиковых) нагрузок осуществляется позже по времени, а выход — раньше.

Моделирование процесса управления пиковыми нагрузками с помощью кусочно-линейных управляющих функций. Во всех рассмотренных выше примерах предполагалось, что интенсивность обслуживания принимает постоянное значение на всем заданном интервале времени. Отметим, что поддержание интенсивности обслуживания постоянной на протяжении всего заданного интервала не всегда целесообразно. Покажем, что за счет увеличения интенсивности обслуживания только на участках полупиковых и пиковых нагрузок возможно уменьшить максимальные значения вероятности не обслуженных заявок.

Опишем результаты моделирования в случае, если интенсивность обслуживания рассматривать как кусочно-постоянную функцию на заданном интервале времени с двумя участками постоянства.

На рис. 5 для модели M1_2 проиллюстрирована возможность управления вероятностью достижения состояния $P_{2,0}^{(1,0)}$ за счет увеличения интенсивности обслуживания в два раза на отрезке времени $0 \leq t \leq 2$, на который попадают пиковые нагрузки на РМ, по сравнению со стандартным постоянным значением $\mu = 0,7$ на всем заданном отрезке времени.

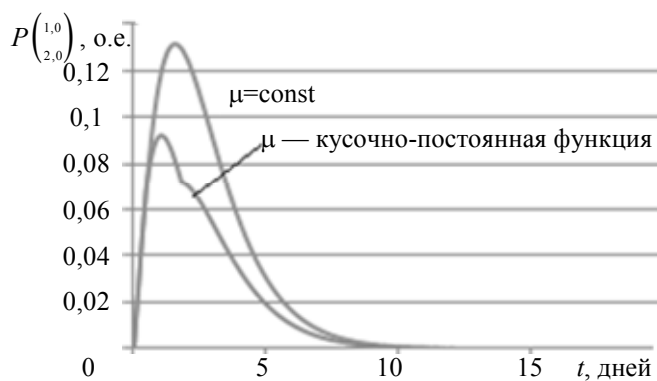


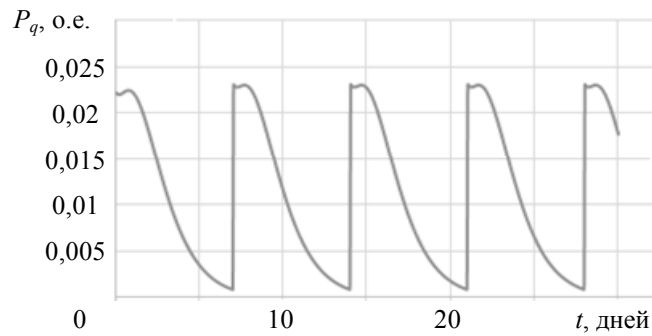
Рис. 5

Видно, что максимальное значение вероятности $P_{2,0}^{(1,0)}$ удастся понизить примерно на 30 %. Отметим, что график зависимости $P_{2,0}^{(1,0)}$ от времени уже не является гладкой функцией: виден излом при $t = 2$ (в момент времени, когда интенсивность обслуживания скачкообразно изменяется от $\mu = 1,4$ до стандартного 0,7. Таким образом, возможно „эффективное управление“ вероятностями состояний системы за счет краткосрочного увеличения интенсивности обслуживания на интервалах пиковых нагрузок.

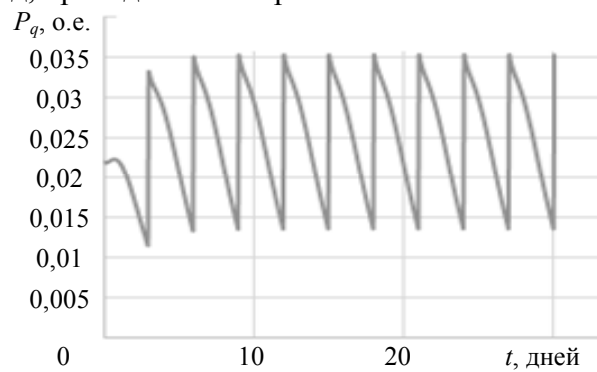
Моделирование процесса функционирования РМ в штатном режиме (при ненулевых начальных условиях). Во всех рассмотренных выше случаях с целью выявления общих закономерностей изменения вероятностей состояний за начальное условие принималось „нулевое состояние“: вероятность нулевого состояния принималась равной единице, а вероятности остальных состояний принимались равными нулю. Как показали расчеты, при таких условиях система достаточно быстро переходит в свободное состояние и остается недозагруженной.

В действительности в штатном режиме функционирования РМ „нулевое состояние“ достигается только на момент начала эксплуатации РМ после приемки в эксплуатацию, после ремонта или после технического обслуживания. Для моделирования процесса функционирования РМ в штатном режиме в качестве начальных условий для системы (7) выберем средние значения вероятностей нахождения в каждом ее состоянии. Усреднение производится на основе многократного интегрирования (7), начиная с разных моментов времени на заданном отрезке времени с нулевым условием.

Пусть найденное таким образом среднее состояние системы достигается в начале каждой календарной недели на заданном отрезке времени, равном одному месяцу, при относительно равномерной загрузке РМ. Тогда зависимость вероятности невыполнения (ожидания выполнения) приоритетной заявки ($P_q = P_{2,0}^{(1,0)} + P_{1,1}^{(1,0)} + P_{0,2}^{(1,0)}$) при $\lambda = 0,65$ $\mu = 0,7$ имеет вид, изображенный на рис. 6.



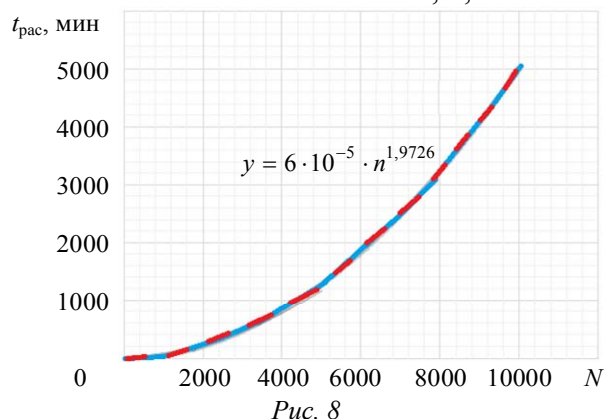
Если предположить, что среднее состояние системы реализуется через каждые три дня, то график будет иметь вид, приведенный на рис. 7.



Видно, что с увеличением частоты задания усредненного значения „загрузка РМ“ становится более равномерной на заданном отрезке времени.

Из рис. 6 и 7 видно, что функция P_q по своему характеру напоминает периодическую. При этом выхода функции вероятности P_q в 5 %-ную область конечного значения, равного нулю, не происходит по причине периодического поступления новых заявок.

Оценка трудоемкости моделирования. Представленные в статье модели НСО с ОП являются достаточно ресурсоемкими. Зависимость времени счета от размерности задачи изображена на рис. 8 синей кривой. Расчеты проводились в среде MatLab с использованием решателя ode45 на заданном отрезке времени, равном одному месяцу, на компьютере с характеристиками: 32bit SP1 Intel Core i5-2410M CPU 2.300GHz, 3,0GB RAM.



По оценкам [17], время расчета моделей нестационарных систем обслуживания возрастает экспоненциально при увеличении размерности задачи (при увеличении порядка N системы дифференциальных уравнений).

Однако расчеты показали, что для рассматриваемой в настоящей работе модели НСО с ОП время расчета увеличивается как степенная функция. Красной штриховой линией показана

степенная зависимость $t = 6 \cdot 10^{-5} \cdot n^{1,9726}$, наилучшим образом аппроксимирующая изменение времени расчета от размерности модели. Найденная зависимость позволяет прогнозировать время расчета, необходимое для моделирования систем большой размерности, например, перспективных НСО с ОП.

Выявленный факт, видимо, объясняется тем, что матрица системы уравнений сильно разрежена. Ненулевые элементы матрицы располагаются в некоторой окрестности главной диагонали. Отметим также, что в работе [17] предложен экономичный метод решения аналогичных систем дифференциальных уравнений, также имеющий степенную зависимость.

Заключение. В работе представлены результаты численного моделирования динамики функционирования рабочего места поверки средств измерений как нестационарных систем обслуживания с относительными приоритетами поступающего потока заявок на поверку. Приведены оценки трудоемкости моделирования. Проиллюстрирована возможность управления вероятностями состояний системы при пиковых нагрузках за счет регулирования интенсивности на значимых отрезках времени. Такая возможность может быть использована для рационального перераспределения производственных мощностей метрологических подразделений на заданном отрезке времени при формировании календарного плана работы метрологических подразделений. Возможность управления интенсивностью проверок может быть использована для обеспечения тех или иных технических и технологических требований к рабочему месту поверки средства измерения.

Представленную модель возможно применять для обоснования технических требований при проектировании перспективных рабочих мест, которые предполагается использовать в условиях изменяющейся рабочей нагрузки на определенном интервале времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ершов Д. С., Хайруллин Р. З. Математическая модель рабочего места поверки средств измерений как нестационарной системы обслуживания // Изв. вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 10. С. 701—711. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-10-701-711.
2. Цициашвили Г. Ш. Нестационарная пуассоновская модель непрерывно функционирующей системы обслуживания // Вестн. Томского гос. ун-та. 2020. № 52. С. 98—103. DOI: 10.17223/19988605/52/12.
3. Гусеница Я. Н., Новиков А. Н. Принцип баланса „комплексных вероятностей“ при моделировании нестационарных систем обслуживания, представленных циклическим графом состояний // Информация и космос. 2016. № 3. С. 71—74. EDN WMIJBR.
4. Дулякин В. М., Князева Ю. В. Имитационное моделирование нестационарной системы массового обслуживания торгового предприятия // Вестн. Южно-Уральского гос. ун-та. Сер.: Экономика и менеджмент. 2009. № 41(174). С. 79—84. EDN KYXFHF.
5. Шлепкин А. А. О нестационарных системах массового обслуживания // Наука, техника и образование. 2016. № 9(27). С. 29—31. EDN WMDRZF.
6. Jato-Espino D., Sillanpää N., Charlesworth S. M., Rodriguez-Hernandez J. A simulation-optimization methodology to model urban catchments under non-stationary extreme rainfall events // Environmental Modelling & Software. 2019. Vol. 122. P. 103960. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2017.05.008>.
7. Stollitz R. Approximation of the non-stationary M(t)/M(t)/c(t)-queue using stationary queueing models: The stationary backlog-carryover approach // Europ. J. of Operational Research. 2008. Vol. 190, is. 2. P. 478—493. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.06.036>.
8. Ni Ma, Ward Whitt. Efficient simulation of non-Poisson non-stationary point processes to study queueing approximations // Statistics & Probability Letters. 2016. Vol. 109. P. 202—207. <https://doi.org/10.1016/j.spl.2015.11.018>.
9. Nasr W. W., Elshar I. J. Continuous inventory control with stochastic and non-stationary Markovian demand // Europ. J. of Operational Research. 2018. Vol. 270, is. 1. P. 198—217. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.03.023>.

10. Izady N., Worthington D. Approximate analysis of non-stationary loss queues and networks of loss queues with general service time distributions // *Europ. J. of Operational Research*. 2011. Vol. 213, is. 3. P. 498—508. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.03.029>.
11. Chakraborty P., Honnappa H. A many-server functional strong law for a non-stationary loss model // *Operations Research Letters*. 2021. Vol. 49, is. 3. P. 338—344. <https://doi.org/10.1016/j.orl.2021.03.004>.
12. Смагин В. А., Гусеница Я. Н. Моделирование одноканальных нестационарных систем обслуживания, представленных циклическим графом состояний // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2016. Т. 59, № 10. С. 801—806. DOI 10.17586/0021-3454-2016-59-10-801-806. EDN WWPCXK.
13. Рахматуллин А. И. Математическое моделирование и оптимизация нестационарных систем обслуживания: Дис. ... канд. техн. наук. Казань, 2004. 200 с. EDN NMSJYD.
14. Бубнов В. П., Сафонов В. И. Разработка динамических моделей нестационарных систем обслуживания. СПб: Лань, 1999. 64 с.
15. Бубнов В. П., Тырва А. В., Еремин А. С. Комплекс моделей нестационарных систем обслуживания с распределением фазового типа // *Тр. СПИИРАН*. 2014. Вып. 37. С. 61—71.
16. Смагин В. А., Гусеница Я. Н. К вопросу моделирования одноканальных нестационарных систем с произвольным распределением моментов времени поступления заявок и длительностей их обслуживания // *Тр. Военно-космической академии им. А.Ф.Можаевского*. 2015. № 649. С. 53—56.
17. Бубнов В. П., Сафонов В. И., Шардаков К. С. Обзор существующих моделей нестационарных систем обслуживания и методов их расчета // *Системы управления, связи и безопасности*. 2020. № 3. С. 65—121.

Сведения об авторах

Денис Сергеевич Ершов

— канд. техн. наук; Главный научный метрологический центр, научно-исследовательский отдел; научный сотрудник; Московский политехнический университет, кафедра стандартизации, метрологии и сертификации; доцент кафедры; E-mail: ershov.metrolog@mail.ru

Рустам Зиннатуллович Хайруллин

— д-р физ.-мат. наук, старший научный сотрудник; Главный научный метрологический центр, ведущий научный сотрудник; Московский государственный строительный университет, профессор; E-mail: zrkzrk@list.ru

Поступила в редакцию 13.06.2023; одобрена после рецензирования 15.06.2023; принята к публикации 27.10.2023.

REFERENCES

1. Ershov D.S., Khayrullin R.Z. *Journal of Instrument Engineering*, 2022, no. 10(65), pp. 701—711, DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-10-701-711. (in Russ.)
2. Tsitsiashvili G.Sh. *Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*, 2020, no. 50, pp. 56—60, DOI: 10.17223/19988605/50/7.
3. Novikov A.N., Gusenitsa Y.N. *Information and Space*, 2016, no. 3, pp. 71—74, EDN WMIJBR. (in Russ.)
4. Duplyakin V.M., Knyazheva Yu.V. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Ekonomika i menedzhment*, 2009, no. 41(174), pp. 79—84, EDN KYXFHF. (in Russ.)
5. Shlepkin A.A. *Science, Technology and Education*, 2016, no. 9(27), pp. 29—31, EDN WMDRZF. (in Russ.)
6. Jato-Espino D., Sillanpää N., Charlesworth S.M., Rodriguez-Hernandez J. *Environmental Modelling & Software*, 2019, vol. 122, pp. 103960, <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2017.05.008>.
7. Stolletz R. *European Journal of Operational Research*, 2008, no. 2(190), pp. 478—493, <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.06.036>.
8. Ni Ma, Ward Whitt, *Statistics & Probability Letters*, 2016, vol. 109, pp. 202—207, <https://doi.org/10.1016/j.spl.2015.11.018>.
9. Nasr W.W., Elshar I.J. *European Journal of Operational Research*, 2018, no. 1(270), pp. 198—217, <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.03.023>.
10. Izady N., Worthington D. *European Journal of Operational Research*, 2011, no. 3(213), pp. 498—508, <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.03.029>.
11. Chakraborty P., Honnappa H. *Operations Research Letters*, 2021, no. 3(49), pp. 338—344, ISSN 0167-6377, <https://doi.org/10.1016/j.orl.2021.03.004>.
12. Smagin V.A., Gusenitsa Ya.N. *Journal of Instrument Engineering*, 2016, no. 10(59), pp. 801—806, DOI 10.17586/0021-3454-2016-59-10-801-806, EDN WWPCXK. (in Russ.)
13. Rakhmatullin A.I. *Matematicheskoye modelirovaniye i optimizatsiya nestatsionarnykh sistem obsluzhivaniya* (Mathematical Modeling and Optimization of Non-Stationary Service Systems), Candidate's thesis, Kazan, 2004, 200 p., EDN NMSJYD. (in Russ.)

14. Bubnov V.P., Safonov V.I. *Razrabotka dinamicheskikh modeley nestatsionarnykh sistem obsluzhivaniya* (Development of Dynamic Models of Non-Stationary Service Systems), St. Petersburg, 1999, 64 p. (in Russ.)
15. Bubnov V., Tyrva A., Eremin A. *Informatics and Automation* (SPIIRAS Proceedings), 2014, no. 37, pp. 61–71. (in Russ.)
16. Smagin V.A., Gusenitsa Ya.N. *Proceedings of the Mozhaitsky Military Space Academy*, 2015, no. 649, pp. 53–56. (in Russ.)
17. Bubnov V.P., Safonov V.I., Shardakov K.S. *Systems of Control, Communication and Security*, 2020, no. 3, pp. 65–121. (in Russ.)

Data on authors

- | | |
|-----------------------------|--|
| Denis S. Ershov | — PhD; Main Scientific Metrological Center, Research Department; Researcher; Moscow Polytechnic University, Department of Standardization, Metrology, and Certification; Associate Professor;
E-mail: ershov.metrolog@mail.ru |
| Rustam Z. Khayrullin | — Dr. Sci., Senior Scientist; Main Scientific Metrological Center, Leading Researcher; Moscow State University of Civil Engineering, Professor; E-mail: zrkzrk@list.ru |

Received 13.06.2023; approved after reviewing 15.06.2023; accepted for publication 27.10.2023.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ВЫБОРОЧНОМУ ПОИСКУ ФУНКЦИЙ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СОСТОЯНИЙ В МАРКОВСКИХ ЦЕПЯХ

А. В. ЗЕМСКОВ

*Государственный университет морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова,
Санкт-Петербург, Россия,
aleksei.zemskov@yandex.ru*

Аннотация. Предлагается аналитический подход к исследованию счетных однородных марковских цепей. Приводится алгоритм выборочного поиска операторов „вход—выход“ в z -форме. Описываются простые аналитические процедуры получения функций вероятностей при вещественных и комплексно-сопряженных собственных значениях матрицы переходных вероятностей. Даются оценки для границ наступления установившегося режима в тактовом времени. Приводятся дополнительные результаты для установившегося режима с помощью алгоритма развертывания характеристических определителей. Основные выкладки иллюстрируются оценкой характеристик марковских цепей с учетом влияния переходной динамики при изменении вероятностей состояний на интервале функционирования в тактовом времени. Также рассматриваются аспекты надежности вычислений при оценке значений вероятностей с помощью предлагаемого подхода.

Ключевые слова: марковская цепь, оператор „вход—выход“ в z -форме, собственные значения, собственные векторы, функция вероятности состояния

Ссылка для цитирования: Земсков А. В. Аналитический подход к выборочному поиску функций вероятностей состояний в марковских цепях // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 12. С. 1035—1049. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-1035-1049.

ANALYTICAL APPROACH TO SELECTIVE SEARCH FOR STATE PROBABILITY FUNCTIONS IN MARKOV CHAINS

A. V. Zemskov

*Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
St. Petersburg, Russia
aleksei.zemskov@yandex.ru*

Abstract. An analytical approach to studying countable homogeneous Markov chains is proposed. An algorithm for selective search of input-output operators in z -form is presented. Simple analytical procedures for obtaining probability functions for real and complex conjugate eigenvalues of the transition probability matrix are described. Estimates are given for the boundaries of the onset of a steady state in clock time. Additional results are presented for the steady state using an algorithm for expanding the characteristic determinants. The main calculations are illustrated by assessing the characteristics of Markov chains taking into account the influence of transient dynamics when changing the probabilities of states over the operating interval in clock time. Aspects of calculation reliability when estimating probability values using the proposed approach are also considered.

Keywords: Markov chain, input-output operator in z -form, eigenvalues, eigenvectors, state probability function

For citation: Zemskov A. V. Analytical approach to selective search for state probability functions in Markov chains. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 12. P. 1035—1049 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-1035-1049.

Введение. Марковские цепи (МЦ) находят широкое применение при исследовании различных стохастических систем [1—4]. Современные программно-аппаратные возможности векторно-матричных вычислений в большинстве случаев принципиально позволяют получать

характеристики МЦ, базирующиеся на оценках вероятностей состояний. При этом, как правило, проблемы накопления погрешностей и контроля правильности конечного результата не считаются критичными. Достаточно часто исследования сводятся к получению вероятностей в установившемся (стационарном) режиме, по определению не совпадающих со средними их значениями на любом заданном интервале функционирования цепи в тактовом времени. При этом очевидно, что отклонение может быть тем заметнее, чем позже наступает установившийся режим.

Аналізу переходной динамики функционирования марковских процессов с непрерывным временем посвящены работы [5—10], из которых к настоящей статье наиболее близки источники [9, 10]. Однако исследования именно МЦ с дискретным временем в указанных публикациях отсутствуют как таковые.

Постановка задачи. В качестве МЦ в статье рассматривается счетная однородная цепь из n состояний с математическим описанием в виде матрицы переходных вероятностей (МПВ) и вектора начального распределения вероятностей (ВНРВ):

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n \times n},$$

$$\mathbf{P}(0) = [P_1(0) \quad P_2(0) \quad \dots \quad P_n(0)]^T \in \mathfrak{R}^n, \quad (1)$$

T — символ транспонирования.

Допускается достаточно общий вариант, когда спектр матрицы $\mathbf{P}$ составляют некрратные вещественные и комплексно-сопряженные собственные значения. Очевидно, что некоторые элементы МПВ и ВНРВ могут быть нулевыми. Функционирование МЦ по смыслу включает реакцию на отсутствующие компоненты ВНРВ.

Динамика такой цепи с тактовым временем k описывается векторно-матричным рекуррентным уравнением [1—4]:

$$\mathbf{P}(k+1) = \mathbf{P}^T \mathbf{P}(k), \quad (2)$$

где $\mathbf{P}(k)$ и $\mathbf{P}(k+1)$ — векторы вероятностей состояний на шагах k и $k+1$ (в моменты тактового времени k и $k+1$).

