

ISSN 2500—0381

Электронная версия

ISSN 0021—3454

Печатная версия

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

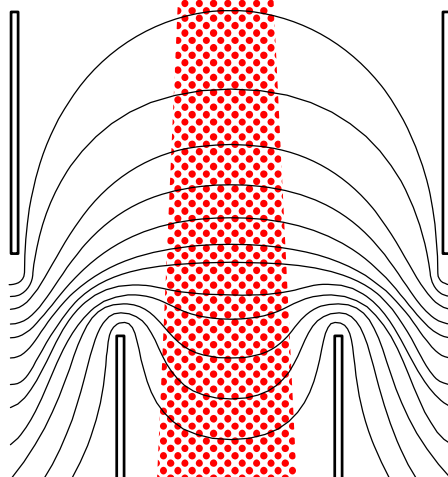
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ



№ 9

Т. 66
2023

Journal of Instrument Engineering



ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

*д-р техн. наук, проф. А. А. БОБЦОВ,
Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

А. П. АЛЕШКИН, д-р техн. наук, проф., ВКА им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия
А. В. БЕЛИКОВ, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
И. А. БЕССМЕРТНЫЙ, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
В. А. БОГАТЫРЕВ, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Д. В. ЕФАНОВ, д-р техн. наук, проф., СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия
В. В. ЕФИМОВ, д-р техн. наук, проф., ВКА им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия
А. КЛИМЧИК, PhD, доцент, Университет Иннополис, Иннополис, Россия
С. А. КОЛЮБИН, д-р техн. наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
И. А. КОНЯХИН, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
В. В. КРИШТОП, д-р физ.-мат. наук, проф., ПНИПУ, Пермь, Россия
Л. С. ЛИСИЦЫНА, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Ю. А. ЛИТВИНЕНКО, канд. техн. наук, Концерн «ЦНИИ «Электронприбор», Санкт-Петербург, Россия
В. Д. ЛУКЬЯНОВ, д-р физ.-мат. наук, проф., ОАО «Авангард», Санкт-Петербург, Россия
А. В. ЛЯМИН, д-р техн. наук, доцент, СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия
А. В. МАЛОЛЕТОВ, д-р физ.-мат. наук, проф., Университет Иннополис, Иннополис, Россия
Ю. Н. МАТВЕЕВ, д-р техн. наук, ООО «ЦРТ-инновации», Санкт-Петербург, Россия
В. М. МЕДУНЕЦКИЙ, д-р техн. наук, проф., ООО «Феррум», Санкт-Петербург, Россия
А. Н. МИРОНОВ, д-р техн. наук, проф., ВКА им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия
В. М. МУСАЛИМОВ, д-р техн. наук, проф., ИПМаш РАН, Санкт-Петербург, Россия
А. А. ОЖИГАНОВ, д-р техн. наук, проф., АО «НИТИ «Авангард», Санкт-Петербург, Россия
А. А. ПЫРКИН (зам. главного редактора), д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
В. С. СИЗИКОВ, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Б. В. СОКОЛОВ, д-р техн. наук, проф., СПбФИЦ РАН, Санкт-Петербург, Россия
С. В. СОЛК, д-р техн. наук, НИИ ОЭП, Сосновый Бор, Ленинградская обл., Россия
В. Ю. ТЕРТЫЧНЫЙ, д-р физ.-мат. наук, проф., Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Д. В. ТИТОВ, д-р техн. наук, доцент, ЮЗГУ, Курск, Россия
А. В. ФЕДОРОВ, д-р техн. наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
Н. Б. ФИЛИМОНОВ (зам. главного редактора), д-р техн. наук, проф., МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия
И. Б. ФУРТАТ, д-р техн. наук, доцент, ИПМаш РАН, Санкт-Петербург, Россия
В. П. ХОДУНКОВ, канд. техн. наук, ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, Санкт-Петербург, Россия

Ответственный секретарь *М. В. Лебецкая*

Редактор *И. М. Игошина*

Набор, верстка: *М. В. Герасимова*

Перевод: *Ю. И. Копилевич*

Адрес: 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49, лит. А, Университет ИТМО

Телефон: (812) 480-02-73, E-mail: pribor@itmo.ru

[http:// pribor.ifmo.ru/](http://pribor.ifmo.ru/)

Подписано в печать 06.10.2023 г.