Уравнение (2) позволяет представить рекуррентное определение вектора вероятностей, в том числе в преобразованной форме

$$\mathbf{P}(k) = (\mathbf{P}^T)^k \mathbf{P}(0). \quad (3)$$

Также известны алгоритмы определения стационарных значений компонентов вектора вероятностей (установившегося решения) при использовании аппарата собственных значений и собственных векторов матриц [1, 4]:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{P}^T)^k = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{V} \mathbf{Z}^k \mathbf{V}^{-1} = \mathbf{V} \mathbf{Z}_1 \mathbf{V}^{-1}, \quad (4)$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & z_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & z_n \end{bmatrix}, \mathbf{Z}^k = \begin{bmatrix} 1^k & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z_2^k & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & z_3^k & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & z_n^k \end{bmatrix}, \mathbf{Z}_1 = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{Z}^k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{P}(k \rightarrow \infty) = [P_0(\infty) \quad P_1(\infty) \quad \dots \quad P_n(\infty)]^T = \mathbf{V} \mathbf{Z}_1 \mathbf{V}^{-1} \mathbf{P}(0), \quad (6)$$

где $\lim_{k \rightarrow \infty} (...) —$ обозначение предела при стремлении количества тактов к бесконечности;

$\mathbf{V}$ — матрица собственных векторов $\mathbf{P}^T$; $\mathbf{Z}$ — диагональная матрица собственных значений матрицы $\mathbf{P}^T$; $1, z_2, z_3, \dots, z_n$ — собственные значения матрицы $\mathbf{P}^T(\mathbf{P})$; $\mathbf{P}(k \rightarrow \infty)$ — вектор установившихся (стационарных) значений вероятностей состояний.

Здесь матрица решения для установившегося режима $\mathbf{VZ}_1\mathbf{V}^{-1}$ состоит из столбцов вектора $\mathbf{P}(k \rightarrow \infty)$.

Выполнение указанных процедур обеспечивает пользователя многочисленными числовыми данными и позволяет (при соответствующей квалификации последнего) исследовать в первую очередь стационарные режимы. При увеличении порядка матрицы $\mathbf{P}$ (т.е. числа состояний МЦ), количества тактов функционирования k , а также при необходимости учета влияния переходных режимов интерпретация результатов становится все более затруднительной и не наглядной.

Наличие аналитических выражений для функций вероятностей в силу компактности и наглядности значительно упрощает процедуры анализа и синтеза МЦ. Важно, что при этом, в отличие от рекуррентных схем, погрешности не накапливаются от шага к шагу. Теоретически процедуры получения аналитических выражений решетчатых функций строятся на основе z -преобразования (прямого и обратного) [11, С. 67—85; 12, С. 15—50].

При опоре на аппарат переменных „вход—выход“ уравнение (2) в результате z -преобразования при ненулевых начальных условиях в виде ВНРВ (1) и несложных трансформаций принимает следующую форму [11, С. 128—137]:

$$\mathbf{P}(z) = (z\mathbf{E}_n - \mathbf{P}^T)^{-1}z\mathbf{P}(0) = \Phi_0(z)\mathbf{P}(0) = \Phi(z)z\mathbf{P}(0). \quad (7)$$

Здесь $\mathbf{P}(z)$ — z -изображение вектора текущего распределения вероятностей (ВТРВ); $\mathbf{E}_n$ — единичная $(n \times n)$ -матрица; $\Phi_0(z) = (z\mathbf{E}_n - \mathbf{P}^T)^{-1}z = \Phi(z)z$ — $(n \times n)$ -матрица z -передаточных функций от ВНРВ к ВТРВ; $\mathbf{P}(0)$ — ВНРВ, по терминологии аппарата переменных „вход—выход“, формально являющийся вектором ненулевых начальных условий.

Получение обратной характеристической матрицы-резольвенты $\Phi(z) = (z\mathbf{E}_n - \mathbf{P}^T)^{-1}$ справедливо считается трудной вычислительной задачей. Основным подходом к ее решению является метод Д. К. Фаддеева [13], алгоритмическая схема которого предполагает связанный поиск всех элементов без исключения, что далеко не всегда необходимо на практике. Кроме того, в [14, С. 297—298] критикуется чувствительность данного подхода к порядку исходной матрицы, приводящая к „геометрическому“ нарастанию погрешностей вычислений при перемножении промежуточных числовых матриц большого размера.

Переход от компонентов вектора $\mathbf{P}(z)$ к их оригиналам в тактовом времени осуществляется с помощью процедуры обратного z -преобразования [11, 12]. При этом основную трудность вызывает получение составляющих, соответствующих комплексно-сопряженным парам собственных значений матрицы $\mathbf{P}$ ($\mathbf{P}^T$). Например, аналитические соотношения, описанные в книге [12, С. 39—40], имеют весьма малое практическое значение в связи с их чрезвычайной сложностью и необходимостью знания не только полюсов (собственных значений матрицы $\mathbf{P}$ ($\mathbf{P}^T$)), но и нулей z -передаточных функций (т.е. корней числителей).

В этой связи актуальна разработка аналитического подхода, который позволял бы при необходимости выборочно получать выражения для функций вероятностей состояний в МЦ наглядно и точно, в „замкнутой“ аналитической форме и находить средние значения вероятностей на заданном интервале функционирования в тактовом времени. Вспомогательными задачами выступают обоснование процедур получения оценок для границ наступления установившегося режима, а также поиска решения для установившегося режима с помощью

алгоритма развертывания характеристических определителей. Достижение указанных целей с использованием аппарата переменных „вход—выход“ составляет основное содержание настоящей статьи.

Выборочный поиск операторов „вход—выход“. При исследовании МЦ часто встречается ситуация, когда пользователя интересует единственный оператор „вход—выход“, а именно единственная передаточная функция $\Phi_{ij}(z)$ от j -го компонента ВНРВ к i -му компоненту ВТРВ (например, когда в ВНРВ один компонент равен 1, а исследуется функция вероятности только одного из состояний). Данная задача решается методом Крамера при наличии программ развертывания частных функциональных определителей, структуры которых не являются „характеристическими“. При наличии стандартных средств развертывания характеристических определителей для выборочного поиска скалярных элементов матрицы $\Phi(z)$ предлагается использовать алгоритм [15, 16]:

$$\Phi_{ij}(z) = \frac{P_i(z)}{P_j(0)} = \frac{z \det(z\mathbf{E}_{n-1} - \mathbf{P}_{ii}^T) - \det(z\mathbf{E}_n - \mathbf{D}_{ij})}{\det(z\mathbf{E}_n - \mathbf{P}^T)}, \quad (8)$$

где $P_i(z)$ — i -й компонент ВТРВ в z -форме; $P_j(0)$ — j -й компонент ВНРВ; $\det(\dots)$ — обозначения характеристических определителей числовых матриц; $\mathbf{E}_{n-1}$ — единичная $((n-1) \times (n-1))$ -матрица; $\mathbf{P}_{ii}^T$ — матрица $\mathbf{P}^T$, уплотненная в результате удаления i -й строки и i -го столбца; $\mathbf{D}_{ij}$ — матрица $\mathbf{P}^T$, в которой i -й столбец коэффициентов заменен на j -й столбец матрицы $\mathbf{E}_n$.

Применение формулы (8) позволяет не только найти необходимое количество операторов „вход—выход“ от единственного до всех n , но и сохранить точность вычислений для систем высокого порядка при поиске полиномов через спектры соответствующих матриц с помощью, например, QR-алгоритма В. Н. Кублановской, J. G. F. Francis [17]. При выполнении условия $i = j$ формула (8) упрощается до следующего варианта:

$$\begin{aligned} \Phi_{ii}(z) &= \frac{P_i(z)}{P_i(0)} = \frac{z \det(z\mathbf{E}_{n-1} - \mathbf{P}_{ii}^T) - \det(z\mathbf{E}_n - \mathbf{D}_{ii})}{\det(z\mathbf{E}_n - \mathbf{P}^T)} = \left| \det(z\mathbf{E}_n - \mathbf{D}_{ii}) = (z-1) \det(z\mathbf{E}_{n-1} - \mathbf{P}_{ii}^T) \right| = \\ &= \frac{z \det(z\mathbf{E}_{n-1} - \mathbf{P}_{ii}^T) - (z-1) \det(z\mathbf{E}_{n-1} - \mathbf{P}_{ii}^T)}{\det(z\mathbf{E}_n - \mathbf{P}^T)} = \frac{\det(z\mathbf{E}_{n-1} - \mathbf{P}_{ii}^T)}{\det(z\mathbf{E}_n - \mathbf{P}^T)}. \end{aligned} \quad (9)$$

При произвольных значениях компонентов ВНРВ знание элементов матрицы $\Phi(z)$ всегда позволяет найти требуемую линейную комбинацию для искомой составляющей вектора $\mathbf{P}(z)$ по формуле

$$P_i(z) = \sum_{j=1}^n \Phi_{ij}(z) P_j(0) = \Phi_i(z) = \frac{B_i(z)}{A(z)}. \quad (10)$$

В свою очередь, z -оператор (10) позволяет перейти к процедуре получения аналитического выражения для решетчатой функции вероятности [11, С. 74—78]:

$$P_i(k) = Z^{-1} \left[\frac{B_i(z)}{A(z)} \right] = Z^{-1} [\Phi_i(z)] = \frac{1}{2\pi j} \oint_r \Phi_i(z) z^{k-1} dz. \quad (11)$$

В выражении (11): $Z^{-1}[\dots]$ — символ обратного z -преобразования. В соотношениях (9)—(11) в качестве влияющего входа (входов) условно принимаются компоненты ВНРВ ступенчатого вида $P_j(k) = P_j(0) \cdot 1(k)$.

Получение функций вероятностей состояний. В спектре собственных значений матрицы $\mathbf{P}^T$ всегда имеется одно, равное единице. При исследовании счетных однородных МЦ с конечным числом состояний все остальные ее собственные значения находятся внутри единичной окружности комплексной плоскости. Наиболее общим вариантом при этом является наличие некрatных вещественных и комплексно-сопряженных корней. Не искажая общности результатов, можно остановиться на исследовании единственного динамического образа однородной МЦ при наличии передаточной функции (8) и указанного выше корневого портрета. Таким образом, основной исследуемый оператор представляется в виде

$$\Phi_{ij}(z) = \frac{B_{ij}(z)}{(z-1)(z-z_2)(z-z_3)\dots(z-z_n)}, \quad (12)$$

где $1, z_2, z_3, \dots, z_n$ — собственные значения матрицы $\mathbf{P}$ ($\mathbf{P}^T$) (некрatные корни единого для всех передаточных функций знаменателя).

Контурное интегрирование из соотношения (11) на практике сводится к использованию так называемых вычетов [11, С. 74—78; 12, С. 36—38]. В частности, компонент $C_{m,ij}(k)$, обусловленный любым вещественным корнем z_m (m — номер корня) в знаменателе (12), находится достаточно просто с помощью соотношения

$$C_{m,ij}(k) = \operatorname{res} \Phi_{ij}(z) \Big|_{z=z_m} = \lim_{z \rightarrow z_m} (z-z_m) \Phi_{ij}(z) z^{k-1} = c_{m,ij}(z_m)^k. \quad (13)$$

Здесь $\operatorname{res}(\dots)$ — обозначение вычета; $c_{m,ij}$ — числовая константа.

При наличии среди корней в знаменателе (12) комплексно-сопряженных пар задача, как отмечено выше, усложняется. Получать часть функции вероятности в виде соответствующей синусоиды предлагается с помощью простых аналитических процедур на примере обобщенной в плане обозначения индексации (2,3) комплексно-сопряженной пары корней $z_{2,3} = \lambda \pm j\omega$ (здесь λ — вещественная часть, ω — мнимая часть). Ей сопоставляется компонент

$$\tilde{P}_{2,3,ij}(k) = -d_{ij} d^k \sin(\varphi_0 k + \varphi_{ij}), \quad (14)$$

где

$$\left\{ \begin{aligned} d = \sqrt{\lambda^2 + \omega^2}, \varphi = \arctg\left(\left|\frac{\omega}{\lambda-1}\right|\right), \varphi_0 = \begin{cases} \arctg\left(\frac{\omega}{\lambda}\right), \lambda \geq 0; \\ \pi - \arctg\left(\left|\frac{\omega}{\lambda}\right|\right), \lambda \leq 0; \end{cases} & \Phi_{ij}^y(z) = \Phi_{ij}(z)(z-z_2)(z-z_3)(z-1), \\ \Phi_{ij}^y(\lambda + j\omega) = \Phi_{ij}^y(z) \Big|_{z=\lambda+j\omega}; d_{ij} = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{|\Phi_{ij}^y(\lambda + j\omega)|}{\sqrt{(1-\lambda)^2 + \omega^2}}, \Delta\varphi_{ij} = \arg[\Phi_{ij}^y(\lambda + j\omega)], \varphi_{ij} = \varphi + \Delta\varphi_{ij}. \end{aligned} \right. \quad (15)$$

Поскольку индексация m и (2,3) произвольная, то зависимости (13)—(15) позволяют найти все составляющие искомой функции вероятности $P_{ij}(k)$, определяемые некрatными вещественными и комплексно-сопряженными собственными значениями МПВ. Очевидно, что вычет $C_{1,ij}(k) = c_{1,ij}(z_1)^k = c_{1,ij}(1)^k = c_{1,ij}$ в корне $z = z_1 = 1$ обуславливает наличие постоянного компонента, соответствующего установившемуся значению вероятности $P_{ij}(k \rightarrow \infty)$, а значение функции вероятности в момент тактового времени $k = 0$ совпадает с величиной компонента $P_{ij}(0)$.

Получение оценок для границ наступления установившегося режима. У эргодических МЦ, к которым относятся и счетные однородные, имеет место асимптотическое затухание компонентов функций вероятностей и, как следствие, самих функций в целом к установившимся значениям. В большинстве задач управления асимптотически затухающие функции считаются практически установившимися при вхождении соответствующих координат в „коридор“ в $\pm 5\%$ от установившегося значения [11, 12, 14].

Тогда для составляющей функции вероятности, соответствующей оператору (12) и обусловленной любым вещественным корнем z_m , процесс установления (затухания) описывается следующей системой уравнений (для упрощения записей индексация (i, j) не указывается):

$$\begin{cases} c_1 + c_m |z_m|^k = 1,05c_1 \quad \forall c_1 + c_m > 1,05c_1; \\ c_1 + c_m |z_m|^k = 0,95c_1 \quad \forall c_1 + c_m < 0,95c_1. \end{cases} \quad (16)$$

Первое уравнение в системе (16) соответствует приближению процесса к установившемуся состоянию „сверху“, а второе — „снизу“. Из первого уравнения можно получить

$$c_1 + c_m |z_m|^k = 1,05c_1 \Rightarrow c_m |z_m|^k = 0,05c_1 \Rightarrow \ln c_m + k \ln |z_m| = \ln 0,05 + \ln c_1 \Rightarrow k = \frac{\ln 0,05 + \ln c_1 - \ln c_m}{\ln |z_m|}.$$

Аналогично действуя для второго уравнения, можно записать решения в следующем виде:

$$\begin{cases} k_+ = \frac{\ln 0,05 + \ln c_1 - \ln c_m}{\ln |z_m|} \approx \frac{-3 + \ln c_1 - \ln c_m}{\ln |z_m|} \quad \forall c_1 + c_m > 1,05c_1; \\ k_- = \frac{\ln 0,05 + \ln c_1 - \ln(-c_m)}{\ln |z_m|} \approx \frac{-3 + \ln c_1 - \ln(-c_m)}{\ln |z_m|} \quad \forall c_1 + c_m < 0,95c_1. \end{cases} \quad (17)$$

Здесь k_+ (k_-) — тактовое время затухания составляющей функции вероятности, обусловленной корнем z_m , асимптотически „сверху“ („снизу“); c_1 — установившееся значение функции вероятности (вычет в корне $z = z_1 = 1$); c_m — числовая константа, определяемая вычетом в корне z_m .

Для составляющей функции вероятности, соответствующей оператору (12) и обусловленной любой комплексно-сопряженной парой корней $z_{2,3} = \lambda \pm j\omega$, процесс установления описывается уравнением

$$c_1 + d_{ij} d^k = 1,05c_1, \quad \forall c_1 + d_{ij} > 1,05c_1. \quad (18)$$

Уравнение (18) соответствует асимптотическому приближению процесса к установившемуся состоянию как „сверху“, так и „снизу“, поскольку из компонента (14) исключается синусоидальный множитель. Далее можно получить

$$c_1 + d_{ij} d^k = 1,05c_1 \Rightarrow d_{ij} d^k = 0,05c_1 \Rightarrow \ln d_{ij} + k \ln d = \ln 0,05 + \ln c_1 \Rightarrow k = \frac{\ln 0,05 + \ln c_1 - \ln d_{ij}}{\ln d}.$$

Для решения в итоге справедлива формула

$$\tilde{k} = \frac{\ln 0,05 + \ln c_1 - \ln d_{ij}}{\ln d} \approx \frac{-3 + \ln c_1 - \ln d_{ij}}{\ln d} \quad \forall c_1 + d_{ij} > 1,05c_1, \quad (19)$$

где $\tilde{k}$ — время затухания составляющей функции вероятности, обусловленной комплексно-сопряженной парой корней $z_{2,3} = \lambda \pm j\omega$; характеристики c_1 , d , d_{ij} определены ранее.

В зависимости от параметров математической модели МЦ по тем или иным компонентам функций вероятностей и функциям в целом могут наблюдаться разнообразные варианты

динамики функционирования в тактовом времени. При этом наиболее интересны следующие случаи:

1) условия применения соотношений (16)—(19) не соблюдаются. Следовательно, установившийся режим имеет место с момента начала функционирования МЦ;

2) наиболее удаленным от начала координат комплексной плоскости является вещественный корень, и в функции вероятности ему соответствует наибольшая по абсолютной величине константа c_m . При этом корень считается доминирующим, и оценка границы наступления установившегося режима по формулам (17) будет вполне точной;

3) наиболее удаленной от начала координат комплексной плоскости является комплексно-сопряженная пара корней, а в функции вероятности ей соответствует наибольшее число d_{ij} . Тогда пара считается доминирующей, а оценка границы наступления установившегося режима по формуле (19) будет вполне точной.

Очевидно, что при получении по приведенным формулам дробных значений соответствующих оценок в качестве последних следует брать ближайшие большие целые числа.

Дополнительный результат поиска установившегося решения на бесконечном интервале. Матрица $\mathbf{V}$ может быть надежно построена в системах высокого порядка с помощью одного из столбцов присоединенной характеристической матрицы с использованием стандартной программы развертывания характеристического определителя [18]:

$$\text{adj}(z\mathbf{E}_n - \mathbf{P}^T) = [\mathbf{A}_1(z) \quad \mathbf{A}_2(z) \quad \dots \quad \mathbf{A}_n(z)],$$

$$\mathbf{A}_1(z) = \begin{bmatrix} \det(z\mathbf{E}_{n-1} - \mathbf{P}_{11}^T) \\ z \det(z\mathbf{E}_{n-1} - \mathbf{P}_{22}^T) - \det(z\mathbf{E}_n - \mathbf{D}_{21}) \\ \dots \\ z \det(z\mathbf{E}_{n-1} - \mathbf{P}_{nn}^T) - \det(z\mathbf{E}_n - \mathbf{D}_{n1}) \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$\mathbf{A}_2(z) = \begin{bmatrix} z \det(z\mathbf{E}_{n-1} - \mathbf{P}_{11}^T) - \det(z\mathbf{E}_n - \mathbf{D}_{12}) \\ \det(z\mathbf{E}_{n-1} - \mathbf{P}_{22}^T) \\ \dots \\ z \det(z\mathbf{E}_{n-1} - \mathbf{P}_{nn}^T) - \det(z\mathbf{E}_n - \mathbf{D}_{n2}) \end{bmatrix}, \dots, \mathbf{A}_n(z) = \begin{bmatrix} z \det(z\mathbf{E}_{n-1} - \mathbf{P}_{11}^T) - \det(z\mathbf{E}_n - \mathbf{D}_{1n}) \\ z \det(z\mathbf{E}_{n-1} - \mathbf{P}_{22}^T) - \det(z\mathbf{E}_n - \mathbf{D}_{2n}) \\ \dots \\ \det(z\mathbf{E}_{n-1} - \mathbf{P}_{nn}^T) \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Здесь $\text{adj}(\dots)$ — обозначение присоединенной характеристической матрицы; структуры матриц $\mathbf{P}_{ii}^T \quad \forall i = \overline{1, n}$ и $\mathbf{D}_{ij} \quad \forall i = \overline{1, n}, \quad \forall j = \overline{1, n}, \quad i \neq j$ пояснены ранее.

Для формирования всей матрицы $\mathbf{V}$ берется любой из столбцов присоединенной матрицы $\text{adj}(z\mathbf{E}_n - \mathbf{P}^T)$. Например, для первого столбца:

$$\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1^{(1)} \quad \mathbf{v}_1^{(2)} \quad \dots \quad \mathbf{v}_1^{(n)}], \quad \mathbf{v}_1^{(1)} = \mathbf{A}_1(z) \Big|_{z=1}, \quad \mathbf{v}_1^{(2)} = \mathbf{A}_1(z) \Big|_{z=z_2}, \quad \dots, \quad \mathbf{v}_1^{(n)} = \mathbf{A}_1(z) \Big|_{z=z_n}. \quad (22)$$

Далее определяется матрица преобразования $\mathbf{VZ}_1\mathbf{V}^{-1}$.

Пример 1. Исследование МЦ „циклического“ типа. Рассматривается однородная МЦ, описывающая поведение технической системы с графом, изображенным на рис. 1.

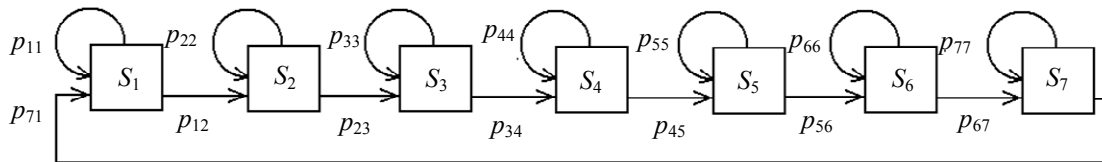


Рис. 1

Данная система описывается математической моделью в виде МПВ и ВНРВ следующей структуры:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0,9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0,9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0,9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0,9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0,9 \\ 0,9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Необходимо найти функцию вероятности $P_1(k)$ при заданных условиях, получить оценку для границы существования установившегося режима, сравнить средние и стационарные значения вероятности на различных интервалах функционирования ИЦ.

Матрица $\mathbf{P}$ ($\mathbf{P}^T$) имеет следующие собственные значения:

$$\begin{aligned} z_1 &= 1, \\ z_{2,3} &= \lambda_1 \pm j\omega_1 = 0,661 \pm j0,704, \\ z_{4,5} &= \lambda_2 \pm j\omega_2 = -0,1 \pm j0,877, \\ z_{6,7} &= \lambda_3 \pm j\omega_3 = -0,711 \pm j0,39. \end{aligned}$$

Задача исследования сводится к анализу единственного оператора

$$\Phi_{11}(z) = \frac{P_1(z)}{P_1(0)} = \frac{\det(z\mathbf{E}_6 - \mathbf{P}_{11}^T)}{\det(z\mathbf{E}_7 - \mathbf{P}^T)} = \frac{B_{11}(z)}{A(z)},$$

поскольку

$$P_1(k) = Z^{-1}[\Phi_{11}(z)P_1(0)] = |P_1(0) = 1| = Z^{-1}[\Phi_{11}(z)].$$

Далее находятся необходимые характеристики (размерности фазовых величин — радианы):

$$B_{11}(z) = \det(z\mathbf{E}_6 - \mathbf{P}_{11}^T) = z^6 - 0,6z^5 + 0,15z^4 - 0,02z^3 + 0,0015z^2 - 0,00006z + 0,000001,$$

$$A(z) = \det(z\mathbf{E}_7 - \mathbf{P}^T) = (z-1)(z^2 - 1,322z + 0,932)(z^2 + 0,2z + 0,78)(z^2 + 1,422z + 0,658),$$

$$C_1(k) = \left[\frac{B_{11}(z)}{A(z)} \cdot (z-1) \right]_{z=z_1=1} z_1^k = c_1 \cdot z_1^k = 0,143 \cdot 1^k = 0,143.$$

Для пары корней $z_{2,3} = \lambda_1 \pm j\omega_1 = 0,661 \pm j0,704$:

$$d_{(2,3)} = \sqrt{\lambda_1^2 + \omega_1^2} = 0,966, \quad \varphi_{(2,3)} = \arctg\left(\left|\frac{\omega_1}{\lambda_1 - 1}\right|\right) = 1,122, \quad \varphi_{0(2,3)} = \arctg\left(\frac{\omega_1}{\lambda_1}\right) = 0,817,$$

$$\Phi_{11(2,3)}^y(z) = \Phi_{11}(z)(z - z_2)(z - z_3)(z - 1) = \frac{B_{11}(z)}{(z^2 + 0,2z + 0,78)(z^2 + 1,422z + 0,658)},$$

$$\Phi_{11(2,3)}^y(\lambda_1 + j\omega_1) = \Phi_{11(2,3)}^y(z) \Big|_{z=\lambda_1 + j\omega_1} = -0,141 - j0,068,$$

$$d_{11(2,3)} = \frac{1}{\omega_1} \cdot \frac{|-0,141 - j0,068|}{\sqrt{(1-\lambda_1)^2 + \omega_1^2}} = 0,286, \quad \Delta\varphi_{11(2,3)} = \arg(-0,141 - j0,068) = -2,693,$$

$$\varphi_{11(2,3)} = \varphi_{(2,3)} + \Delta\varphi_{11(2,3)} = -1,571,$$

$$\tilde{P}_{2,3}(k) = -d_{11(2,3)} d_{(2,3)}^k \sin(\varphi_{0(2,3)}k + \varphi_{11(2,3)}) = -0,286 \cdot 0,966^k \sin(0,817k - 1,571).$$

Для пары корней $z_{4,5} = \lambda_2 \pm j\omega_2 = -0,1 \pm j0,877$:

$$d_{(4,5)} = \sqrt{\lambda_2^2 + \omega_2^2} = 0,883, \quad \varphi_{(4,5)} = \arctg\left(\left|\frac{\omega_2}{\lambda_2 - 1}\right|\right) = 0,673, \quad \varphi_{0(4,5)} = \pi - \arctg\left(\left|\frac{\omega_2}{\lambda_2}\right|\right) = 1,685,$$

$$\Phi_{11(4,5)}^y(z) = \Phi_{11}(z)(z - z_4)(z - z_5)(z - 1) = \frac{B_{11}(z)}{(z^2 - 1,322z + 0,932)(z^2 + 1,422z + 0,658)},$$

$$\Phi_{11(4,5)}^y(\lambda_2 + j\omega_2) = \Phi_{11(4,5)}^y(z) \Big|_{z=\lambda_2 + j\omega_2} = -0,22 - j0,276,$$

$$d_{11(4,5)} = \frac{1}{\omega_2} \cdot \frac{|-0,22 - j0,276|}{\sqrt{(1-\lambda_2)^2 + \omega_2^2}} = 0,286, \quad \Delta\varphi_{11(4,5)} = \arg(-0,22 - j0,276) = -2,244,$$

$$\varphi_{11(4,5)} = \varphi_{(4,5)} + \Delta\varphi_{11(4,5)} = -1,571,$$

$$\tilde{P}_{4,5}(k) = -d_{11(4,5)} d_{(4,5)}^k \sin(\varphi_{0(4,5)}k + \varphi_{11(4,5)}) = -0,286 \cdot 0,883^k \sin(1,685k - 1,571).$$

Для пары корней $z_{6,7} = \lambda_3 \pm j\omega_3 = -0,711 \pm j0,39$:

$$d_{(6,7)} = \sqrt{\lambda_3^2 + \omega_3^2} = 0,811, \quad \varphi_{(6,7)} = \arctg\left(\left|\frac{\omega_3}{\lambda_3 - 1}\right|\right) = 0,224, \quad \varphi_{0(6,7)} = \pi - \arctg\left(\left|\frac{\omega_3}{\lambda_3}\right|\right) = 2,639,$$

$$\Phi_{11(6,7)}^y(z) = \Phi_{11}(z)(z - z_6)(z - z_7)(z - 1) = \frac{B_{11}(z)}{(z^2 - 1,322z + 0,932)(z^2 + 0,2z + 0,78)},$$

$$\Phi_{11(6,7)}^y(\lambda_3 + j\omega_3) = \Phi_{11(6,7)}^y(z) \Big|_{z=\lambda_3 + j\omega_3} = -0,044 - j0,191,$$

$$d_{11(6,7)} = \frac{1}{\omega_3} \cdot \frac{|-0,044 - j0,191|}{\sqrt{(1-\lambda_3)^2 + \omega_3^2}} = 0,286, \quad \Delta\varphi_{11(6,7)} = \arg(-0,044 - j0,191) = -1,795,$$

$$\varphi_{11(6,7)} = \varphi_{(6,7)} + \Delta\varphi_{11(6,7)} = -1,571,$$

$$\tilde{P}_{6,7}(k) = -d_{11(6,7)} d_{(6,7)}^k \sin(\varphi_{0(6,7)}k + \varphi_{11(6,7)}) = -0,286 \cdot 0,811^k \sin(2,639k - 1,571).$$

Таким образом, искомая функция вероятности имеет вид

$$P_1(k) = 0,143 - 0,286 \cdot 0,966^k \sin(0,817k - 1,571) - 0,286 \cdot 0,883^k \sin(1,685k - 1,571) - \\ - 0,286 \cdot 0,811^k \sin(2,639k - 1,571).$$

Тактовое время затухания по составляющей, обусловленной доминирующей парой $z_{2,3} = \lambda_1 \pm j\omega_1 = 0,661 \pm j0,704$, с округлением до ближайшего большего целого

$$\tilde{k}_{(2,3)} = \left[\ln 0,05 + \ln c_1 - \ln d_{11(2,3)} \right] / \ln d_{(2,3)} = \\ = (\ln 0,05 + \ln 0,143 - \ln 0,286) / \ln 0,966 = 105,14 \rightarrow 106$$

объективно отражает развитие МЦ во времени (рис. 2).

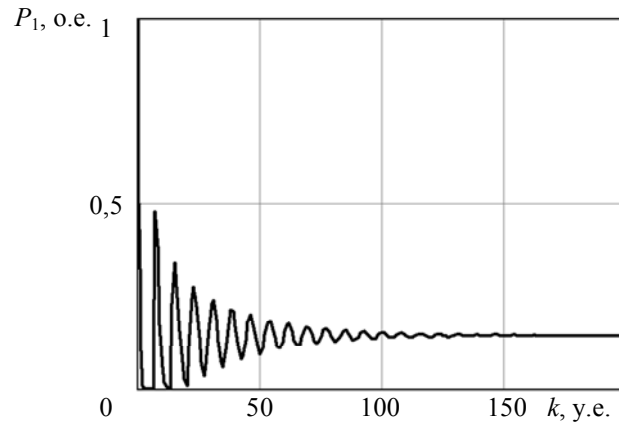


Рис. 2

Простой анализ представленной огибающей функции $P_1(k)$ показывает, что в зависимости от интервала функционирования МЦ использование установившегося значения вероятности $P_1(\infty) = 0,143$ может привести к существенным погрешностям при оценке тех или иных характеристик (показателей пропускной способности, коэффициента технической и/или оперативной готовности и т.д.). При этом очевидно: чем меньше интервал, тем больше ошибка.

В частности, при $k = 0 \text{ — } 10$ среднее значение вероятности $\bar{P}_1(0 \text{ — } 10) = \left[\sum_{k=0}^{10} P_1(k) \right] / 11 = 0,2$ оказывается почти на 40,1 % больше стационарного, а при $k = 0 \text{ — } 100$ оно больше, но только на 6,2 % ($\bar{P}_1(0 \text{ — } 100) = \left[\sum_{k=0}^{100} P_1(k) \right] / 101 = 0,148$).

Для найденных собственных значений $z_1 = 1$, $z_2 = \lambda_1 + j\omega_1 = 0,661 + j0,704$, $z_3 = \lambda_1 - j\omega_1 = 0,661 - j0,704$, $z_4 = \lambda_2 + j\omega_2 = -0,1 + j0,877$, $z_5 = \lambda_2 - j\omega_2 = -0,1 - j0,877$, $z_6 = \lambda_3 + j\omega_3 = -0,711 + j0,39$, $z_7 = \lambda_3 - j\omega_3 = -0,711 - j0,39$ использование первого столбца $\mathbf{A}_1(z)$ присоединенной матрицы $\text{adj}(z\mathbf{E}_7 - \mathbf{P}^T)$, построенного по второй формуле (20), приводит к следующим матрицам собственных векторов и установившегося решения:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0,531 & 0,331 - j0,415 & 0,331 + j0,415 & -0,118 - j0,518 & -0,118 + j0,518 & -0,479 - j0,231 & -0,479 + j0,231 \\ 0,531 & -0,118 - j0,518 & -0,118 + j0,518 & -0,479 + j0,231 & -0,479 - j0,231 & 0,331 + j0,415 & 0,331 - j0,415 \\ 0,531 & -0,479 - j0,231 & -0,479 + j0,231 & 0,331 + j0,415 & 0,331 - j0,415 & -0,118 - j0,518 & -0,118 + j0,518 \\ 0,531 & -0,479 + j0,231 & -0,479 - j0,231 & 0,331 - j0,415 & 0,331 + j0,415 & -0,118 + j0,518 & -0,118 - j0,518 \\ 0,531 & -0,118 + j0,518 & -0,118 - j0,518 & -0,479 - j0,231 & -0,479 + j0,231 & 0,331 - j0,415 & 0,331 + j0,415 \\ 0,531 & 0,331 + j0,415 & 0,331 - j0,415 & -0,118 + j0,518 & -0,118 - j0,518 & -0,479 + j0,231 & -0,479 - j0,231 \\ 0,531 & 0,531 & 0,531 & 0,531 & 0,531 & 0,531 & 0,531 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{VZ}_1\mathbf{V}^{-1} = \begin{bmatrix} 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 \\ 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 \\ 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 \\ 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 \\ 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 \\ 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 \\ 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 & 0,143 \end{bmatrix}.$$

Пример 2. Обоснование требований к эффективности работы ремонтного органа по критерию пригодности по значению вероятности работоспособного состояния. Рассматривается техническая система, граф которой представляет однородную МЦ, изображенную на рис. 3.

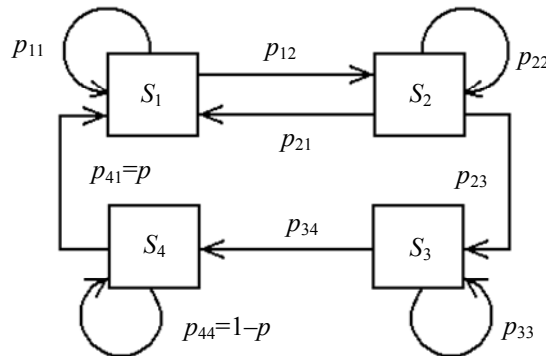


Рис. 3

Работоспособному состоянию системы соответствует S_1 . При поломке система переходит в состояние S_2 с возможностью устранения неисправности своими силами (возврат в состояние S_1). В случае серьезной аварии система эвакуируется (состояние S_3) и при доставке в ремонтный орган восстанавливается (состояние S_4). При этом требуется обосновать величину показателя эффективности восстановления — вероятности $p_{41} = p$ — исходя из заданного значения средней вероятности $\bar{P}_1(0 \dots 10) \geq 0,5$ на интервале функционирования $k = 0 \dots 10$.

В качестве исходных данных заданы МПВ и ВНРВ

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,4 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,1 & 0,4 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0,9 \\ p & 0 & 0 & 1-p \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}(0) = \begin{bmatrix} 0,9 \\ 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix}.$$

Рассматривается вариация параметра $p_{41} = p$ от 0,1 до 0,95. Возьмем для иллюстрации крайние точки. При $p = 0,1$ определяем изображение вероятности (собственные значения: $z_1 = 1, z_2 = 0,717, z_3 = -0,203, z_4 = 0,186$):

$$P_1(z) = \Phi_{11}(z)P_1(0) + \Phi_{14}(z)P_4(0) = \frac{0,9z^3 - 0,98z^2 + 0,169z - 0,008}{(z-1)(z-0,717)(z+0,203)(z-0,186)}.$$

Далее

$$C_1(k) = \left[\frac{0,9z^3 - 0,98z^2 + 0,169z - 0,008}{(z-1)(z+0,203)(z-0,186)} \right]_{z=z_1} z_1^k = c_1 \cdot z_1^k = 0,292 \cdot 1^k = 0,292,$$

$$C_2(k) = \left[\frac{0,9z^3 - 0,98z^2 + 0,169z - 0,008}{(z-1)(z+0,203)(z-0,186)} \right]_{z=z_2} z_2^k = c_2 \cdot z_2^k = 0,426 \cdot 0,717^k,$$

$$C_3(k) = \left[\frac{0,9z^3 - 0,98z^2 + 0,169z - 0,008}{(z-1)(z-0,717)(z-0,186)} \right]_{z=z_3} z_3^k = c_3 \cdot z_3^k = 0,21 \cdot (-0,203)^k,$$

$$C_4(k) = \left[\frac{0,9z^3 - 0,98z^2 + 0,169z - 0,008}{(z-1)(z-0,717)(z+0,203)} \right]_{z=z_4} z_4^k = c_4 \cdot z_4^k = -0,028 \cdot 0,186^k,$$

$$P_1(k) = 0,292 + 0,426 \cdot 0,717^k + 0,21 \cdot (-0,203)^k - 0,028 \cdot 0,186^k.$$

Тактовое время затухания по составляющей, обусловленной доминирующим корнем $z_2 = 0,717$, с округлением до ближайшего большего целого

$$k_+ = (\ln 0,05 + \ln c_1 - \ln c_2) / \ln |z_2| = 10,14 \rightarrow 11.$$

Среднее значение вероятности работоспособного состояния на заданном интервале

$$\bar{P}_1(0-10) = \left[\sum_{k=0}^{10} P_1(k) \right] / 11 = 0,438.$$

Соответственно при $p = 0,95$ собственные значения:

$$z_1 = 1, \quad z_{2,3} = \lambda \pm j\omega = 0,168 \pm j0,505, \quad z_4 = -0,486;$$

$$P_1(z) = \Phi_{11}(z)P_1(0) + \Phi_{14}(z)P_4(0) = \frac{0,9z^3 - 0,13z^2 - 0,001z + 0,0005}{(z-1)(z^2 - 0,336z + 0,283)(z + 0,486)},$$

$$C_1(k) = \left[\frac{0,9z^3 - 0,13z^2 - 0,001z + 0,0005}{(z^2 - 0,336z + 0,283)(z + 0,486)} \right]_{z=z_1} z_1^k = c_1 \cdot z_1^k = 0,547 \cdot 1^k = 0,547,$$

$$d = \sqrt{\lambda^2 + \omega^2} = 0,532, \quad \varphi = \arctg\left(\left|\frac{\omega}{\lambda-1}\right|\right) = 0,545, \quad \varphi_0 = \arctg\left(\frac{\omega}{\lambda}\right) = 1,25,$$

$$\Phi_1^y(z) = \Phi_1(z)(z-z_2)(z-z_3)(z-1) = \frac{0,9z^3 - 0,13z^2 - 0,001z + 0,0005}{z + 0,486},$$

$$\Phi_1^y(\lambda + j\omega) = \Phi_1^y(z) \Big|_{z=\lambda+j\omega} = -0,152 - j0,035, \quad d_1 = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{|-0,152 - j0,035|}{\sqrt{(1-\lambda)^2 + \omega^2}} = 0,318,$$

$$\Delta\varphi_1 = \arg(-0,152 - j0,035) = -2,912, \quad \varphi_1 = \varphi + \Delta\varphi_1 = -2,367,$$

$$\tilde{P}_{2,3}(k) = -d_1 d^k \sin(\varphi_0 k + \varphi_1) = -0,318 \cdot 0,532^k \sin(1,25k - 2,367),$$

$$C_4(k) = \left[\frac{0,9z^3 - 0,13z^2 - 0,001z + 0,0005}{(z-1)(z^2 - 0,336z + 0,283)} \right]_{z=z_4} z_4^k = c_4 \cdot z_4^k = 0,131 \cdot (-0,486)^k,$$

$$P_1(k) = 0,547 - 0,318 \cdot 0,532^k \sin(1,25k - 2,367) + 0,131 \cdot (-0,486)^k.$$

Тактовое время затухания по составляющей, обусловленной доминирующей парой $z_{2,3} = \lambda \pm j\omega = 0,168 \pm j0,505$, с округлением до ближайшего большего целого

$\tilde{k} = (\ln 0,05 + \ln c_1 - \ln d_1) / \ln d = 3,887 \rightarrow 4$. Среднее значение на заданном интервале

$$\bar{P}_1(0-10) = \left[\sum_{k=0}^{10} P_1(k) \right] / 11 = 0,583.$$

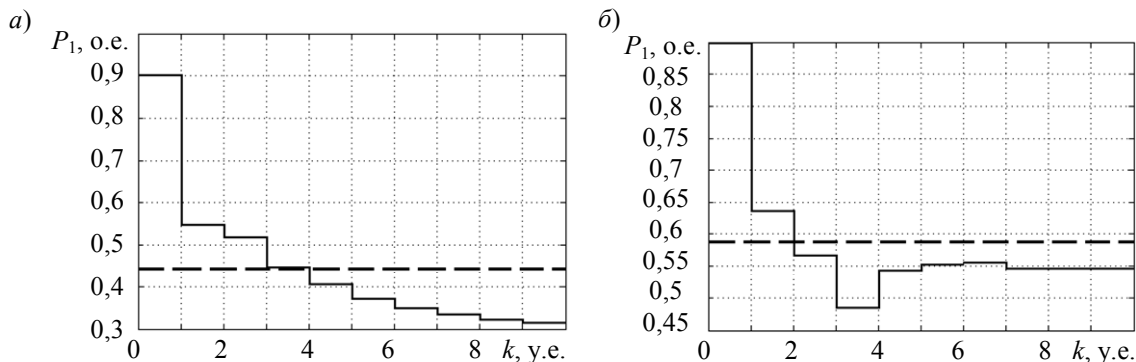


Рис. 4

ских процессах с непрерывным временем для времени установления применяются, как правило, оценки исключительно на основе корней без учета соответствующих констант, дающие весьма грубые результаты [8, 13].

Дополнение к получению установившегося решения позволяет строить матрицу собственных векторов и получать стационарные значения вероятностей с помощью алгоритма разветвления характеристического определителя.