Отпечатано в учреждении «Университетские телекоммуникации»

Адрес: 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49, лит. А

Телефон: (812) 915-14-54, E-mail: Prudentov@tibir.ru

Редколлегия просит авторов и рецензентов отнестись с пониманием к ужесточению требований к рукописям и изменению формы подачи материала в журнале.

Аннотация объемом 150—250 слов должна отражать содержание статьи: предмет исследования, цель работы, метод проведения работы, краткое описание экспериментальных или теоретических исследований, полученные результаты и рекомендации по их применению.

Ключевые слова, служащие идентификаторами при предметном поиске, должны однозначно отражать содержание статьи. Основное ключевое слово/словосочетание указывается первым, общее количество ключевых слов — не менее 5.

Список литературы: для обзорной статьи рекомендуется приводить не менее 50 источников, для полнотекстовой статьи — не менее 15, для краткого сообщения — не менее 8.

Требования к оформлению рукописи размещены на сайте журнала <http://pribor.itmo.ru/>



Адрес: 197101, Санкт-Петербург,
Кронверкский пр., 49, лит. А, Университет ИТМО
Телефон: (812) 480-02-73
[http:// pribor.ifmo.ru/](http://pribor.ifmo.ru/)
E-mail: pribor@itmo.ru

Журнал публикует научные обзоры, полнотекстовые статьи и краткие сообщения, отражающие результаты практических и теоретических исследований в области приборостроения.

Журнал содержит следующие разделы:

- информатика и информационные процессы;
- информационно-измерительные и управляющие системы;
- системный анализ, управление и обработка информации;
- приборы навигации;
- вычислительные системы и их элементы;
- оптические и оптико-электронные приборы и комплексы;
- приборы и методы контроля и диагностики материалов, изделий, веществ и природной среды;
- приборы, системы и изделия медицинского назначения;
- проектирование и технология приборостроения и радиоэлектронной аппаратуры;
- метрология и метрологическое обеспечение;
- компьютерное моделирование и автоматизация проектирования;
- роботы, мехатроника и робототехнические системы.

По договоренности с Редакцией может быть опубликован специальный тематический выпуск, посвященный достаточно узкой проблеме приборостроения.

Рукопись подается по электронной почте: pribor@itmo.ru. Редакция принимает рукопись к рецензированию при условии получения полного комплекта документов, включающего:

- экспертное заключение о возможности опубликования в открытой печати (формат PDF);
- файлы рукописи статьи, оформленные в соответствии с требованиями журнала;
- сведения об авторах, заполненные по шаблону (на русском и английском языке);
- договор о передаче авторских прав.

Рукопись должна содержать:

- название статьи (на русском и английском языке), индекс УДК;
- аннотацию (150—250 слов, на русском и английском языке), ключевые слова (не менее 5 и не более 25, на русском и английском языке), основной текст, список литературы;
- рисунки: каждый на отдельном листе формата А4 (не заверстывать в текст), таблицы.

Объем текста (оформленного в соответствии с требованиями журнала — шрифт Times New Roman, размер — 14 пт, межстрочный интервал 1,5, поля — сверху и слева 25 мм, снизу 20 мм, справа 10 мм) должен составлять 10—20 страниц, краткого сообщения — 3—5. Объем обзора предварительно согласовывается с Редакцией.

Список литературы (рекомендуется): для обзорной статьи — не менее 50, для полнотекстовой статьи — не менее 15, для краткого сообщения — не менее 8 литературных источников (не менее половины из них должны представлять собой ссылки на издания, включенные в международные базы цитирования Scopus и Web of Science). Список литературы должен формироваться в порядке появления ссылок в тексте.

Не допускается выравнивание с помощью пробелов, табуляций и символов конца абзаца. Эти символы при необходимости могут вставляться не более одного раза подряд (**не переносить с помощью дефисов**).

Формулы и отдельные символы набираются с использованием только редактора формул MathType. **Не вставлять** формулы из пакетов MathCad и MatLab. Размер шрифта в формулах — по умолчанию. Все переменные набираются курсивом, греческие буквы — прямым шрифтом, полужирные символы в формуле — стилем „матрица вектор“, русские символы — стилем „текст“, векторы следует набирать полужирным шрифтом без стрелок.