Автор выражает признательность рецензенту за продуктивные замечания, способствовавшие улучшению содержания статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. М.: Сов. радио, 1977. 485 с.
2. Венцель Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. М.: КноРус, 2010. 190 с.
3. Нуммелин Э. Общие неприводимые цепи Маркова и неотрицательные операторы. М.: Мир, 1989. 208 с.
4. Фурман Я. А., Юрьев А. Н., Янишин В. В. Цифровые методы обработки и распознавания бинарных изображений. Красноярск: Изд-во Краснояр. ун-та, 1992. 245 с.
5. Harrison P. G. Transient Behaviour of Queueing Networks // J. Appl. Prob. 1981. Vol. 18, N 2. P. 482—490.
6. Dudin A. N., Karolik A. V. BMAP/SM/1 Queue with Markovian Input of Disasters and Non-instantaneous Recovery // Performance Evaluat. 2001. Vol. 45, N 1. P. 19—32.
7. Dharmaraja S., Rakesh Kumar. Transient solution of a Markovian queueing model with heterogeneous servers and catastrophes // OPSEARCH. 2015. Vol. 52, N 4. P. 810—826.
8. Kumar B. K., Madheshwari S. P., Venkatakrishanan K. S. Transient solution of an M/M/2 queue with heterogeneous servers subject to catastrophes // Intern. J. Inform. Management Sci. 2017. Vol. 18, N 1. P. 63—80.
9. Миллер А. Б., Миллер Б. М., Степанян К. В. Одновременное импульсное и непрерывное управление марковской цепью в непрерывном времени // Автоматика и телемеханика. 2020. № 3. С. 114—131. DOI: 10.31857/S0005231020030071.
10. Вытовтов К. А., Барабанова Е. А. Аналитический метод анализа неоднородных непрерывных марковских процессов с кусочно-постоянными интенсивностями перехода // Автоматика и телемеханика. 2021. № 12. С. 91—104. DOI: 10.31857/S0005231021120060.
11. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления / Пер. с англ. В. Г. Дунаева; под ред. П. И. Попова. М.: Машиностроение, 1986. 448 с.
12. Джюри Э. Импульсные системы автоматического регулирования / Пер. с англ. М. А. Берманта, Ж. Л. Грина. М.: Физматгиз, 1963. 455 с.
13. Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М.: Физматгиз, 1960. 654 с.
14. Теория автоматического управления: Учеб. для вузов по спец. „Автоматика и телемеханика“. В 2-х ч. Ч. I. Теория линейных систем автоматического управления / Н. А. Бабаков, А. А. Воронов, А. А. Воронова и др.; Под ред. А. А. Воронова. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 1986. 367 с.
15. Земсков А. В. Метод получения матрицы передаточных функций на ЭВМ // Изв. вузов. Приборостроение. 1989. Т. 32, № 11. С. 20—22.
16. Земсков В. А., Земсков А. В. Метод определения фундаментальных матриц в непрерывных и дискретных системах автоматического управления и его практические приложения // Аналитическая теория автоматического управления и ее приложения: Тр. междунар. науч. конф. Саратов: СГТУ, 2000. С. 17—20.
17. Golub G. H. & Uhlig F. The QR algorithm: 50 years later – its genesis by John Francis and Vera Kublanovskaya, and subsequent developments // IMA Journal of Numerical Analysis. 2009. Vol. 29, N 3. P. 467—485. ISSN 0272-4979.
18. Земсков А. В. Метод выборочного поиска для собственных векторов матриц и его практические приложения // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1998. Т. 38, № 3. С. 365—375.
19. Bellman R. E. Adaptive Control Processes. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1961. 276 p.

20. Langville A. N., Meyer C. D. *Google's PageRank and beyond: the science of search engine rankings*. Princeton University Press, 2006. 224 p.

Сведения об авторе**Алексей Викторович Земсков**

— д-р техн. наук, профессор; Государственный университет морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова, кафедра математического моделирования и прикладной информатики; профессор;
E-mail: aleksei.zemskov@yandex.ru

Поступила в редакцию 23.06.2023; одобрена после рецензирования 21.08.2023; принята к публикации 27.10.2023.

REFERENCES

1. Tikhonov V.I., Mironov M.A. *Markovskiye protsessy* (Markov Processes), Moscow, 1977, 485 p. (in Russ.)
2. Ventzel E.S. *Issledovaniye operatsiy: zadachi, printsipy, metodologiya* (Operations Research: Objectives, Principles, Methodology), Moscow, 2010, 190 p. (in Russ.)
3. Nummelin E. *General Irreducible Markov Chains and Non-Negative Operators*, Cambridge etc., 1984, 156 p.
4. Furman Ya.A., Yuryev A.N., Yanshin V.V. *Tsifrovyye metody obrabotki i raspoznavaniya binarnykh izobrazheniy* (Digital Methods of Processing and Recognition of Binary Images), Krasnoyarsk, 1992, 245 p. (in Russ.)
5. Harrison P.G. *J. Appl. Prob.*, 1981, no. 2(18), pp. 482–490.
6. Dudin A.N., Karolik A.V. *Performance Evaluat.*, 2001, no. 1(45), pp. 19–32.
7. Dharmaraja S., Rakesh Kumar, *OPSEARCH*, 2015, no. 4(52), pp. 810–826.
8. Kumar B. Krishna, Madheshwari S. Pavai, Venkatakrishnan K.S. *Int. J. Inform. Management Sci.*, 2017, no. 1(18), pp. 63–80.
9. Miller A.B., Miller B.M., and Stepanyan K.V. *Automation and Remote Control*, 2020, no. 3, pp. 469–482, DOI: 10.31857/S0005231020030071.
10. Vytovtov K.A. and Barabanova E.A. *Automation and Remote Control*, 2021, no. 12, pp. 2112–2124, DOI: 10.31857/S0005231021120060.
11. Kuo B.C. *Digital Control Systems*, NY, Chicago, San Francisco, Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1980.
12. Jury E.J. *Sampled-Data Control Systems*, NY, Wiley, London, Chapman and Hall, 1958.
13. Faddeev D.K., Faddeeva V.N. *Vychislitel'nyye metody lineynoy algebrы* (Computational Methods of Linear Algebra), Moscow, 1960, 654 p. (in Russ.)
14. Babakov N.A., Voronov A.A., Voronova A.A. et al. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Ch. I. Teoriya lineynykh sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Theory of Automatic Control. Part I. Theory of Linear Systems of Automatic Control), Moscow, 1986, 367 p. (in Russ.)
15. Zemskov A.V. *Journal of Instrument Engineering*, 1989, no. 11(32), pp. 20–22. (in Russ.)
16. Zemskov V.A., Zemskov A.V. *Analiticheskaya teoriya avtomaticheskogo upravleniya i yeye prilozheniya* (Analytical Theory of Automatic Control and Its Applications), Proceedings of the International Scientific Conference, Saratov, 2000, pp. 17–20. (in Russ.)
17. Golub G.H. & Uhlig F. *IMA Journal of Numerical Analysis*, 2009, no. 3(29), pp. 467–485.
18. Zemskov A.V. *Computational Mathematical and Mathematical Physics*, 1998, no. 3(38), pp. 351–361.
19. Bellman R.E. *Adaptive Control Processes*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1961, 276 p.
20. Langville A.N., Meyer C.D. *Google's PageRank and beyond: the science of search engine rankings*, Princeton University Press, 2006, 224 p.

Data on author**Alexey V. Zemskov**

— Dr. Sci., Professor; Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, Department of Mathematical Modeling and Applied Computer Science; Professor;
E-mail: aleksei.zemskov@yandex.ru

Received 23.06.2023; approved after reviewing 21.08.2023; accepted for publication 27.10.2023.

**АЛГОРИТМ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИНАМИЧЕСКОГО РЕГУЛЯТОРА**

М. Ш. ТА, А. А. ПЫРКИН*

*Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
sonta1805@gmail.com, *pyrkin@itmo.ru*

Аннотация. Для статического объекта управления с переменным параметром решена задача слежения с нулевой ошибкой за детерминированным задающим воздействием. Предложен алгоритм синтеза динамического регулятора, который позволяет выполнять параметризацию генераторов переменных параметров с неизвестной матрицей состояния, в котором решена проблема потенциального деления на ноль.

Ключевые слова: нестационарные системы, динамическая параметризация, геометрический подход, управление по выходу

Благодарности: работа поддержана грантом Президента Российской Федерации № МД-3574.2022.4 и Министерством науки и высшего образования РФ (паспорт госзадания № 2019-0898).

Ссылка для цитирования: Та М. Ш., Пыркин А. А. Алгоритм параметризации нестационарных систем с использованием динамического регулятора // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 12. С. 1050—1059. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-1050-1059.

**PARAMETERIZATION ALGORITHM
FOR NON-STATIONARY SYSTEMS USING A DYNAMIC CONTROLLER**

M. S. Ta, A. A. Pyrkin*

*ITMO University, St. Petersburg, Russia
sonta1805@gmail.com, *pyrkin@itmo.ru*

Abstract. For a static control object with a variable parameter, the problem of tracking a deterministic reference action with zero error has been solved. An algorithm for the synthesis of a dynamic controller is proposed, which allows a parameterization of variable parameter generators with an unknown state matrix, in which the problem of potential division by zero is solved.

Keywords: non-stationary systems, динамическая параметризация, dynamic parameterization, geometric approach, output control

Acknowledgments: the work was supported by a grant from the President of the Russian Federation No. MD-3574.2022.4 and the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (state assignment passport No. 2019-0898).

For citation: Ta M. S., Pyrkin A. A. Parameterization algorithm for non-stationary systems using a dynamic controller. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 12. P. 1050—1059 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-1050-1059.

Введение. Исследование задач управления нестационарными объектами не теряет актуальности, поскольку для большинства современных объектов управления ключевые параметры математической модели зависят от времени или от режима функционирования, что негативно сказывается на показателях качества.

Существует несколько эффективных подходов к параметризации моделей нестационарных параметров. Важно отметить, что для построения модели переменного параметра необходимо задать два вектора постоянных параметров, один из которых определяет матрицу состояния генератора этого параметра, а второй — начальные условия. Например, в статьях

[1—4] допускалось, что матрица состояния точно известна, это справедливо для линейно изменяющихся [1] и полиномиальных параметров [2, 3]. В работе [5] предпринята попытка снять допущение об известности матрицы состояния, однако выдвинуто предположение, что такой нестационарный параметр является коэффициентом при переменной, строго отличной от нуля. В статье [6] решена задача оценивания как матрицы состояния, так и начальных условий, однако для дискретной модели объекта управления, описываемого разностными уравнениями.

Алгоритмы оценивания параметров матрицы состояния могут быть синтезированы с использованием итеративного дифференцирования модели с целью явного выделения искоемых коэффициентов и получения соответствующего регрессионного соотношения при помощи леммы о перестановках [7]. В серии публикаций [8—10] развит метод оценивания вектора начальных условий динамических генераторов, в этих работах также формируется линейное регрессионное соотношение с вектором искоемых параметров и измеряемыми (вычислимыми) сигналами.

В настоящей работе решена задача слежения с нулевой ошибкой за детерминированным задающим воздействием и предложен алгоритм синтеза динамического регулятора, который позволяет выполнять параметризацию генераторов переменных характеристик с неизвестной матрицей состояния, в котором, в отличие от [5], преодолена проблема потенциального деления на нуль.

Постановка задачи. Рассмотрим модель статического объекта управления

$$y(t) = \theta(t)u(t) \quad (1)$$

с выходной регулируемой переменной $y(t) \in R$, управляющим воздействием $u(t) \in R$ и нестационарным параметром, являющимся выходом линейного генератора с переменными состояниями $\xi(t) \in R^n$:

$$\dot{\theta}(t) = h^T \xi(t), \quad \dot{\xi}(t) = \Gamma \xi(t), \quad (2)$$

с некоторыми начальными условиями $\xi(0)$ и параметрами

$$h = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \Gamma_0 + b\gamma^T, \quad \Gamma_0 = \begin{bmatrix} 0 & I_{n-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \gamma = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_n \end{bmatrix},$$

где I_{n-1} — единичная матрица размерности $n-1$, а все элементы вектора γ являются константами, которые могут быть априори неизвестными.

В предположении $\theta(t) \neq 0$, с использованием измерения только выходной переменной $y(t)$ требуется синтезировать закон управления $u(t)$, обеспечивающий выполнение

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - y^*(t)) = 0, \quad (3)$$

где переменная $y^*(t)$ означает желаемое поведение выходной переменной и может быть задана в виде линейного генератора с состоянием $\zeta(t) \in R^m$ и точно определенными значениями параметров $l \in R^m$, $M \in R^{m \times m}$, $\zeta(0) \in R^m$:

$$\dot{y}^*(t) = l^T \zeta(t), \quad \dot{\zeta}(t) = M \zeta(t). \quad (4)$$

Предварительный анализ задачи. Достаточно очевиден выбор закона управления, если известно мгновенное значение параметра $\theta(t)$ в каждый момент времени: $u(t) = \frac{y^*(t)}{\theta(t)}$.

Если параметр $\theta(t)$ заранее неизвестен, но доступны значения элементов вектора параметров γ , то синтез закона управления также не представляет больших трудностей (он описан в публикациях [4, 10]). В самом деле, проинтегрировав уравнение (2), нетрудно найти

$$\xi(t) = e^{\Gamma t} \xi(0),$$

откуда можно получить линейное регрессионное уравнение вида

$$y(t) = \eta^T \phi(t) \quad (5)$$

с вычислимым регрессором $\phi(t) = h^T e^{\Gamma t} u(t)$ и вектором неизвестных параметров $\eta = \xi(0)$. На основе (5) можно получить оценки постоянных параметров вектора η и переменного параметра $\hat{\theta}(t) = h^T e^{\Gamma t} \hat{\eta}$, что позволит синтезировать управление: $u(t) = \frac{y^*(t)}{\hat{\theta}(t)}$.

В случае полной параметрической неопределенности модели параметра $\theta(t)$ даже для статического объекта вида (1) решение неочевидно. В следующем разделе представлен подход, основанный на выборе динамического регулятора, позволяющего оценить неизвестные параметры модели параметра $\theta(t)$ (вектор γ и начальные условия $\xi(0)$), а также определить закон управления $u(t)$, обеспечивающий достижение цели (3).

Параметризация нестационарной модели. Чтобы получить соотношение с вектором параметров γ в явном виде, продифференцируем уравнение (1) n раз. Параметр θ и соответствующие производные будем выражать через вектор состояния генератора $\xi(t)$. Тогда получим соотношения:

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) &= (\dot{u}(t)h^T + u(t)h^T\Gamma)\xi(t), \\ \ddot{y}(t) &= (\ddot{u}(t)h^T + 2\dot{u}(t)h^T\Gamma + u(t)h^T\Gamma^2)\xi(t), \\ &\vdots \\ y^{(n-1)}(t) &= (u^{(n-1)}(t)h^T + (n-1)u^{(n-2)}(t)h^T\Gamma + \dots + u(t)h^T\Gamma^{n-1})\xi(t), \\ y^{(n)}(t) &= (u^{(n)}(t)h^T + nu^{(n-1)}(t)h^T\Gamma + \dots + C_n^k u^{(n-k)}(t)h^T\Gamma^k + \dots + u(t)h^T\Gamma^n)\xi(t), \end{aligned} \quad (6)$$

где в последнем уравнении C_n^k обозначает сочетание из n по k , где $k = \overline{1, n}$, что соответствует коэффициентам разложения бинома Ньютона.

Введем обозначение h_i для вектор-столбца, в котором элемент с номером i равен 1, а все остальные элементы — 0. В силу структуры матриц Γ и h заметим, что

$$h = h_1, \quad h^T\Gamma = h_2^T, \quad h^T\Gamma^{n-1} = h_n, \quad h^T\Gamma^n = \gamma^T.$$

Тогда система (6) примет вид (для удобства опустим аргумент времени):

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \vdots \\ y^{(n-1)} \\ y^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{u} & u & 0 & \cdots & 0 \\ \ddot{u} & 2\dot{u} & u & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u^{(n-1)} & (n-1)u^{(n-2)} & C_{n-1}^2 u^{(n-3)} & \cdots & u \\ u^{(n)} + \gamma_1 u & n u^{(n-1)} + \gamma_2 u & C_n^2 u^{(n-2)} + \gamma_3 u & \cdots & n\dot{u} + \gamma_n u \end{bmatrix} \xi. \quad (7)$$

Выразим вектор ξ из (7) и подставим в (1) с учетом (2):

$$y = u h^T W^{-1} Y, \quad (8)$$

$$W = \begin{bmatrix} \dot{u} & u & 0 & \cdots & 0 \\ \ddot{u} & 2\dot{u} & u & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u^{(n-1)} & (n-1)u^{(n-2)} & C_{n-1}^2 u^{(n-3)} & \cdots & u \\ u^{(n)} + \gamma_1 u & n u^{(n-1)} + \gamma_2 u & C_n^2 u^{(n-2)} + \gamma_3 u & \cdots & n\dot{u} + \gamma_n u \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \vdots \\ y^{(n-1)} \\ y^{(n)} \end{bmatrix}.$$

В результате получим основу для линейного регрессионного соотношения относительно вектора неизвестных параметров γ . Однако (8) содержит недоступные сигналы производных выходной переменной y и управления u .

Утверждение 1. Пусть сигнал управления является выходом динамической системы вида

$$u(t) = h^T \chi(t), \quad \dot{\chi}(t) = \Gamma_0 \chi(t) + b v(t) \quad (9)$$

с начальными условиями $\chi(0)$ и новым управляющим входом $v(t)$. Тогда для системы (1), (2) существует линейное регрессионное соотношение вида

$$z(t) = \gamma^T q(t) \quad (10)$$

с доступными для вычисления функциями времени $z(t) \in R$ и $q(t) \in R^n$.

Доказательство утверждения 1. Благодаря выбору управления в виде (9) можно видеть, что все переменные вектора χ и новый параметр управления v доступны для дальнейшего синтеза, откуда следует, что матрица W зависит от параметров γ и доступных сигналов:

$$W = \begin{bmatrix} \chi_2 & \chi_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \chi_3 & 2\chi_2 & \chi_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \chi_n & (n-1)\chi_{n-1} & C_{n-1}^2 \chi_{n-2} & \cdots & \chi_1 \\ v + \gamma_1 \chi_1 & n \chi_n + \gamma_2 \chi_1 & C_n^2 \chi_{n-1} + \gamma_3 \chi_1 & \cdots & n\chi_2 + \gamma_n \chi_1 \end{bmatrix}.$$

Перепишем (8) в виде

$$\chi_1 h^T (\text{adj} W) Y = y (\det W), \quad (11)$$

Для исключения недоступных производных переменной y в (11) используем линейный стационарный фильтр вида $\frac{1}{(p+\alpha)^n}$, где $p = \frac{d}{dt}$ — оператор дифференцирования, $\alpha > 0$ — настроечный параметр:

$$\frac{1}{(p+\alpha)^n} [\chi_1 h^T (\text{adj} W) Y] = \frac{1}{(p+\alpha)^n} [(\det W) y]. \quad (12)$$

Заметим, что выражение $(\det W)y$ представимо в виде

$$(\det W)y = \gamma^T q_0 + z_0, \quad (13)$$

где $q_0 = q_0(t) \in R^n$ и $z_0 = z_0(t) \in R$ — вычислимые функции времени. В самом деле, вычислив определитель матрицы W поэлементно по нижней строке, легко увидеть соотношение (13). Для определения вида вектор-строки $h^T(\text{adj} W)$ необходимо воспользоваться правилом Крамера, позволяющего вычислить все элементы вектора как определители матрицы, полученной из W путем замены каждой строки на h^T . Пользуясь логикой вычисления определителя, предложенной выше, нетрудно показать, что каждый элемент вектор-строки $\chi_1 h^T(\text{adj} W)$ с номером $i = \overline{1, n}$ имеет вид $\gamma^T q_i + z_i$, где $q_i = q_i(t) \in R^n$ и $z_i = z_i(t) \in R$ — известные функции времени. Также можно заметить, что $q_n = 0$. Таким образом, выражение (12) может быть переписано в виде

$$\frac{1}{(p+\alpha)^n} \left[\begin{array}{c} \gamma^T q_1 + z_1 \\ \vdots \\ \gamma^T q_{n-1} + z_{n-1} \\ z_n \end{array} \right]^T \left[\begin{array}{c} \dot{y} \\ \vdots \\ y^{(n-1)} \\ y^{(n)} \end{array} \right] = \gamma^T \frac{1}{(p+\alpha)^n} [q_0] + \frac{1}{(p+\alpha)^n} [z_0]. \quad (14)$$

Приведя подобные слагаемые, можно получить соотношение вида (10), где

$$z = \frac{1}{(p+\alpha)^n} [z_0] - \frac{1}{(p+\alpha)^n} \left[\sum_{i=1}^n (z_i y^{(i)}) \right], \quad q = \frac{1}{(p+\alpha)^n} \left[\sum_{i=1}^n (q_i y^{(i)}) \right] - \frac{1}{(p+\alpha)^n} [q_0]. \quad (15)$$

Выражения (15) вычислимы благодаря лемме о перестановках (*swapping lemma*) [7].

Фильтр $\frac{1}{(p+\alpha)^n}$ представим в виде $\frac{1}{(p+\alpha)^{n-i}} \frac{1}{(p+\alpha)^i}$. Далее i раз итеративно применим фильтр $\frac{1}{p+\alpha}$ к произведениям $(z_i y^{(i)})$ и $(q_i y^{(i)})$, вынося за пределы действия оператора функции z_i и q_i соответственно. Производные $y^{(i)}$ в результате преобразований будут заменены на вычислимые функции $\frac{p^i}{(p+\alpha)^i} [y]$. Однако необходимо в результате применения

леммы о перестановках дифференцировать выражения z_i и q_i как минимум i раз.

В силу структуры матрицы W и закона управления (9) можно показать, что функции $z_i^{(i)}$ и $q_i^{(i)}$ вычислимы. В самом деле, выражения z_i и q_i являются функциями от производных управления, где старшая производная имеет степень $(n-i)$, что может быть установлено при вычислении этих функций с помощью правила Крамера. Поскольку закон управления (9) позволяет использовать n производных от управляющего воздействия u , то можно заключить, что утверждение доказано. ■

С целью иллюстрации применения Утверждения 1 рассмотрим частные случаи выражения (12) для различных n . Для $n=1$ имеем скалярную матрицу $W_1 := W|_{n=1} = v + \gamma_1 \chi_1$, как следствие, (12) примет вид

$$\frac{1}{p+\alpha} [\chi_1 \dot{y}] = \frac{1}{p+\alpha} [(v + \gamma_1 \chi_1) y],$$

откуда с использованием леммы о перестановках получим соотношение вида

$$\chi_1 \frac{p}{p+\alpha} [y] - \frac{1}{p+\alpha} \left[v \frac{p}{p+\alpha} [y] \right] - \frac{1}{p+\alpha} [y v] = \gamma_1 \frac{1}{p+\alpha} [\chi_1 y],$$

что соответствует (10). Для $n = 2$ задача усложняется видом матрицы W :

$$W_2 := W|_{n=2} = \begin{bmatrix} \chi_2 & \chi_1 \\ v + \gamma_1 \chi_1 & 2\chi_2 + \gamma_2 \chi_1 \end{bmatrix}, \quad \text{adj} W_2 = \begin{bmatrix} 2\chi_2 + \gamma_2 \chi_1 & -\chi_1 \\ -v - \gamma_1 \chi_1 & \chi_2 \end{bmatrix},$$

$$\det W_2 = 2\chi_2^2 - v\chi_1 - \gamma_1 \chi_1^2 + \gamma_2 \chi_1 \chi_2.$$

Выражение (12) представим в виде

$$\frac{1}{(p+\alpha)^2} \left[2\chi_1 \chi_2 \dot{y} + \gamma_2 \chi_1^2 \dot{y} - \chi_1^2 \ddot{y} \right] = \frac{1}{(p+\alpha)^2} \left[y \left(2\chi_2^2 - v\chi_1 - \gamma_1 \chi_1^2 + \gamma_2 \chi_1 \chi_2 \right) \right]. \quad (16)$$

Нетрудно видеть, что с использованием леммы о перестановках правая часть (12) может быть преобразована в виде суммы компонентов выражения (16), покажем это также для левой части, рассмотрев все слагаемые без учета постоянных коэффициентов, которые могут быть вынесены за пределы действия линейного оператора:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(p+\alpha)^2} [\chi_1 \chi_2 \dot{y}] &= \frac{1}{p+\alpha} \left[\chi_1 \chi_2 \frac{p}{p+\alpha} [y] - \frac{1}{p+\alpha} \left[(\chi_2^2 + \chi_1 v) \frac{p}{p+\alpha} [y] \right] \right], \\ \frac{1}{(p+\alpha)^2} [\chi_1^2 \dot{y}] &= \frac{1}{p+\alpha} \left[\chi_1^2 \frac{p}{p+\alpha} [y] - \frac{1}{p+\alpha} \left[2\chi_1 \chi_2 \frac{p}{p+\alpha} [y] \right] \right], \\ \frac{1}{(p+\alpha)^2} [\chi_1^2 \ddot{y}] &= \frac{1}{p+\alpha} \left[\chi_1^2 \frac{p^2}{p+\alpha} [y] - \frac{1}{p+\alpha} \left[2\chi_1 \chi_2 \frac{p^2}{p+\alpha} [y] \right] \right] = \\ &= \chi_1^2 \frac{p^2}{(p+\alpha)^2} [y] - 4 \frac{1}{p+\alpha} \left[\chi_1 \chi_2 \frac{p^2}{(p+\alpha)^2} [y] \right] + 2 \frac{1}{(p+\alpha)^2} \left[(\chi_2^2 + \chi_1 v) \frac{p^2}{(p+\alpha)^2} [y] \right], \end{aligned}$$

Выражение (12) соответствует (10), где все функции вычислимы:

$$\begin{aligned} z &= \frac{1}{(p+\alpha)^2} \left[2\chi_2^2 y - v\chi_1 y \right] - 2 \frac{1}{p+\alpha} \left[\chi_1 \chi_2 \frac{p}{p+\alpha} [y] - \frac{1}{p+\alpha} \left[(\chi_2^2 + \chi_1 v) \frac{p}{p+\alpha} [y] \right] \right] + \\ &\quad \chi_1^2 \frac{p^2}{(p+\alpha)^2} [y] - 4 \frac{1}{p+\alpha} \left[\chi_1 \chi_2 \frac{p^2}{(p+\alpha)^2} [y] \right] + 2 \frac{1}{(p+\alpha)^2} \left[(\chi_2^2 + \chi_1 v) \frac{p^2}{(p+\alpha)^2} [y] \right], \\ q_1 &= \frac{1}{(p+\alpha)^2} [\chi_1^2 y], \quad q_2 = \frac{1}{p+\alpha} \left[\chi_1^2 \frac{p}{p+\alpha} [y] - \frac{1}{p+\alpha} \left[2\chi_1 \chi_2 \frac{p}{p+\alpha} [y] \right] \right] - \frac{1}{(p+\alpha)^2} [\chi_1 \chi_2 y]. \end{aligned}$$

Синтез наблюдателя нестационарного параметра и производных выхода. На первом шаге благодаря Утверждению 1 имеем линейное регрессионное уравнение (10), на основе которого может быть сформирован вектор оценок $\hat{\gamma}(t)$, стремящийся асимптотически или за конечное время к параметрам вектора γ . Для этого необходимо воспользоваться, например, методом наименьших квадратов [11], методом градиентного спуска [11] или методом динамического расширения и смешивания регрессора (DREM) [12]. В настоящей статье будем считать, что для синтеза доступен вектор $\hat{\gamma}(t) = \gamma + \varepsilon_t$, где ε_t является обобщенным обозначением функции времени, экспоненциально стремящейся к нулю.

На втором шаге благодаря соотношению (5) может быть сформирован вектор оценок $\hat{\eta}(t) = \xi(0) + \varepsilon_t$. Следовательно, можно синтезировать наблюдатель переменных состояния генератора нестационарного параметра

$$\hat{\xi}(t) = e^{(\Gamma_0 + b\hat{\gamma}^T)t} \hat{\eta}(t), \quad (17)$$

для которого нетрудно установить, что $\hat{\xi}(t) = \xi(t) + \varepsilon_t$.

На третьем шаге на основе (7) можно построить наблюдатель $(n-1)$ производных выходной переменной $y(t)$:

$$\begin{bmatrix} \hat{y} \\ \dot{\hat{y}} \\ \vdots \\ \hat{y}^{(n-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_2 & \chi_1 & 0 & \dots & 0 \\ \chi_3 & 2\chi_2 & \chi_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \chi_n & (n-1)\chi_{n-1} & C_{n-1}^2 \chi_{n-2} & \dots & \chi_1 \end{bmatrix} \hat{\xi}(t), \quad (18)$$

где можно показать экспоненциальный характер сходимости к нулю ошибок оценивания для (18), а именно $\hat{y}^{(l)} - y^{(l)} = \varepsilon_t$, $l = \overline{1, (n-1)}$.

Синтез закона управления. Напомним, что закон управления $u(t)$ задан выражением (9), в котором требуется доопределить сигнал $v(t)$, обеспечивающий достижение цели (3). Введем в рассмотрение переменную ошибки слежения $e(t) = y(t) - y^*(t)$ и запишем выражения для ее производной степени n :

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \vdots \\ e^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \vdots \\ y^{(n)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{y}^* \\ \vdots \\ y^{*(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \vdots \\ y^{(n)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l^T M \zeta \\ \vdots \\ l^T M^n \zeta \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Для $e^{(n)}$ с учетом (7) имеем:

$$e^{(n)} = g^T \xi - l^T M^n \zeta + \xi_1 v, \quad (20)$$

где $g = g(\gamma) = [\gamma_1 \chi_1 \quad n \chi_n + \gamma_2 \chi_1 \quad C_n^2 \chi_{n-1} + \gamma_3 \chi_1 \quad \dots \quad n \chi_2 + \gamma_n \chi_1]^T$.

Утверждение 2. Реализуемый закон управления (9) обеспечивает выполнение цели (3), если функция $v(t)$ вычислена по формуле

$$v(t) = \beta^{-1} \left(-g(\hat{\gamma})^T \hat{\xi} + l^T M^n \zeta - L^T \hat{\sigma} \right), \quad (21)$$

наблюдатели $\hat{\gamma}$, $\hat{\xi}$ определены в предыдущем разделе, функции $\hat{\sigma}$ и β :

$$\hat{\sigma} = \begin{bmatrix} y \\ \hat{y} \\ \vdots \\ \hat{y}^{(n-1)} \end{bmatrix} - l^T \begin{bmatrix} I \\ M \\ \vdots \\ M^{n-1} \end{bmatrix} \zeta, \quad \beta = \begin{cases} \hat{\xi}_1, & \text{если } |\hat{\xi}_1| \geq \rho, \\ \rho, & \text{если } |\hat{\xi}_1| < \rho \end{cases} \quad (22)$$

для некоторого $\rho > 0$, а вектор L соответствует коэффициентам гурвицева полинома $\ell(p)$ степени n :

$$\ell(p) = p^n + \ell_0(p) = p^n + L^T \begin{bmatrix} 1 \\ p \\ \vdots \\ p^{n-1} \end{bmatrix}.$$

Доказательство Утверждения 2. Оценки $\hat{\gamma}$, $\hat{\xi}$ могут быть представлены как сумма наблюдаемого параметра и сигнала соответственно и экспоненциально затухающей функции времени ε_t , а функция $\hat{\sigma}$ означает оценку вектора $\text{col}(e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})$:

$$\hat{\sigma} = \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \\ \vdots \\ e^{(n-1)} \end{bmatrix} + \varepsilon_t = \begin{bmatrix} 1 \\ p \\ \vdots \\ p^{n-1} \end{bmatrix} e(t) + \varepsilon_t.$$

Следовательно, для (21) можно показать

$$v(t) = \beta^{-1} \left(-g(\gamma)^T \xi + l^T M^n \zeta - \ell_0^T(p) e(t) \right) + \varepsilon_t, \quad \beta = \xi_1 + \varepsilon_t.$$

Тогда (20) примет вид

$$p^n e(t) = -\ell_0^T(p) e(t) + \varepsilon_t, \quad \text{или} \quad \ell(p) e(t) = \varepsilon_t,$$

откуда следует экспоненциальное стремление к нулю переменной $e(t)$. ■

Пример численного моделирования. Рассмотрим объект (1), (2) и задающее воздействие (4) с параметрами

$$n = m = 3, \quad \gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \xi(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0,5 \end{bmatrix}, \quad l = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \zeta(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Алгоритмы оценивания $\hat{\gamma}$ и $\hat{\eta}$ выбраны с помощью метода DREM для декомпозиции векторных регрессионных уравнений (10) и (5) на скалярные регрессионные уравнения с теми же параметрами [12].

Размерность регрессора в уравнении (10) для числового примера равна 1, и алгоритм оценивания $\hat{\gamma}$ выбран в виде

$$\dot{\hat{\gamma}}(t) = k_\gamma q(t) (z(t) - q(t) \hat{\gamma}(t)), \quad k_\gamma = 10.$$

Размерность регрессора в уравнении (5) для числового примера равна 3. Согласно методу DREM выбраны два оператора запаздывания $\tau_1 = 0,2$ и $\tau_2 = 0,4$ и масштабирующий коэффициент $\mu = 2$ для получения матричного регрессионного уравнения вида

$$Y(t) = \Phi(t) \eta, \quad Y(t) = \mu \begin{bmatrix} y(t) \\ y(t - \tau_1) \\ y(t - \tau_2) \end{bmatrix}, \quad \Phi(t) = \mu \begin{bmatrix} \phi^T(t) \\ \phi^T(t - \tau_1) \\ \phi^T(t - \tau_2) \end{bmatrix},$$

на основе которого формируется алгоритм оценивания параметров η :

$$\dot{\hat{\eta}}(t) = k_\eta \Delta(t) (\varpi(t) - \Delta(t) \hat{\eta}(t)), \quad \Delta = \det \Phi, \quad \varpi = (\text{adj} \Phi) Y, \quad k_\eta = 0,3.$$

На рис. 1 представлены результаты моделирования алгоритма управления (21), (22) с адаптивными наблюдателями (17), (18), где оценки $\hat{\gamma}$ и $\hat{\eta}$ синтезируются последовательно с

помощью регрессионных моделей (10) и (5); рис. 1 — нормы ошибок оценивания параметров γ и $\eta = \xi(0)$, рис. 2 — ошибки оценивания параметра $\theta(t)$ и регулирования $e(t)$.

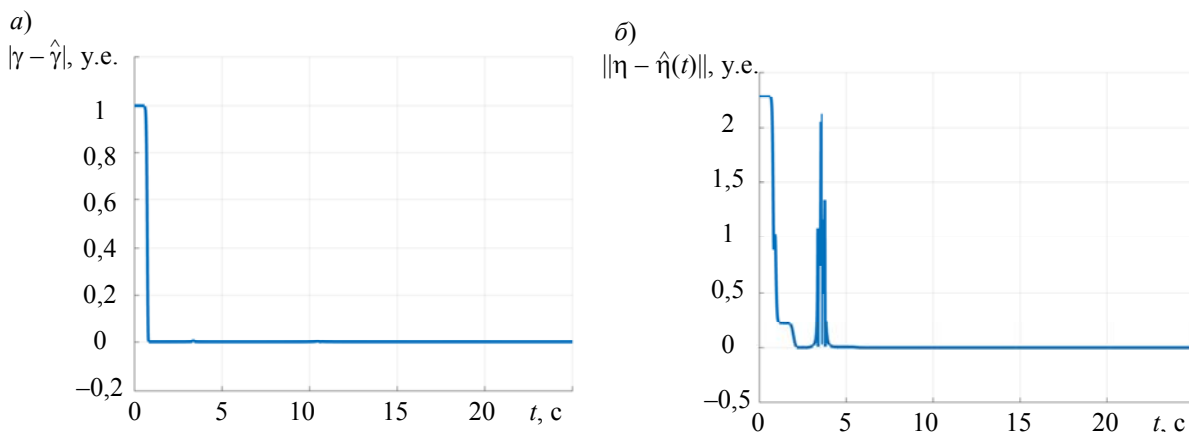


Рис. 1

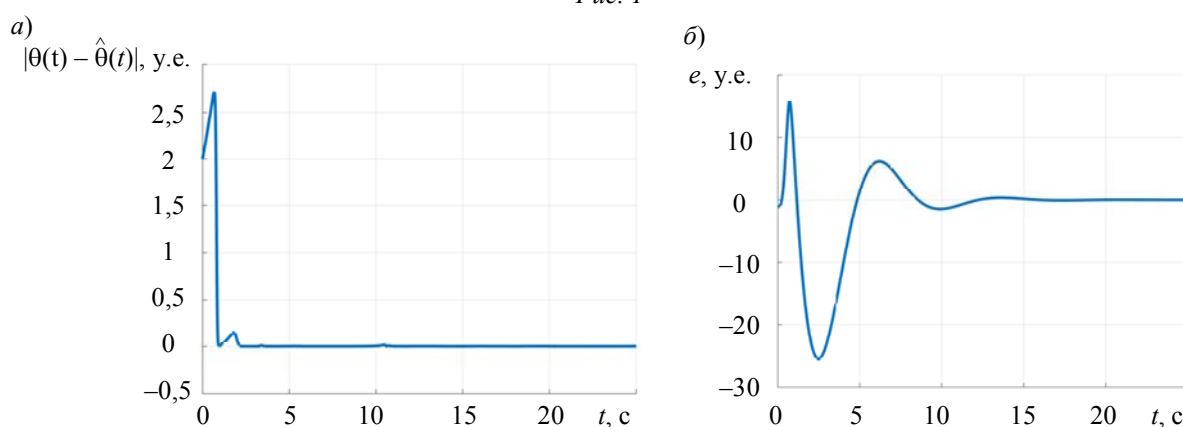


Рис. 2

Заключение. В статье предложен алгоритм синтеза законов адаптивного управления нестационарными объектами с неопределенностями, развивающий метод внутренней модели. Рассмотрен статический объект управления для того, чтобы подробно показать методику синтеза регулятора. Более общие случаи произвольного динамического порядка будут рассмотрены в последующих работах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ле В. Т., Коротина М. М., Бобцов А. А., Арановский С. В., Во К. Д. Идентификация линейно изменяющихся во времени параметров нестационарных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 5. С. 259—265.
2. Данг Б., Пыркин А. А., Бобцов А. А., Ведяков А. А. Идентификация полиномиальных параметров нестационарных линейных систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 6. С. 459—468.
3. Данг Х. Б., Пыркин А. А., Бобцов А. А., Ведяков А. А., Низовцев С. И. Синтез адаптивных наблюдателей по выходу для линейных нестационарных систем с полиномиальными параметрами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2021. Т. 22, № 8. С. 404—410.
4. Pyrkina A., Bobtsov A., Ortega R., Isidori A. An adaptive observer for uncertain linear time-varying systems with unknown additive perturbations // Automatica. 2023. Vol. 147. P. 110677.
5. Пыркин А. А., Бобцов А. А., Нгуен Х. Т. Алгоритм адаптивного оценивания параметров для класса нелинейных нестационарных систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 4. С. 266—275.
6. Pyrkina A., Ta M. S., Nguyen Q. C., Sinetova M. Adaptive observer design for time-varying systems with relaxed excitation conditions // IFAC-PapersOnLine. 2022. Vol. 55, N 12. P. 312—317.

7. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aranovskiy S. Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing // *Systems & Control Letters*. 2019. Vol. 133. P. 104519.
8. Ortega R., Bobtsov A., Pyrkin A., Aranovskiy S. A parameter estimation approach to state observation of nonlinear systems // *Systems & Control Letters*. 2015. Vol. 85. P. 84–94.
9. Ortega R., Bobtsov A., Dochain D., Nikolaev N. State observers for reaction systems with improved convergence rates // *Journal of Process Control*. 2019. Vol. 83. P. 53–62.
10. Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D. Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical-biological reactors // *Automatica*. 2021. Vol. 129. P. 109635.
11. Льюнг Л. Идентификация систем: Теория для пользователя. М.: Наука, 1991. 432 с.
12. Ortega R., Aranovskiy S., Pyrkin A. A., Astolfi A., Bobtsov A. A. New results on parameter estimation via dynamic regressor extension and mixing: Continuous and discrete-time cases // *IEEE Transact. on Automatic Control*. 2020. Vol. 66, N 5. P. 2265–2272.

Сведения об авторах**Минь Шон Та**— Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники;
E-mail: sonta1805@gmail.com**Антон Александрович Пыркин**

— д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: pyrkin@itmo.ru

Поступила в редакцию 03.07.2023; одобрена после рецензирования 12.07.2023; принята к публикации 27.10.2023.

REFERENCES

1. Le V.T., Korotina M.M., Bobtsov A.A., Aranovskiy S.V., Vo Q.D. *Mechatronics, Automation, Control*, 2019, no. 5(20), pp. 259–265. (in Russ.)
2. Dung Kh.B., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Vedyakov A.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2021, no. 6(64), pp. 459–468. (in Russ.)
3. Dung Kh.B., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Vedyakov A.A., Nizovtsev S.I. *Mechatronics, Automation, Control*, 2021, no. 8(22), pp. 404–410. (in Russ.)
4. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Isidori A. *Automatica*, 2023, vol. 147, pp. 110677.
5. Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Nguen K.T. *Journal of Instrument Engineering*, 2023, no. 4(66), pp. 266–275. (in Russ.)
6. Pyrkin A., Ta M.S., Nguen Q.C., Sinetova M. *IFAC-PapersOnLine*, 2022, no. 12(55), pp. 312–317.
7. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aranovskiy S. *Systems & Control Letters*, 2019, vol. 133, pp. 104519.
8. Ortega R., Bobtsov A., Pyrkin A., Aranovskiy S. *Systems & Control Letters*, 2015, vol. 85, pp. 84–94.
9. Ortega R., Bobtsov A., Dochain D., Nikolaev N. *Journal of Process Control*, 2019, vol. 83, pp. 53–62.
10. Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D. *Automatica*, 2021, vol. 129, pp. 109635.
11. Ljung L. *System Identification, Theory for the User*, NJ, PTR Prentice Hall, 1987.
12. Ortega R., Aranovskiy S., Pyrkin A.A., Astolfi A., Bobtsov A.A. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, no. 5(66), pp. 2265–2272.

Data on authors**Minh Shon Ta**— ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics;
E-mail: sonta1805@gmail.com**Anton A. Pyrkin**— Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics;
E-mail: pyrkin@itmo.ru

Received 03.07.2023; approved after reviewing 12.07.2023; accepted for publication 27.10.2023.

**ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИКИ
МАТЕРИАЛОВ, ИЗДЕЛИЙ, ВЕЩЕСТВ И ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ**

**INSTRUMENTS AND METHODS FOR MONITORING AND DIAGNOSING
MATERIALS, PRODUCTS, SUBSTANCES AND THE NATURAL ENVIRONMENT**

УДК 921.01
DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-1060-1066

ОЦЕНКА ТВЕРДОСТИ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ИСПЫТАНИИ НА ИЗНОС МЕТОДОМ ХОРДЫ

Л. В. ЕФРЕМОВ^{1*}, А. В. ТИКАЛОВ²

¹ *Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия*

^{*} *levlefr@mail.ru*

² *Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия*

Аннотация. Предложен метод оценки твердости материалов путем испытаний их образцов на износ методом хорды („block-on-ring“). В его основу положены принципы определения твердости на стационарных твердомерах и результаты ранее выполненного анализа корреляционной зависимости твердости по Моосу от износостойкости материалов. Такие зависимости получены путем измерений хорды сегмента износа, обусловленного врезанием диска в плоский образец, для выборочной совокупности материалов в широком диапазоне значений твердости.