Рисунки выполняются в градациях серого в одном из форматов приложений Microsoft (Word, Excel, PowerPoint), предпочтителен векторный формат. Кривые на графиках следует помечать цифрами (1, 2, 3 и т.д.) или/и задавать линиями разного стиля (пунктир, штрихпунктир, жирная); толщина осей должна быть не менее 0,5 пт, иначе качество печати не гарантируется.

Плата за публикацию не взимается.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

- Песчанский А. И. Стационарные характеристики одноканальной системы с неограниченной очередью и учетом контроля качества обслуживания 715
- Гуков С. Ю., Тюрликов А. М. Оценка влияния интенсивности использования ToF-камер на результат построения карты глубины 731

ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И КОМПЛЕКСЫ

- Афонин К. Н., Андреева М. В., Солдаткин В. С., Туев В. И., Иванов А. А. Повышение световой отдачи светодиодов белого цвета свечения путем изменения химического состава люминофорных композиций..... 741

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИКИ МАТЕРИАЛОВ, ИЗДЕЛИЙ, ВЕЩЕСТВ И ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ

- Ушкова Т. О., Борисова Ю. Д., Шпенст В. А., Щипачёв А. М. Многопараметрический контроль многофазных потоков на объектах шельфовой добычи в условиях Арктики 750
- Евсин М. Г., Скотникова М. А., Цветкова Г. В. Методика определения реологических свойств пластичных смазок с использованием ротационного вискозиметра Брукфильда..... 763
- Ходунков В. П., Заричняк Ю. П. Моделирование и расчет двумерно-ориентированной теплопроводности гетерогенных композиций 771
- Шаламай Л. И., Майоров Е. Е., Мендоса Е. Ю., Лапмусова В. Б., Оксас Н. С. Абсорбционный спектральный анализ светоотверждаемых рентгеноконтрастных материалов „Омнихрома“ 781

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

- Ионин А. А., Ионин М. В., Климачев Ю. М., Козлов А. Ю., Синицын Д. В., Рулев О. А. Формирование высокоаспектных каналов субмиллиметрового диаметра в полиметилметакрилате излучением СО- и СО₂-лазеров 789

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

- Ан В. И. Корреляционная функция логарифмической производной огибающей гауссова шума 798

EDITOR-IN-CHIEF

*Dr. Sci., Prof. ALEXEY BOBTSOV,
ITMO University, St. Petersburg, Russia*

EDITORIAL BOARD

*ALESHKIN ANDREY, Dr. Sci., Prof., A. F. Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russia
BELIKOV ANDREY, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
BESSMERTNY IGOR, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
BOGATYREV VLADIMIR, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
EFANOV DMITRY, Dr. Sci., Prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia
EFIMOV VLADIMIR, Dr. Sci., Prof., A. F. Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russia
KHODUNKOV VYACHESLAV, PhD, D. I. Mendeleev All-Russian Institute for Metrology, St. Petersburg, Russia
KLIMCHIK ALEXANDER, PhD, Ass. Prof., Innopolis University, Innopolis, Russia
KOLYUBIN SERGEY, Dr. Sci., Ass. Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
KONYAKHIN IGOR, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
KRISHTOP VIKTOR, Dr. Sci., Prof., PNRPU, Perm, Russia
LISITSYNA LYUBOV, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
LITVINENKO YULIA, PhD, Concern CSRI Electropribor, JSC, St. Petersburg, Russia
LUKYANOV VALERY, Dr. Sci., Prof., Avangard JSC, St. Petersburg, Russia
LYAMIN ANDREY, Dr. Sci., Ass. Prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia
MALOLETOV ALEXANDER, Dr. Sci., Prof., Innopolis University, Innopolis, Russia
MATVEEV YURIY, Dr. Sci., Speech Technology Center, St. Petersburg, Russia
MEDUNETSKY VIKTOR., Dr. Sci., Prof., Ferrum LLC, St. Petersburg, Russia
MIRONOV ANDREY, Dr. Sci., Prof., A. F. Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russia
MUSALIMOV VIKTOR, Dr. Sci., Prof., IPMash RAS, St. Petersburg, Russia
OZHIGANOV ALEXANDER, Dr. Sci., Prof., SRTI Avangard JSC, St. Petersburg, Russia
PYRKIN ANTON, Dr. Sci., Prof., Deputy Editor-in-Chief, ITMO University, St. Petersburg, Russia
SIZIKOV VALERY, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
SOKOLOV BORIS, Dr. Sci., Prof., SPbFRC RAS, St. Petersburg, Russia
SOLK SERGEY, Dr. Sci., SRI OEP, Sosnovy Bor, Leningrad region, Russia
TERTYCHNY VLADIMIR, Dr. Sci., Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
TITOV DMITRY, Dr. Sci., Ass. Prof., SWSU, Kursk, Russia
FEDOROV ALEXEY, Dr. Sci., Ass. Prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
FILIMONOV NIKOLAY, Dr. Sci., Prof., Deputy Editor-in-Chief, M. V. Lomonosov MSU, Moscow, Russia
FURTAT IGOR, Dr. Sci., Ass. Prof., IPMash RAS, St. Petersburg, Russia*