Ключевые слова: износ, износостойкость, образец, оценка, сегмент, тестирование, трение, хорда, block-on-ring

Ссылка для цитирования: Ефремов Л. В., Тикалов А. В. Оценка твердости материалов при испытании на износ методом хорды // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 12. С. 1060—1066. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-1060-1066.

EVALUATION OF MATERIAL HARDNESS USING WEAR TESTING BY CHORD METHOD

L. V. Efremov^{1*}, A. V. Tikalov²

¹ *Institute for Problems in Mechanical Engineering of the RAS, St. Petersburg, Russia*

^{*} *levlefr@mail.ru*

² *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia*

Abstract. A new method for assessing the hardness of materials by testing their samples for wear by the chord method („block-on-ring“) is proposed. It is based on the principles of determining hardness with stationary hardness testers and results of a previously performed analysis of the correlation dependence of Mohs hardness on the material resistance to wear. Such dependencies are obtained by measuring the wear segment chord from cutting a disk into a flat sample for a selective set of materials in a wide range of hardness.

Keywords: wear, wear resistance, sample, evaluation, segment, testing, friction, chord, block-on-ring

For citation: Efremov L. V., Tikalov A. V. Evaluation of material hardness using wear testing by chord method. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 12. P. 1060—1066 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-1060-1066.

В последнее время износостойкость материалов активно оценивается с помощью метода хорды „block-on-ring“ [1]. В настоящей работе рассматривается применение этого метода

для трибометра СМЦ-2 [2] с узлом трения, состоящим из кольца или диска диаметром $D = 50$ мм и прямоугольного бруска (блока) шириной $H = 10$ мм. На брусок действует постоянная сила $F = 200$ Н, а кольцо вращается с частотой $n = 100$ об/мин. За время сеанса испытаний $t = 10$ мин кольцо врезается в плоскую поверхность бруска, образуя объемный износ W (мм³) в виде сегмента с хордой L (мм). При этом кольцо совершает $C = n \cdot t = 1000$ циклов вращения и проходит путь $S = \pi D C = 157\,079,6$ мм относительно образца.

На рис. 1, а представлена схема вырезания лунки на поверхности плоского бруска (h — глубина сегмента при угле хорды ϕ); на рис. 1, б приведены фотографии исследуемых брусков, выполненных из различных материалов. Хорда является основным диагностическим параметром испытаний, от которого зависят все остальные параметры, приведем формулы их расчета (для указанных выше значений D , H , F , n и t) с приемлемой погрешностью менее 3 % для испытаний при граничном трении [3]:

— путь трения

$$S = \pi D n t = \pi D C = 157\,079,6 \text{ мм}; \quad (1)$$

— линейный износ

$$h = L^2 / (6 D) = L^2 / 300 \text{ мм}; \quad (2)$$

— пятно контакта

$$B = L H = 10 L \text{ мм}^2; \quad (3)$$

— удельное давление

$$P = F / B = F / (L H) = \frac{20}{L} \text{ МПа}; \quad (4)$$

— объемный износ

$$W = L^3 H / (6 D) = h L H = h B = 0,033 L^3 \text{ мм}^3; \quad (5)$$

— объемная износостойкость

$$\varepsilon_w = F S / W = F 6 \pi D^2 C / (1000 L^3 H) = 9,42 \cdot 10^5 / L^3 \text{ Нм} / \text{мм}^3; \quad (6)$$

— линейная износостойкость

$$\varepsilon_L = S / h = 1000 \varepsilon_w / P = 4,71 \cdot 10^7 / L^2 \text{ мм} / \text{мм}. \quad (7)$$

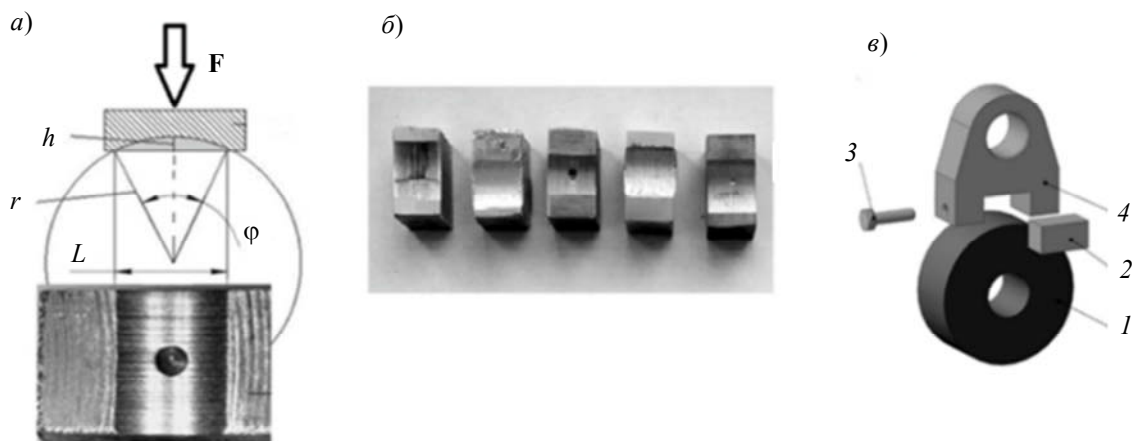


Рис. 1

Поставленная в настоящей работе задача сводится к обоснованию корреляционных зависимостей твердости по шкале Мооса θ от указанных в формулах (1)—(7) параметров, полученных путем испытаний на износ ряда материалов [4].

Испытания материалов на износ методом хорды выполнялась при следующих условиях,

Условие № 1. Спроектировать, изготовить и установить на трибометр СМЦ-2 пару трения по эскизу рис. 1, в, где исследуемый брусок 2 размещается в держателе специальном 4 и

фиксируется винтом стопорным 3. При этом брусок (длиной 20 и шириной 10 мм) опирается на диск 1 (диаметром 50 мм и высотой 25 мм) под нагрузкой $F = 200$ Н. Твердость материала диска должна быть больше, чем у бруска.

Условие № 2. Обеспечить работу этого устройства для двух вариантов скольжения: при граничном и абразивном трении. Граничное трение создается за счет погружения нижней части диска в ванну, наполненную маслом, при гладких контактных поверхностях диска и бруска (рис. 2, а). Сухое абразивное трение обеспечивается наклеиванием на диск мелкозернистой абразивной шкурки с размером зерна 25 мкм (рис. 2, б; 1 — брусок, 2 — диск, 3 — масло, 4 — шкурка).

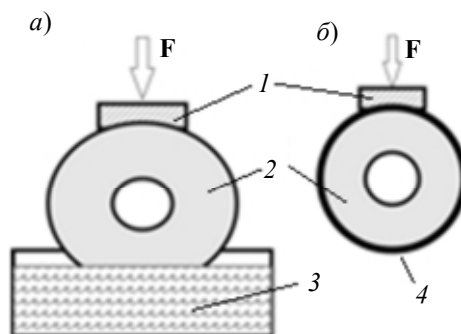


Рис. 2

Условие № 3. Провести испытания на износ ряда образцов материалов при граничном и абразивном трении с соблюдением принципа неизменности стандартного режима испытаний: $D = 50$ мм, $H = 10$ мм, $F = 200$ Н, $n = 100$ об/мин, $t = 10$ мин и $C = 1000$ циклов. Выбрать материалы с показателем твердости HB от 20 до 1000 МПа.

Условие № 4. Измеряемым параметром испытаний принять размер хорды L , который позволяет рассчитать значения S , h , B , P , W , ε_L и ε_W каждого образца по формулам (1)–(7). При изучении абразивного трения применяются те же формулы, но при $L \approx L_a / 3$ (где L_a — фактической размер хорды).

Результаты определения хорды и остальных параметров испытаний при граничном трении для восьми материалов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты испытаний и расчет параметров по формулам (1)–(7)

Материал	L , мм	h , мм	P , Н/мм ²	ε_L , мм/мм	ε_W , Нм/мм ³	θ	HB, МПа
Олово О1	12,1	0,466	1,653	321862	532	1,8	23
Алюминий 1	4,1	0,056	4,878	2797864	13648	3,1	93
Алюминий 2	4,33	0,062	4,619	2518072	11631	3,02	87
Медь МЗр	4,1	0,056	4,878	2803325	13675	3,1	92
Сталь 40	2,53	0,021	7,905	7362072	58198	3,95	172
Сталь 08Х	1,5	0,007	13,333	20943951	279253	5,13	338
Сплав ВК	1,11	0,004	18,018	38246806	689132	5,96	495
Керамика	0,63	0,001	31,746	118729881	3769203	7,92	1000

Значения твердости по шкалам Мооса (θ) и Бринелля (HB) вычислены по обоснованным ниже корреляционным зависимостям от параметров испытаний (расчет выполнен для самого твердого материала с хордой $L = 0,63$ мм):

$$\theta(L) = 6,26 / \sqrt{L}, \quad (8)$$

$\theta(0,63) = 7,912$ — рассчитанное значение на 0,10 % меньше экспериментально полученного (7,92);

$$\theta(P) = 1,4 \sqrt{P}, \quad (9)$$

$\theta(32) = 7,92$ — рассчитанное значение совпадает с экспериментально полученным;

$$\theta(\varepsilon_L) = 0,075\sqrt[4]{\varepsilon_L}, \quad (10)$$

$\theta(1,187 \cdot 10^8) = 7,83$ — рассчитанное значение на 1,14 % меньше экспериментально полученного (7,92);

$$\theta(\varepsilon_W) = 0,632\sqrt[6]{\varepsilon_W}, \quad (11)$$

$\theta(3,77 \cdot 10^6) = 7,88$ — рассчитанное значение на 0,51 % меньше экспериментально полученного (7,92);

$$HB(\varepsilon_L) = 7 \cdot 10^{-3} \varepsilon_L^{0,639}, \quad (12)$$

$HB(1,187 \cdot 10^8) = 1011$ — рассчитанное значение на 1,1 % больше экспериментально полученного (1000);

$$HB(\theta) = 5\theta^{2,56}, \quad (13)$$

$HB(7,92) = 999$ — рассчитанное значение на 0,10 % меньше экспериментально полученного (1000).

Как видно из (8)–(13), все функции твердости материала являются степенными типа $\theta(X) = aX^b$. При этом аргументы X , определенные экспериментальным путем, нам известны и представлены в табл. 1. Это позволяет перейти к обоснованию функции $\theta(X)$ для соответствующих материалов с учетом зависимости уровня твердости по шкале Мооса от вида материала [5]. Они приведены в табл. 2,

Таблица 2

Уровень твердости по Моосу

Материал	θ	Материал	θ	Материал	θ
Алмаз	10	Медь	3	Магний	2,1
Хром	9	Алюминий	2,9	Олово	1,8
Вольфрам	7	Серебро	2,7	Свинец	1,6
Никель	5	Цинк	2,5	Калий	0,6
Платина	4,3	Золото	2,6	Натрий	0,4
Железо	4	Кальций	2,2		

Решим эту задачу методом наименьших квадратов (МНК) на примере обоснования функции (8) в редакторе Mathcad. Решение состоит из ряда операций.

Операция 1. Составить матрицу исходных данных ρ , состоящую из зависимых и независимых векторов. К зависимым относится вектор ρ^0 (функция) уровня твердости по Моосу θ . Независимые векторы ρ^2 — ρ^5 являются аргументами функции L , ε_L , P и ε_W , для каждого из которых обосновывается соответствующая функция [6].

ρ^0	ρ^1	ρ^2	ρ^3	ρ^4	ρ^5
θ	HB, МПа	L , мм	ε_L , мм/мм	P , Н/мм ²	ε_W , Н·м/мм ³
1,8	20	12,6	321862	1,653	532
3,0	100	4,1	2797864	4,878	13648
4,0	200	2,53	7362072	7,905	58198
5,0	300	1,5	20943951	13,333	279253
6,0	500	1,11	38246806	18,018	689132
8,0	1000	0,63	118729881	31,746	3769203

Операция 2. Поскольку все функции являются степенными, то сначала надо перевести в линейную функцию их логарифмы (логарифмическая анаморфоза), а затем найти параметры степенной функции a и b . Операция показана для векторов ρ^2 (хорда L) и ρ^0 (твердость по Моосу θ).

Логарифмическая анаморфоза степенной функции:

$$X = \log(\rho^2) \quad Y = \log(\rho^0).$$

Операция 3. Задача оценки параметров линейной функции $Y(X)$ решается МНК с помощью оператора $\text{line}(X, Y)$ в редакторе Mathcad с последующей оценкой $a = 10^{0,8} = 6,26$ и $b = -0,5$.

Оценка постоянных уравнения регрессии:

$$\text{line}(X, Y) = \begin{pmatrix} 0,8 \\ -0,5 \end{pmatrix}; \quad a = 10^{0,8} = 6,26; \quad b = -0,5.$$

Операция 4. Запись вида функции $\theta(L)$, полученной с высоким коэффициентом корреляции corr .

Регистрация функции $\theta(L)$:

$$\theta(L) = \frac{6,26}{\sqrt{L}}; \quad \text{corr}(\theta(\rho^2), \rho^0) = -1.$$

Операция 5. Преобразование функции $\theta(\varepsilon_W)$ для объемной износостойкости ε_W . Здесь показана взаимосвязь всех функций $\theta(X)$ для каждого исследуемого материала на примере доказательства получения функции $\theta(L)$ для хорды L .

Второй вариант обоснования функции $\theta(L)$:

$$\theta(\varepsilon_W) = 0,632 \sqrt[6]{\frac{6\pi F D^2 C}{H L^3 10^3}} = \frac{6,26}{\sqrt[6]{L^3}} \rightarrow \frac{6,26}{\sqrt{L}} = \theta(L).$$

В заключение следует отметить, что функция (13) для твердости по Бринеллю $\text{HB}(\theta)$ получена тем же МНК, но для векторов $\rho^1 - \rho^0$.

На основании приведенного выше обоснования нового метода представляется целесообразным представить основные рекомендации по его использованию. Прежде всего следует выполнить условия № 1 и 2 по конструкции и видам пар граничного и абразивного трения. Это относится как к испытаниям одного конкретного материала, так и к серии испытаний образцов по мере совершенствования технологии его создания.

Важнейшим правилом оценки твердости исследуемого материала с приемлемой достоверностью является соблюдение условия № 3 о неизменности стандартного режима испытаний. При этом допускается устанавливать частоту и время испытаний исходя из принципа $C = nt = 1000$ циклов, например $n = 100$ об/мин и $t = 10$ мин или $n = 200$ об/мин и $t = 5$ мин.

Для расчета трибологических параметров, зависящих от длины хорды L , рекомендуется составить простую программу в редакторе EXCEL по формулам (1)–(7). Так же следует поступить для расчета функций твердости $\theta(L)$, $\theta(P)$, $\theta(\varepsilon_L)$, $\theta(\varepsilon_W)$, $\text{HB}(\varepsilon_L)$ и $\text{HB}(\theta)$ по формулам (8)–(13).

Это позволит оперативно оценивать твердость по шкалам Мооса и Бринелля после измерения хорды на электронном микроскопе. Как показано в п. Операция 5, для известной хорды при расчете по всем функциям (8)–(11) будет получен один и тот же результат. Поэтому допустимо сразу после испытаний ограничиться расчетом $\theta(L)$ по простейшей формуле

(8), а затем оценить $HV(\theta)$ по формуле (13). Например, для $L = 4,1$ получаем: $\theta(4,1) = 6,26 / \sqrt{4,1} = 3,09$ и $HV(3,09) = 5 \cdot 3,09^{2,56} = 89,80$, что примерно соответствует твердости алюминия.

Рассмотренные выше методы и алгоритмы могут быть использованы при разработке электронных средств для автоматического визуального измерения хорды L с последующим расчетом и демонстрацией результатов оценки твердости по шкалам Мооса $\theta(L)$ и Бринелля $HV(\theta)$ на табло прибора [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Standard Test Method for Ranking Resistance of Materials to Sliding Wear Using Block-on-ring Wear Test, norm G77–05 (Reapproved 2010), ASTM International, United States. DOI: 10.1520/G0077-05R10.
2. Сафонов Б. П., Лысюк А. Я., Лукиенко Л. В. Лабораторные работы по курсу „Основы трения и изнашивания элементов трибомеханических систем оборудования“. Новомосковск: РХТУ им. Д. И. Менделеева, Новомосковский институт, 2000. 26 с.
3. Ефремов Л. В., Тикалов А. В. Алгоритмы диагностики пар трения скольжения. СПб: Издательско-полиграфическая ассоциация высших учебных заведений, 2023. 220 с.
4. Musalimov V. M., Nuzhdin K. A. Modelling of External Dynamics of Frictional Interaction Using the Elastic System Stability Theory // Journal of Friction and Wear. 2019. Vol. 40, N 1. P. 51—57.
5. Твердость металлов определение: Методы определения твердости металла [Электронный ресурс]: <<https://beton-feodosiya.ru/raznoe/tverdost-metallov-opredelenie-metody-opredeleniya-tverdosti-metalla.html>>.
6. Ефремов Л. В., Тикалов А. В. Моделирование взаимосвязи твердости и ИС материалов при их сравнительном тестировании методом „block-on-ring“ // Науч.-техн. вестн. информационных технологий, механики и оптики. 2021. Т. 21, № 2. С. 297—302. DOI: 10.17586/2226-1494-2021-21-2-297-302.
7. Ефремов Л. В. Проблемы управления надежностно-ориентированной технической эксплуатацией машин. СПб: Art-Xpress, 2015. 206 с.

Сведения об авторах

- Леонид Владимирович Ефремов** — д-р техн. наук, профессор; Институт проблем машиноведения РАН, лаборатория трения и износа; гл. научный сотрудник; E-mail: levlefr@mail.ru
- Андрей Владимирович Тикалов** — аспирант; Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, кафедра машиноведения и основ конструирования; E-mail: tikalov2010@mail.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023; одобрена после рецензирования 08.09.2023; принята к публикации 27.10.2023.

REFERENCES

1. Standard Test Method for Ranking resistance of Materials to Sliding Wear Using Block-on-ring Wear Test, norm G77–05 (Reapproved 2010), ASTM International, United States.
2. Safonov B.P., Lysyuk A.Ya., Lukienko L.V. *Laboratornyye raboty po kursu "Osnovy treniya i iznashivaniya elementov tribomekhanicheskikh sistem oborudovaniya"* (Laboratory Work on the Course "Fundamentals of Friction and Wear of Elements of Tribomechanical Equipment Systems"), Novomoskovsk, 2000, 26 p. (in Russ.)
3. Efremov L.V., Tikalov A.V. *Algoritmy diagnostiki par treniya skol'zheniya* (Algorithms for Diagnosing Sliding Friction Pairs), St. Petersburg, 2023, 220 p. (in Russ.)
4. Musalimov V.M., Nuzhdin K.A. *Journal of Friction and Wear*, 2019, no. 1(40), pp. 51–57.
5. <https://beton-feodosiya.ru/raznoe/tverdost-metallov-opredelenie-metody-opredeleniya-tverdosti-metalla.html>. (in Russ.)
6. Efremov L.V., Tikalov A.V. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2021, no. 2(21), pp. 297–302, DOI:10.17586/2226-1494-2021-21-2-297-302. (in Russ.)
7. Efremov L.V. *Problemy upravleniya nadezhnostno-oriyentirovannoy tekhnicheskoy ekspluatatsiyey mashin* (Problems of Managing Reliability-Oriented Technical Operation of Machines), St. Petersburg, 2015, 206 p. (in Russ.)

Data on authors

- Leonid V. Efremov** — Dr. Sci., Professor; Institute for Problems in Mechanical Engineering of the RAS, Laboratory of Friction and Wear; Chief Researcher;
E-mail: levlefr@mail.ru
- Andrey V. Tikhlov** — Post-Graduate Student; Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Department of Mechanical Engineering and Design Basics;
E-mail: tikhlov2010@mail.ru

Received 29.08.2023; approved after reviewing 08.09.2023; accepted for publication 27.10.2023.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

DESIGN AND TECHNOLOGY OF INSTRUMENT ENGINEERING AND RADIO-ELECTRONIC EQUIPMENT

УДК 658.512.4
DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-1067-1074

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РОЕВЫХ АЛГОРИТМОВ ПРИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ ПРОИЗВОДСТВА

Д. В. КОЛЕСНИКОВА*, Р. А. ЮРЬЕВА

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

**Kolesnikova_d@itmo.ru*

Аннотация. В рамках технологической подготовки производства проектирование технологических процессов является сложной и трудоемкой задачей. Выдвинута гипотеза о возможности применения средств роевого интеллекта в задаче разработки маршрутной технологии. Исследованы особенности технологической подготовки производства, модернизация которой позволит повысить автоматизацию производственного процесса, а также снизит риск появления ошибок, связанных с человеческим фактором. Представлена математическая модель оценки состояния оборудования. Предложен алгоритм, позволяющий автоматизировать разработку маршрутной технологии на основе теории графов и алгоритмов роевого интеллекта, а также мониторинга состояния оборудования и его готовности к выполнению поставленной задачи. Отмечено, что применение роевых алгоритмов может позволить работать с графами и строить маршрутные технологии с большей скоростью обработки данных.

Ключевые слова: технологическая подготовка производства, роевые алгоритмы, экспертная система, математическая модель, технологический процесс, маршрутная технология

Ссылка для цитирования: Колесникова Д. В., Юрьева Р. А. Использование роевых алгоритмов при технологической подготовке производства // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 12. С. 1067—1074. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-1067-1074.