Executive secretary Marina V. Lebedskaya

Editor Irina M. Igoshina

Page-proof, makeup Maria V. Gerasimova

Translation of Yuriy I. Kopilevich

Address: ITMO University, Kronverksky pr. 49, bldg. A, St. Petersburg, Russia, 197101

Tel: (812) 480-02-73

Site: pribor.ifmo.ru

E-mail: pribor@itmo.ru

THE MINISTRY OF SCIENCE AND HIGHER EDUCATION OF THE RUSSIAN FEDERATION

JOURNAL OF INSTRUMENT ENGINEERING

ITMO UNIVERSITY

The Journal is published since January 1958

Vol. 66

SEPTEMBER 2023

№ 9

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL, AND INFORMATION PROCESSING

- Peschansky A. I.** Stationary Characteristics of an Unlimited Queue Single-Channel System with Regard to Service Quality Control 715
- Gukov S. Yu., Tyurlikov A. M.** Assessing the Influence of ToF-Cameras Use Intensity on the Result of a Depth Map Constructing 731

OPTICAL AND OPTO-ELECTRONIC INSTRUMENTS AND COMPLEXES

- Afonin K. N., Andreeva M. V., Soldatkin V. S., Tuev V. I., Ivanov A. A.** Increasing the Luminous Efficiency of White LEDs by Changing the Chemical Components of Phosphor Compositions 741

INSTRUMENTS AND METHODS FOR MONITORING AND DIAGNOSING

MATERIALS, PRODUCTS, SUBSTANCES AND THE NATURAL ENVIRONMENT

- Ushkova T. O., Borisova Yu. D., Shpenst V. A., Shchipachev A. M.** Multiparameter Monitoring of Multiphase Flows at Offshore Production Facilities in the Arctic 750
- Evsin M. G., Skotnikova M. A., Tsvetkova G. V.** Method for Determining the Rheological Properties of Greases Using Brookfield Rotational Viscometer 763
- Khodunkov V. P., Zarichnyak Yu. P.** Modeling and Calculation of Two-Dimensionally Oriented Thermal Conductivity of Heterogeneous Compositions 771
- Shalamay L. I., Maiorov E. E., Mendosa E. Yu., Lampusova V. B., Oksas N. S.** Absorption Spectral Analysis of Light-Cured Radiopaque Materials „Omnichrome“ 781

DESIGN AND TECHNOLOGY OF INSTRUMENT ENGINEERING

AND RADIO-ELECTRONIC EQUIPMENT

- Ionin A. A., Ionin M. V., Klimachev Yu. M., Kozlov A. Yu., Sinitsyn D. V., Rulev O. A.** Formation of High-Aspect-Ratio Channels of Submillimeter Diameter in Polymethyl Methacrylate by CO and CO₂ Lasers Radiation 789

BRIEF NOTES

- An V. I.** Correlation Function of the Logarithmic Derivative of the Gaussian Noise Envelope 798

To the Authors!

The Journal of Instrument Engineering publishes scientific reviews, full-text articles and short messages, reflecting the unpublished results of theoretical and practical research in the field of fundamental instrument making.