THE USE OF SWARM ALGORITHMS IN TECHNOLOGICAL PREPARATION OF PRODUCTION

D. V. Kolesnikova*, R. A. Yurieva

ITMO University, St. Petersburg, Russia

**Kolesnikova_d@itmo.ru*

Abstract. As part of technological preparation of production, the technological processes design is a complex and time-consuming task. A hypothesis is put forward about the possibility of using swarm intelligence tools in the task of developing route technology. The features of technological preparation of production are studied; modernization of the technological preparation is aimed at increasing the production process automation, as well as reducing the risk of errors associated with the human factor. A mathematical model for assessing the condition of equipment is presented. An algorithm is proposed which allows automating the development of routing technology based on graph theory and swarm intelligence algorithms, as well as monitoring the condition of equipment and its readiness to perform the task. It is noted that the use of swarm algorithms can make it possible to work with graphs and build routing technologies with greater data processing speed.

Keywords: technological preparation of production, swarm algorithms, expert system, mathematical model, technological process, route technology

For citation: Kolesnikova D. V., Yurieva R. A. The use of swarm algorithms in technological preparation of production. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 12. P. 1067—1074 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-12-1067-1074.

Введение. Главной особенностью современного производства являются слишком большие, для того чтобы человек мог их эффективно обрабатывать, объемы информации. При технологической подготовке производства (ТПП) необходимо анализировать текущее состояние и возможности производства и прогнозировать их, а также обеспечивать успешное выполнение составленных планов. Но в области обработки информации, непосредственно для анализа состояния оборудования, существует глобальная проблема: процессы анализа и обработки информации зачастую не полностью автоматизированы, также не предусматривается их адаптация к производственной среде. Планирование технологических процессов (ТП) может зависеть от поставленных задач, заказов, состояния технологического оборудования, а также изделий, которые необходимо произвести. Чаще всего проблему представляют непредвиденные объемные заказы или заказы, выполнение которых просрочено из-за недостаточно быстрой реакции управленцев [1].

В настоящее время при использовании автоматизированных систем технологической подготовки производства (АСТПП) наиболее универсальными методами математического моделирования и многокритериальной оптимизации являются методы искусственного интеллекта [2]. Типичные методы и средства структурной и параметрической оптимизации (теория игр, теория статистических решений, линейное и динамическое программирование) все чаще заменяются методами математического моделирования и оптимизации, основанными на использовании искусственного интеллекта (экспертные системы, методы нечеткой логики, сети и генетические алгоритмы).

В работах [3—5] анализируются АСТПП, описываются перспективы их развития и основные проблемы, также представлена методология автоматизации ТПП, включающая единое информационное пространство и средства виртуализации ТПП.

В статье [6] рассмотрен метод оптимизации директивных технологических процессов в АСТПП. Предложена методика математического моделирования и оптимизации директивных технологических процессов для применения в АСТПП при создании технологических инноваций с помощью методов искусственного интеллекта.

В работе [7] описаны задачи ТПП. Авторы представили модель современной ТПП в соответствии с требованиями современного бизнеса и инженерными возможностями новой техники и информационных технологий.

Анализ показывает, что традиционные методы ТПП не в состоянии в режиме реального времени эффективно обеспечивать конкурентоспособность продукции и технологий. В современных условиях на первый план должны выходить новые методы развития инновационной экономики и формирования системы подготовки приборостроительного производства.

В рамках исследования выдвигается гипотеза о возможности модернизации ТПП, повышения его гибкости с помощью использования алгоритмов роевого интеллекта. Эти алгоритмы могут использоваться для разработки маршрутной технологии, которая является предварительным шагом в разработке технологического процесса. В настоящей работе ТП представляется в виде взвешенного графа, где вес дуги определяется оценкой состояния оборудования, к которому производится переход. Вершинами графа служат узлы оборудования, между которыми (до определенного этапа или до получения конечного продукта) перемещается заготовка. Маршрутная технология (МТ) разрабатывается при помощи поиска пути на графе с использованием алгоритмов роевого интеллекта, при этом стоимость пути может варьиро-

вать в зависимости от поставленной задачи или критериев рациональности (скорость, стоимость, вероятность брака).

Основной задачей любого производственного процесса является обеспечение заданных характеристик изготавливаемого изделия наиболее производительным путем при минимальных затратах [8]. В рамках настоящего исследования предложено рассматривать в качестве критериев рациональности ТП:

- наименьшее время прохождения маршрута,
- равновесный критерий,
- наименьший риск задержки производства или брак товара (в связи с поломками оборудования).

Целями работы служат исследование гипотезы о рациональности использования роевых алгоритмов при разработке МТ и ТП, а также анализ алгоритмов роевого интеллекта для построения МТ на основе количественной оценки состояния оборудования.

В рамках исследования выдвигается гипотеза о возможности модернизации ТПП, повышения его гибкости с помощью алгоритмов роевого интеллекта. Алгоритмы представляет собой мультиагентную систему (муравьиная, пчелиная колония и алгоритм мултистарта), которая формирует варианты МТ. Разработка вариантов МТ основывается на использовании объединения графовой модели ТП и оценки оборудования для каждой операции ТП. На основе заданного критерия алгоритмы выбирают маршрут при использовании метода консенсуса.

Методы исследования. Для достижения поставленной цели были поставлены задачи: анализа подходов к модернизации ТПП; рассмотрения ТП и маршрутной технологии в виде графа; анализа особенностей применения роевых алгоритмов к работе с графами; математического представления алгоритмов оптимизации; практической реализации алгоритма; схематического определения алгоритма ТПП в рамках выдвинутой гипотезы.

Авторами проанализированы подходы к организации ТПП, а также современные методы автоматизации и оптимизации проектирования ТП. При этом выбранный исследовательский аппарат позволил выявить особенности интеграции методов ИИ в процессе оценки состояния оборудования и последующего проектирования ТП. Анализ факторов, влияющих на формирование ТП, позволил сформулировать алгоритм его построения, отличающийся от существующих использованием роевого интеллекта. Авторами исследования проанализированы возможности представления в виде графа ТП, а в дальнейшем — производственных планов, а также использования алгоритмов роевого интеллекта для работы с графами при построении ТП.

Применение роевых алгоритмов. Рассмотрим алгоритмы оптимизации на основе роевого интеллекта. Сходимость нескольких алгоритмов позволит создать экспертную систему, где в качестве экспертов будут выступать алгоритмы, способные к самообучению и работающие в режиме реального времени (изменяют свой выбор и расчеты при изменении состояния окружающей обстановки).

В числе задач непрерывной конечномерной оптимизации важнейшим является класс задач глобальной оптимизации [9], при этом, в частности, используются эвристические методы, к ним относятся эволюционные и поведенческие (имитационные).

Основанные на моделировании интеллекта и поведения колоний (роев) агентов (муравьев, пчел) поведенческие методы можно использовать в мультиагентных системах [10, 11]. Особенности соответствующего алгоритма: позитивная обратная связь; решение в виде пути на графе; снижение со временем важности опыта, полученного на прошлых итерациях.

Методы муравьиной колонии (роевые) являются новыми в данном направлении: первые работы по ним опубликованы в 1997 г. [12—14]. Методы относятся к эвристическим итеративным мультиагентным методам случайного поиска, основная идея которых состоит в моделировании поведения муравьев при поиске новых источников еды.

В работе [15] приведена структурная схема алгоритма муравьиной колонии и указана его временная сложность. В работах [16—18] показано, что применение алгоритма муравьиной колонии помогает в режиме реального времени эффективно решать ряд сложных задач на производстве. Алгоритм может быть частью экспертной и интеллектуальной системы планирования для поддержки принятия решений при планировании и управлении производственными процессами или оборудованием.

Разработка и использование нескольких подобных алгоритмов позволит получать обоснованную оценку состояния оборудования для дальнейшего построения ТП в контексте заданных критериев рациональности. Таким образом, сходимость нескольких подобных алгоритмов позволит создать аналог экспертной системы, которая будет использовать данные в режиме реального времени для отслеживания поломок, задержек и прочих проблем на производственных участках и реагирования на них.

Математическая модель оценки состояния оборудования. Для оценки состояния оборудования можно использовать два основных подхода [19, 20]. Первый применяется в пространстве параметров, где с помощью данных (скорость и ускорение деталей по осям, напряжение, ток и др.), получаемых от оборудования, отслеживаются значения параметров объекта и оценивается отклонение их от заданного (номинального) значения; второй — в пространстве сигналов, где контролируется отклонение выходных сигналов от оборудования и его частей от расчетных значений.

На первом этапе выполняется анализ функционирования и эксплуатации надежности объекта, создается перечень основных узловых компонентов и определяются связи возможных неисправностей с данными узлами. С целью выявления проблем, неисправностей и повреждений определяются и устанавливаются их диагностические признаки и контролируемые параметры.

Далее выбираются методы измерения, датчики и прочие технические средства для получения контролируемых параметров (могут использоваться автоматизированные системы контроля для измерения и мониторинга параметров).

На следующем этапе выполняются обработка сигналов и их дальнейшее исследование, распознавание состояния исследуемого объекта и его узлов. После обработки данных определяется текущее и прогнозируется будущее состояние оборудования.

При отклонении, превышающем определенную величину, можно сделать вывод, что оборудование работает некорректно.

Контролируемые параметры должны удовлетворять ограничениям значений (x_i) следующего вида:

$$\underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i, i=1 \dots N,$$

где i — число узлов оборудования, включенного в план технического контроля; $\underline{x}_i, \bar{x}_i$ — верхняя и нижняя граница значений соответственно.

Для оценки состояния оборудования должны быть заданы или определены текущие ($x_i(t)$) и нормативные ($x_i^*(t)$) значения параметров. Значения параметров зависят от переменной, которая может задавать текущий момент времени (t) или начальный момент эксплуатации средств (t_0).

Расчетные значения отслеживаемых параметров описываются уравнением состояния:

$$x_i^*(t) = F(x_i(t_0), u_{[t_0, t]}, K_i), \quad (1)$$

где $x_i(t_0)$ — вектор расчетно-технических параметров оборудования, которые были заданы при начале эксплуатации; $u_{[t_0, t]}$ — условия эксплуатации средств на заданном промежутке времени; K_i — вектор характеристик режима работы средств или оборудования.

Результаты измерений для каждого узла оборудования будут зависеть от соответствующих технических параметров производственного процесса, условий эксплуатации:

$$x_i(t) = H(v_i(t), u_i(t)), \quad (2)$$

где $v_i(t)$ — вектор технических параметров оборудования в текущий момент времени; $u_i(t)$ — условия эксплуатации оборудования в текущий момент времени.

Для дальнейшего определения состояния оборудования может быть применен интегрированный показатель оценки $J_i(t)$ [21], который будет учитывать важность каждого из наблюдаемых параметров, представленных во входных данных, и существенность их отклонений:

$$J_i(t) = \frac{\sum_{i=1}^I c_i a_i (x_i(t) - x_i^*(t))^2}{I}, \quad (3)$$

где c_i — весовые коэффициенты, учитывающие важность параметров; a_i — масштабирующий коэффициент, учитывающий существенность отклонений каждого параметра; $x_i(t)$ — значения контролируемых параметров в текущий момент времени; I — количество контролируемых параметров оборудования.

Таким образом, выражение (3) позволяет получить количественную оценку технического состояния оборудования, но не учитывает значимость наиболее важного узла, т.е. для разных видов оборудования могут быть получены показатели технического состояния $J_i(t)$ с одинаковыми значениями. При этом каждый узел в силу своей физической природы и производственных мощностей может характеризоваться разными весовыми коэффициентами для обеспечения полноценного производственного процесса, который должен учитываться при принятии решений. Для того чтобы рассчитанный показатель объективно отражал техническое состояние, с учетом важности самого оборудования выражение (3) примет вид:

$$J_i(t) = w_i \frac{\sum_{i=1}^I c_i a_i (x_i(t) - x_i^*(t))^2}{I}, \quad (4)$$

где w_i — весовой коэффициент важности i -го узла оборудования; $J_i(t)$ — интегральный показатель текущего технического состояния i -го узла оборудования.

Все используемые весовые коэффициенты определяются путем экспертного оценивания [22]. Тогда математическая модель оценки фактического технического состояния оборудования выглядит следующим образом (на основании уравнений (1)—(4)):

$$\begin{cases} J_i(t) = w_i \frac{\sum_{i=1}^I c_i a_i (x_i(t) - x_i^*(t))^2}{I}, \\ x_i^*(t) = F(x_i(t_0), u_{[t_0, t]}, K_i), \\ x_i(t) = H(v_i(t), u_i(t)), \\ J_i(t) \rightarrow \min, J_i(t) \leq J_{\max}(t). \end{cases}$$

Значение интегрального показателя $J_i(t)$ отражает текущее техническое состояние оборудования с учетом важности производственных входных данных и отклонений каждого из его параметров. Так как показатель отображает состояние оборудования, его необходимо минимизировать, чтобы обеспечить корректное функционирование производственного процесса.

Результаты оценки состояния оборудования используются для прогноза состояния оборудования и его отдельных узлов на временном горизонте, на котором рассматриваются различные варианты технических решений.

Алгоритм автоматизированного проектирования маршрутной технологии для модернизации технологической подготовки производства включает следующие шаги.

Шаг 1. Поступление входных данных о ТП. Данные содержат конструкторскую документацию, сведения о заказе (количество изделий и срок изготовления).

Шаг 2. Задание критерия, по которому будет спроектирована и выбрана маршрутная технология.

Шаг 3. Отработка конструкций деталей на технологичность с учетом типа производства.

Шаг 4. Оценка состояния необходимого оборудования для реализации ТП, которая основывается на применении алгоритмов машинного обучения.

Шаг 5. Использование графа ТП из базы знаний, его дополнение данными об оценке оборудования.

Шаг 6. Применение экспертной системы с использованием мультиагентного решения для проектирования маршрутной технологии, в котором учитываются критерии проектирования рациональной МТ.

Шаг 7. Передача полученного маршрутного описания технологу для разработки рационального ТП.

**Шаг 8.* В случае необходимости технолог может вернуться к любому из шагов и произвести вычисления, изменить критерий и обновить оценку состояния оборудования.

Использование предложенного алгоритма в рамках разрабатываемой методики позволит получать рациональную МТ, которая будет являться основой для разработки ТП.

Применение экспертной системы на основе алгоритмов роевого интеллекта позволит пользователю принимать решения, подкрепленные числовой оценкой технологического маршрута, состоящей из суммы оценок готовности оборудования к выполнению поставленной задачи. Кроме того, появится возможность изменять МТ и ТП в зависимости от входных условий и критерия рациональности: скорости, стоимости и др. Необходимо отметить, что оценка состояния оборудования происходит в режиме реального времени на основе поступающих данных.

Сочетание роевых алгоритмов и средств нечеткой логики позволит создать гибридную вычислительную систему, основой которой будет искусственный интеллект. Такая система сможет обеспечить многокритериальную оптимизацию технологической подготовки производства, что качественно изменит труд технологов и другого персонала, а также обеспечит конкурентоспособность выстраиваемых технологических процессов.

Заключение. В ходе работы была выдвинута и подтверждена гипотеза о том, что можно модернизировать ТПП с помощью использования роевых алгоритмов для построения МТ и ТП в качестве экспертной оценки. Маршрутная технология строится на основе оценки состояния оборудования, она зависит от поставленной задачи и критериев ее выполнения.

ТП представлен в виде графа, начальная и конечная вершины которого являются началом и концом ТП. Путь от данных вершин может быть проложен разными способами, в зависимости от оборудования, на котором должна быть исполнена операция (его состояния, удаленности, доступности). Каждый переход является взвешенным, оценка зависит от состояния оборудования. На данный момент реализован поиск кратчайшего пути. На примере роевого

алгоритма рассмотрена операция построения ТП на основе поиска пути, который соответствует критерию рациональности.

Описана особенность построения ТП — использование алгоритмов роевого интеллекта, каждый из которых предоставляет собственное решение, соответственно итоговый результат формируется на основе усредненных данных доступности инструмента в нужный момент.

Применение аналога экспертной системы для рационального выбора оборудования при выполнении операций значительно сократит время обоснованного выбора оборудования и соответственно проектирования ТП.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yuanyushkin A. S., Lobanov D. V., Rychkov D. A. Automation tool preparation in the conditions of production // Applied mechanics and materials. Trans. Tech. Publications Ltd, 2015. Vol. 770. P. 739—743.
2. Yusupbekov N., Adilov F., Ergashev F. Development and improvement of systems of automation and management of technological processes and manufactures // Journal of Automation, Mobile Robotics and Intelligent Systems. 2017. Vol. 11. P. 53—57.
3. Куликов Д. Д., Падун Б. С., Яблочников Е. И. Перспективы автоматизации технологической подготовки производства // Изв. вузов. Приборостроение. 2014. Т. 57, № 8. С. 7—11.
4. Яблочников Е. И. Методологические основы построения АСТПП. СПб: СПбГУ ИТМО, 2005. 84 с.
5. Яблочников Е. И. Современные информационные технологии в ТПП приборостроительного предприятия // Науч.-техн. вестн. информационных технологий, механики и оптики. 2006. № 30. С. 3—8.
6. Селиванов С. Г., Поезжалова С. Н. Метод оптимизации директивных технологических процессов в АСТПП // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2012. Т. 16, № 6(51). С. 53—61.
7. Lukić D., Todić V., & Milošević M. Model of modern technological production preparation // Proc. in Manufacturing Systems. 2010. Vol. 5(1). P. 15—22.
8. Fayzilloevich U. N., Hamroevna S. M., Nurilloevich Y. M. Analysis of Types of Optimizations of Technological Processes of Manufacture of Parts // Intern. J. on Human Computing studies. 2021. Vol. 3(8). P. 23—26.
9. Weise T. Global Optimization Algorithms – Theory and Application. 2009 [Электронный ресурс]: <https://archive.org/details/Thomas_Weise__Global_Optimization_Algorithms_Theory_and_Application/mode/2up?view=theater>.
10. Beni G., Wang J. Swarm intelligence in cellular robotic systems // Robots and biological systems: towards new bionics? Berlin, Heidelberg: Springer, 1993. P. 703—712.
11. Bonabeau E., Dorigo M., Theraulaz G. Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems. NY: Oxford University Press, 1999. 320 p.
12. Gambardella L. M. and Dorigo M. HAS-SOP: Hybrid ant system for the sequential ordering problem. Technical Report IDSIA-11-97. Lugano, Switzerland, IDSIA, 1997.
13. Dorigo M., Birattari M., Stutzle T. Ant colony optimization // IEEE Computational Intelligence Magazine. 2006. Vol. 1, N 4. P. 28—39.
14. Dorigo M., Blum C. Ant colony optimization theory: A survey // Theoretical Computer Science. 2005. Vol. 344, N 2—3. P. 243—278.
15. Montemanni R., Smith D. H., Gambardella L. M. Ant colony systems for large sequential ordering problems // Swarm Intelligence Symposium. IEEE, 2007. P. 60—67.
16. Alaykýran K., Engin O., Döyen A. Using ant colony optimization to solve hybrid flow shop scheduling problems // Intern. J. of Advanced Manufacturing Technology. 2007. Vol. 35, N 5. P. 541—550.
17. Deng Wu, Junjie Xu, Huimin Zhao. An improved ant colony optimization algorithm based on hybrid strategies for scheduling problem // IEEE Access. 2019. Vol. 7. P. 20281—20292. DOI:10.1109/ACCESS.2019.2897580.
18. Mavrovouniotis M., Shengxiang Y. Ant colony optimization with immigrants schemes for the dynamic travelling salesman problem with traffic factors // Applied Soft Computing. 2013. Vol. 13, N 10. P. 4023—4037.

19. Irovan M. et al. The software application for mathematical modelling of technological process in textile industry // *Annals of the University of Oradea: Fascicle of Textiles, Leatherwork*. 2018. Vol. 19, N 2. P. 55—60.
20. Kartsev S. V. Mathematical Model of Optimization of Controlled Parameters of the Plasma Surfacing Technological Process of Wear-Resistant Coatings // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2020. Vol. 49, N. 9. P. 823—828.
21. Глаголева И. Э., Добаев А. З., Дедегкаева А. А. Разработка математической модели комплексной оценки состояния электроэнергетических объектов // *Инженерный вестник Дона*. 2013. Т. 26, № 3. С. 102.
22. Глотов В. А., Павельев В. В. Экспертные методы определения весовых коэффициентов // *Автоматика и телемеханика*. 1976. № 12. С. 95—107.

Сведения об авторах

Дарья Викторовна Колесникова

— аспирант; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: Kolesnikova_d@itmo.ru

Радда Алексеевна Юрьева

— канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: raddaiureva@itmo.ru

Поступила в редакцию 05.02.2023; одобрена после рецензирования 04.09.2023; принята к публикации 27.10.2023.

REFERENCES

1. Yuanyushkin A.S., Lobanov D.V., Rychkov D.A. *Applied mechanics and materials*, Trans Tech Publications Ltd, 2015, vol. 770, pp. 739–743.
2. Yusupbekov N., Adilov F., Ergashev F. *Journal of Automation, Mobile Robotics and Intelligent Systems*, 2017, vol. 11, pp. 53–57.
3. Kulikov D.D., Padun B.S., Yablochnikov E.I. *Journal of Instrument Engineering*, 2014, no. 8(57), pp. 7–11. (in Russ.)
4. Yablochnikov E.I. *Metodologicheskiye osnovy postroyeniya ASTPP* (Methodological Basis for Constructing ACPP), St. Petersburg, 2005, 84 p. (in Russ.)
5. Yablochnikov E.I. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2006, no. 30, pp. 3–8. (in Russ.)
6. Selivanov S.G., Poyezshalova S.N. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta*, 2012, no. 6(16), pp. 53–61. (in Russ.)
7. Lukić D., Todić V., & Milošević M. *Proceedings in Manufacturing Systems*, 2010, no. 1(5), pp. 15–22.
8. Fayziloevich U.N., Hamroeva S.M., Nurilloevich Y.M. *International Journal on human computing studies*, 2021, no. 8(3), pp. 23–26.
9. Weise T. *Global Optimization Algorithms – Theory and Application*, 2009, vol. 361, https://archive.org/details/Thomas_Weise_Global_Optimization_Algorithms_Theory_and_Application/mode/2up?view=theater.
10. Beni G., Wang J. *Swarm intelligence in cellular robotic systems // Robots and biological systems: towards new bionics?* Springer, Berlin, Heidelberg, 1993, pp. 703–712.
11. Bonabeau E., Dorigo M., Theraulaz G. *Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems*, NY, Oxford University Press, 1999, 320 p.
12. Gambardella L.M. and Dorigo M. *HAS-SOP: Hybrid ant system for the sequential ordering problem*, Technical Report IDSIA-11-97, Lugano, Switzerland, IDSIA, 1997.
13. Dorigo M., Birattari M., Stutzle T. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2006, no. 4(1), pp. 28–39.
14. Dorigo M., Blum C. *Theoretical Computer Science*, 2005, no. 2-3(344), pp. 243–278.
15. Montemanni R., Smith D.H., Gambardella L.M. *2007 IEEE Swarm intelligence symposium*, 2007, pp. 60–67.
16. Alaykýran K., Engin O., Döyen A. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2007, no. 5(35), pp. 541–550.
17. Deng Wu, Junjie Xu, Huimin Zhao, *IEEE Access*, 2019, vol. 7, pp. 20281–20292, DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2897580.
18. Mavrovouniotis M., Shengxiang Y. *Applied Soft Computing*, 2013, no. 10(13), pp. 4023–4037.
19. Irovan M. et al. *Annals of the University of Oradea: Fascicle of Textiles, Leatherwork*, 2018, no. 2(19), pp. 55–60.
20. Kartsev S.V. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2020, no. 9(49), pp. 823–828.
21. Gagloeva I.E., Dobaev A.Z., Dedegkaeva A.A. *Engineering Bulletin of the Don*, 2013, no. 3(26), pp. 102. (in Russ.)
22. Glotov V.A., Pavelev V.V. *Automation and Remote Control*, 1976, no. 12, pp. 95–107. (in Russ.)

Data on authors

Daria V. Kolesnikova

— Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: Kolesnikova_d@itmo.ru

Radda A. Yurieva

— PhD, Associate Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: raddaiureva@itmo.ru

Received 05.02.2023; approved after reviewing 04.09.2023; accepted for publication 27.10.2023.

УКАЗАТЕЛЬ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ В 2023 Г.

Фамилия, инициалы автора	Название статьи	Номер журнала
-----------------------------	-----------------	------------------

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ

Аверьянов А. В., Нгуен В. Т.	Проверка согласия теоретического и эмпирического распределений Парето для команд и микрокоманд ЭВМ с помощью критерия Колмогорова	11
Двойникова А. А., Кондратенко К. О.	Подход к автоматическому распознаванию эмоций в транскрипциях речи	10
Коробейников А. Г.	Применение методов Big Data для предобработки данных из сети INTERMAGNET	7
Коробейников А. Г.	Применение методов Big Data для сравнения данных геомагнитных обсерваторий сети INTERMAGNET	12
Кулешов С. В., Зайцева А. В.	Феноменологическое описание процессов сбора и обработки интернет-документов	12
Мартыничук И. Г.	Прогнозирование мультисезонных нагрузочных процессов в эластичных вычислительных системах	11
Саитов И. А., Саитов А. И., Шарапов М. М.	Аутентификация оператора АРМ критически важного объекта на основе компьютерного почерка	6
Стародубцев В. Г., Четвериков Е. А	Формирование множеств троичных касами-подобных последовательностей для систем передачи цифровой информации	10

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Shakkouf A.	Review on Optimization Techniques of Binary Neural Networks	11
Аверьянов А.В., Кошель И. Н., Кузнецов В. В., Нгуен В. Т.	Статистическое оценивание метрик машинных команд ЭВМ и реализующих их микрокоманд на основе анализа Парето	4
Аветисян Т. В., Львович Я. Е., Преображенский А. П.	Оптимизация процессов в киберфизических системах	5
Альсаед С., Ефимов В. В., Фоминов И. В.	Нейросетевая модель погрешностей бесплатформенной инерциальной навигационной системы автономного летательного аппарата	6
Арсеньев В. Н., Слатов С. В., Ядренкин А. А.	Обработка разнородных данных о характеристиках системы управления летательного аппарата при испытаниях опытных образцов	3

Фамилия, инициалы автора	Название статьи	Номер журнала
Беляев М. А., Прилуцкий А. В., Прокофьев О. В., Таленфельд С. В., Шубарев В. А.	Цифровая реализация переменного запаздывания в системах моделирования и управления	12
Беспалов В. В., Ведяков А. А.	Адаптивные наблюдатели для нелинейных систем на основе процедуры динамического расширения и смешивания	10
Ватутин М. А., Ключников А. И.	Математическая модель погрешности компенсационного акселерометра	4
Гуков С. Ю., Тюриков А. М.	Оценка влияния интенсивности использования ToF-камер на результат построения карты глубины	9
Ершов Д. С., Хайруллин Р. З.	Практическое применение моделей рабочих мест поверки средств измерений как нестационарных систем обслуживания	12
Ефанов Д. В.	Особые свойства кодов Хэмминга, проявляющиеся при синтезе самопроверяемых цифровых устройств	2
Ефанов Д. В.	Синтез самопроверяемых вычислительных устройств на основе полной системы особых групп выходов объекта диагностирования	5
Ефанов Д. В., Погодина Т. С.	Контроль самодвойственных устройств с применением схем сжатия на основе полных сумматоров	7
Захаров В. В., Баранов А. Ю., Соколов Б. В.	Разработка и внедрение элементов информационно-аналитической платформы для решения транспортно-логистических задач	2
Земсков А. В.	Аналитический подход к выборочному поиску функций вероятностей состояний в марковских цепях	12
Козачёк О. А., Бобцов А. А., Николаев Н. А.	Адаптивный наблюдатель переменных состояния нелинейной нестационарной системы с неизвестными постоянными параметрами	8
Коновалов А. М., Коршунов А. И.	Выбор дискретного квадратичного показателя качества при расчете цифровой следящей системы с конечным временем затухания свободного процесса при заданном порядке астатизма	3
Кулаков А. Ю.	Выбор конфигурации бортового комплекса космического аппарата при возникновении отказов	2
Кулешов С. В., Шальнев И. О.	Особенности реализации распределенной виртуальной машины при построении коммуникационной инфраструктуры общего назначения	2
Никишин К. И.	Метод передачи данных в программно-конфигурируемых сетях с использованием планировщика и контроля доставки	4
Песчанский А. И.	Стационарные показатели системы обслуживания GI/G/1/1 в терминах характеристик регенерирующего процесса	5

Продолжение

Фамилия, инициалы автора	Название статьи	Номер журнала
Песчанский А. И.	Стационарные характеристики одноканальной системы с неограниченной очередью и учетом контроля качества обслуживания	9
Поляков В. И., Зиннатулин Ф. Ф.	Модели вычислительных процессов информационной системы	3
Пыркин А. А., Бобцов А. А., Нгуен Х. Т.	Алгоритм адаптивного оценивания параметров для класса нелинейных нестационарных систем	4
Сасункевич А. А.	Оценивание параметров ориентации орбитального объекта по результатам наблюдения космическим роботом с использованием алгоритмов технического зрения	4
Сергеев А. М.	Структурированные по Уолшу двухуровневые и модульно двухуровневые квазиортогональные матрицы для маскирования изображений	5
Сизиков В. С., Рущенко Н. Г.	Новые устойчивые методы восстановления искаженных изображений	7
Стародубцев В. Г., Мышко В. В.	Формирование множеств троичных Голд-подобных последовательностей для систем передачи и обработки цифровой информации	7
Столбов А. В., Спесивцев А. В., Лисицкий В. В., Спесивцев В. А.	Методика оценивания системы эксплуатации сложных объектов на основе нечетко-возможностного подхода	11
Суров И. Л., Алексеева К. С., Сизова А. А., Лемешонок Т. Ю.	Построение корректируемой автономной бесплатформенной инерциальной гироскопической системы	8
Та М. Ш., Пыркин А. А.	Алгоритм параметризации нестационарных систем с использованием динамического регулятора	12
Титов Н. С., Николаев П. Н.	Предварительная обработка данных спутникового навигационного приемника в задаче трехмерной томографии верхней ионосферы	7
Шилин А. Н., Рощин Д. А.	Применение частотного метода обработки изображения для повышения точности определения параметров визирной цели	3
ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ И УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ		
Ефремова Е. С., Мифтахов Б. И., Солдаткин В. В., Солдаткин В. М.	Методические погрешности электронного датчика параметров вектора воздушной скорости летательного аппарата	6
Ким С. А., Маргун А. А., Пыркин А. А.	Применение методов машинного обучения для локализации отказов датчиков квадрокоптера	2

Продолжение

Фамилия, инициалы автора	Название статьи	Номер журнала
Татарникова Т. М., Архипцев Е. Д., Кармановский Н. С.	Определение размера кластера и числа реплик высоконагруженных информационных систем	8

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Мусалимов В. М., Ерофеев М. А., Монахов Ю. С., Малов М. С.	Моделирование ударно-фрикционного взаимодействия стопы с опорной поверхностью с использованием базиса обобщенных функций Эрмита	8
Соколов В. Г., Потемин И. С., Жданов Д. Д.	Методика эффективного компьютерного моделирования устройства измерения светорассеивающих свойств	11

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ И ИХ ЭЛЕМЕНТЫ

Титов В. С., Шевелев С. С.	Арифметический вычислитель на элементах нейронной логики	11
-------------------------------	--	----

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Ким С. А., Пыркин А. А., Борисов О. И.	Алгоритмы управления движением квадрокоптера в режиме динамического позиционирования	10
--	--	----

ПРИБОРЫ НАВИГАЦИИ

Лукин К. О., Кривошеев С. В.	Графоаналитический метод оптимального синтеза контура маятниковой коррекции гироскопических вертикалей	8
---------------------------------	--	---

ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И КОМПЛЕКСЫ

Афонин К. Н., Андреева М. В., Солдаткин В. С., Туев В. И., Иванов А. А.	Повышение световой отдачи светодиодов белого цвета свечения путем изменения химического состава люминофорных композиций	9
Гулаков И. Р., Зеневич А. О., Кочергина О. В.	Эффективная фоточувствительная поверхность кремниевых фотоумножителей	11
Дармороз Д. Д., Пивень А. О., Орлова Т.	Метод оптической молекулярной генерации локализованных хиральных структур в фотоактивных жидкокристаллических пленках	4
Майоров Е. Е., Арефьев А. В., Бородянский Ю. М., Гулиев Р. Б., Дагаев А. В., Пушкина В. П.	Математическое моделирование выходного сигнала при разной геометрии апертур фотоприемников интерференционной системы анализа интерферограмм	4
Майоров Е. Е., Бородянский Ю. М., Курлов В. В., Таюрская И. С., Пушкина В. П., Гулиев Р. Б.	Пространственное микросканирование поверхности плоскопараллельных стеклянных пластинок интерференционным методом	8

Продолжение

Фамилия, инициалы автора	Название статьи	Номер журнала
Медунецкий В. М., Добряков Б. Н., Солк С. В., Меркулов Ю. Ю., Сильников Н. М.	Экспериментальные методы и средства защиты оптико-электронных систем космического базирования от механических воздействий	7
Нгуен З. Х., Бахолдин А. В.	Трехлинзовый шестицветный суперхромат широкого спектрального диапазона	6
Овчинников К. А., Криштоп В. В., Гилев Д. Г., Максименко В. А., Перминов А. В.	Измерение величины двулучепреломления волокна типа Panda с помощью интерферометра Саньяка	10
Орехова М. К., Бахолдин А. В.	Методика габаритного расчета зеркального модуля интегрального поля	8
Шанин Ю. И., Шарапов И. С.	Надежность двухосевых сканирующих головок, применяемых в аддитивном производстве	5
Шилин А. Н., Шилин А. А., Атаманюк Р. Г.	Цифровой оптико-электронный измерительный прибор контроля крупногабаритных оболочек вращения	8

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИКИ МАТЕРИАЛОВ, ИЗДЕЛИЙ, ВЕЩЕСТВ И ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ

Алтай Е., Кузиванов Д. О., Рождественский Д. А., Санников М. И., Степанова К. А.	Методы фильтрации сигналов акустической эмиссии при контроле дефектообразования в процессе прямого лазерного выращивания изделий	10
Арефьев А. В., Афанасьева О. В., Дагаев А. В., Курлов В. В., Майоров Е. Е., Таюрская И. С.	Рефрактометрические методы и средства контроля этанола, пропанола и их водных растворов	7
Беспалько А. В., Данн Д. Д., Федотов П. И., Дмитриева С. А., Ло Ц.	Численное и экспериментальное моделирование акустико-электрического метода неразрушающего контроля твердотельных диэлектриков	4
Голых А. Е., Фомин Д. В.	Поворотный комплекс для проведения вибродинамических испытаний наноспутников	6
Горбунов А. С., Елфимова М. В., Безбородов Ю. Н.	Контроль степени термических повреждений древесины путем измерения цветовых характеристик	2
Джавадов Н. Г., Асадов Х. Г., Азизова А. Э.	Метод обнаружения малого количества нефтяных загрязнителей в жидкости с использованием лазерно-флуоресцентной	8

Фамилия, инициалы автора	Название статьи	Номер журнала
Евсин М. Г., Скотникова М. А., Цветкова Г. В.	Методика определения реологических свойств пластичных смазок с использованием ротационного вискозиметра Брукфильда	9
Ефремов Л. В., Тикалов А. В.	Оценка твердости материалов при испытании на износ методом хорды	12
Зеневич А. О., Мансуров Т. М., Коваленко Т. Г., Новиков Е. В., Жданович С. В.	Идентификация жидкостей и определение концентрации водных растворов при помощи оптического волокна	10
Ибрагимова А. М., Евдулов О. В.	Экспериментальное исследование термоэлектрического устройства для охлаждения дискретных электрорадиоэлементов	8
Ковалевич А. С., Кинжагулов И. Ю., Степанова К. А., Кузиванов Д. О.	Экспериментальное исследование параметров акустической эмиссии при циклических испытаниях металлических изделий аддитивного производства	2
Коробейников А. Г., Ткалич В. Л., Пирожникова О. И.	Моделирование процесса коррозии арматуры в железобетонной конструкции на объекте транспортной инфраструктуры	6
Ларкин Е. В., Титов Д. В., Акименко Т. А., Ширабакина Т. А.	Тестирование ИК-сенсоров с использованием генератора эталонных тепловых сигналов	3
Лютикова М. Н., Коробейников С. М., Ридель А. В.	Применение ИК-спектроскопии для контроля качества жидких диэлектриков	10
Лютикова М. Н., Ридель А. В.	Модификация влагомера для усовершенствования электрохимического метода определения содержания воды в трансформаторном масле	3
Майоров Е. Е., Афанасьева О. В., Курлов В. В., Таюрская И. С., Соколовская М. В.	Применение спектрофотометрического метода для исследования содержания этилового спирта в жидкофазных средах	6
Майоров Е. Е., Костин Г. А., Черняк Т. А.	Исследование оптических свойств авиационных технических моющих жидкостей в ультрафиолетовом диапазоне длин волн	3
Майоров Е. Е., Костин Г. А., Черняк Т. А.	Экспериментальная измерительная система для контроля поверхностей корпуса воздушного судна	5
Полонский В. Л., Тарасенко Е. А., Иванова Г. В.	Оценка прочности эластомерных мембран контроля давления	11

Продолжение

Фамилия, инициалы автора	Название статьи	Номер журнала
Сандуляк Д. А., Сандуляк А. А., Полисмакова М. Н., Ершова В. А., Сандуляк А. В., Курмышева А. Ю., Соловьев И. А.	Методика пондеромоторного контроля магнитной восприимчивости дисперсных образцов и частиц железосодержащих сорбентов	7
Ушкова Т. О., Борисова Ю. Д., Шпенст В. А., Щипачёв А. М.	Многопараметрический контроль многофазных потоков на объектах шельфовой добычи в условиях Арктики	9
Федорин В. Н., Кузнецов С. А., Швец В. А., Аржанников А. В., Гельфанд А. В., Горшков А. Ю.	Эллипсометрия миллиметрового диапазона в задачах диагностики композиционных материалов	6
Ходунков В. П., Заричняк Ю. П.	Моделирование и расчет двумерно-ориентированной теплопроводности гетерогенных композиций	9
Чобанзаде И. Г., Бабаханов А. Э.	Вопросы разработки оптоволоконного кюветного измерителя концентрации метана в воздухе в нефтегазовом производстве	4
Шаламай Л. И., Майоров Е. Е., Мендоса Е. Ю., Лаппусова В. Б., Оксас Н. С.	Абсорбционный спектральный анализ светоотверждаемых рентгеноконтрастных материалов „Омнихрома“	9
Шаламай Л. И., Майоров Е. Е., Мендоса Е. Ю., Лаппусова В. Б., Оксас Н. С.	Спектрофотометрическое исследование образцов контрольной фиксации наполнителя к шлифу зуба стоматологическим цементом	10

ПРИБОРЫ, СИСТЕМЫ И ИЗДЕЛИЯ МЕДИЦИНСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Бойченко Е. С., Панченко А. В., Суркова А. А., Кирсанов Д. О.	Применение спектрометра с оптоволоконным зондом для оценки минимального числа злокачественных клеток по спектрам диффузного отражения в ближней инфракрасной области	2
Коденко М. Р., Самородов А. В., Кульберг Н. С., Решетников Р. В.	Создание наборов данных компьютерной томографии брюшной аорты с подавлением контрастирования для обучения и тестирования алгоритмов искусственного интеллекта	11

МЕТРОЛОГИЯ И МЕТРОЛОГИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Мамиконян Б. М.	Метрологический анализ цифрового измерителя разности температур с применением термопреобразователей сопротивления	4
-----------------	---	---

Фамилия, инициалы автора	Название статьи	Номер журнала
ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ		
Ионин А. А., Ионин М. В., Климачев Ю. М., Козлов А. Ю., Синицын Д. В., Рулев О. А.	Формирование высокоаспектных каналов субмиллиметрового диаметра в полиметилметакрилате излучением СО- и СО ₂ -лазеров	9
Колесникова Д. В., Юрьева Р. А.	Использование роевых алгоритмов при технологической подготовке производства	12
Юдин С. А., Андреев Ю. С., Осташков А. В.	Методика определения рациональных режимов технологической операции доводки плоских поверхностей связанным абразивом	7
НАУЧНЫЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ		
Куликов Д. Д., Яблочников Е. И., Чукичев А. В., Абышев О. А.	Методика формирования параметрических моделей деталей для автоматизированного проектирования технологических процессов	2
Лопатов М. Г., Чукичев А. В., Тимофеева О. С.	Методика проектирования формообразующих деталей литьевых форм с использованием информационных технологий	3
Ходунков В. П.	Аномальное сжатие спектра как средство получения сверхпланковской интенсивности	2
СПЕЦИАЛЬНЫЙ ВЫПУСК		
Mäkiö E., Mäkiö J., Kipriianov K. V., Arckhipov V. A.	Retrospective Study of the Benefits of the “CPS Engineering” Courses for Current Graduate Careers	1
Абышев О. А., Дыйканбаева У. М., Омуралиев У. К.	Методика построения промышленных агентов с применением технологических адаптеров	1
Абышев О. А., Яблочников Е. И., Заколдаев Д. А.	Сервис-ориентированная архитектурная модель дискретной производственной системы	1
Басова Т. В., Андреев Ю. С., Басова М. В.	Методика операционного контроля ротационного режущего инструмента на станках с числовым программным управлением	1
Колганов О. А., Ильинский А. В., Егоров Р. А., Хошев А. Е., Федоров А. В.	Дифференциальное включение катушек индуктивности для регистрации параметров движения ударника при динамическом индентировании	1

Продолжение

Фамилия, инициалы автора	Название статьи	Номер журнала
Помпеев К. П., Тимофеева О. С., Яблочников Е. И., Волосатова Е. Е.	Автоматизированная конструкторско-технологическая подготовка в условиях цифрового производства	1
Чукичев А. В., Тимофеева О. С., Андреев Ю. С.	Интеллектуальные подходы к автоматизации технологической подготовки производства полимерных изделий методом литья под давлением	1
Юдин С. А., Исаев Р. М.	Технологические особенности обработки поверхностей деталей пьезоэлектрического датчика вибрации	1

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Ан В. И.	Корреляционная функция логарифмической производной огибающей гауссова шума	9
Баранов А. Ю., Булатов М. А., Семенов А. И., Соколов Б. В.	Формализация естественного параллелизма управленческих и информационных процессов	6
Воробьев В. С., Бобцов А. А.	Упрощенный алгоритм идентификации для классической линейной регрессии, содержащей степенные функции от неизвестного параметра	6
Григин Н. В.	Особенности практики разработки стандартов для повышения их качества в задачах метрологического обеспечения	6
Марусина М. Я., Бурдаев И. В.	Автоматическое распознавание зрительных стимулов по единичным вызванным потенциалам на электроэнцефалограмме	3
Медунецкий В. М., Солк С. В., Глущенко Л. А.	Особенности оценивания шероховатости оптических поверхностей	6
Медунецкий В. М., Солк С. В., Лебедев О. А.	Центрирование линз с асферическими поверхностями при их формообразовании на станке алмазного микроточения	3