The Journal publishes articles on the following themes: information technologies and systems, devices and automatic control systems, computer engineering, gyroscopic and navigation systems, instruments of precision mechanics, electronic and electromagnetic devices, optical and optoelectronic devices and systems, thermal regimes and reliability of devices and systems, technology and instrumentation, scientific and practical development. In agreement with the Editorial Board can be published a special themed issue devoted to a fairly narrow issue of instrumentation.

The material of the article accepted in electronic form and on any media, executed in a text editor Word without formatting along with a hard copy on A4. Electronic version of the paper may be sent by E-mail: **pribor@mail.ifmo.ru**

The size of the article (in printed form) must not exceed eight pages, a short presentation of two. Size scientific review previously agreed with the Editorial Board.

Submission includes two copies of:

— the manuscript text; list of references (recommended): review article — not less than 50, for the full text of the article — no less than 15, for short messages — at least 8 of the literary source (at least half of them should be links to the editions listed in international database of citation Scopus and Web of Science); number citations consecutively as they appear in the text;

— extended abstract (150—250 words);

— keywords (not less than 5 and not more than 25);

— illustrations: each on a separate sheet of A4 (not overestimate in the text) — big, with a maximum fill;

— the recommendation of the Department (laboratory);

— information about the authors on a template (surname, name, patronymic, name of the organization in accordance with the latest edition of the Charter, the address of the organization, academic degree and title, position, e-mail address).

The article must also enclose agreement on the transfer of copyright.

The main text. The following requirements are common to good practice in the design documents.

Font — Times New Roman, size 14, line spacing 1.5, margins — top and left — 25 mm, bottom — 20 mm, right — 10 mm.

Not allowed alignment with spaces, tabs and end of a paragraph (in the layout will need to be cleared). These symbols must be inserted only when necessary, and not more than once in a row (not to carry with dashes).

Don't insert formulas from MathCad or MatLab!

Figures and tables are to be inserted after the list of references. Graphics are accepted in one of Microsoft formats (Word, Excel, and PowerPoint); vector format is preferable. Don't use color graphics; it is better to apply dotted, dash-and dot lines, etc., or mark lines with numerical symbols.

Editorial Staff

СТАЦИОНАРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОДНОКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ
С НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОЧЕРЕДЬЮ
И УЧЕТОМ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ

А. И. ПЕЩАНСКИЙ

*Севастопольский государственный университет, Севастополь, Россия
peschansky_sntu@mail.ru*

Аннотация. Исследуется система обслуживания $M / G / 1 / \infty$, в которой по завершении обслуживания каждой заявки проводится мгновенный контроль качества ее обслуживания. В случае неудовлетворительного качества заявка отправляется на повторные обслуживания, которые проводятся до тех пор, пока качество не будет признано удовлетворительным. Построен полумарковский процесс функционирования системы, найдено стационарное распределение вложенной цепи Маркова. Для производящих функций стационарных вероятностей получены аналоги формулы Поллачека — Хинчина. Определены стационарные характеристики системы, зависящие от вероятности качественного обслуживания: стационарное распределение очереди по времени, средние стационарные времена пребывания в состояниях, среднее число заявок в очереди и системе, среднее время пребывания заявки в очереди и системе.

Ключевые слова: однолинейная система обслуживания, бесконечная очередь, контроль качества, повторное обслуживание, стационарные характеристики: финальные вероятности, времена пребывания в состояниях, среднее число заявок и время пребывания в очереди и системе

Ссылка для цитирования: Пещанский А. И. Стационарные характеристики одноканальной системы с неограниченной очередью и учетом контроля качества обслуживания // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 9. С. 715—730. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-715-730.

STATIONARY CHARACTERISTICS
OF AN UNLIMITED QUEUE SINGLE-CHANNEL SYSTEM
WITH REGARD TO SERVICE QUALITY CONTROL

A. I. Peschansky

*Sevastopol State University, Sevastopol, Russia
peschansky_sntu@mail.ru*

Abstract. A service system $M / G / 1 / \infty$ is studied, in which, upon completion of servicing of each application, instant control of the quality of its service is carried out. In case of unsatisfactory quality, the application is sent for repeated services, which are carried out until the quality is considered satisfactory. A semi-Markov process of system functioning is constructed, and the stationary distribution of the embedded Markov chain is found. Analogues of the Pollaczek — Khinchin formula for generating functions of the stationary probabilities are obtained. The system stationary characteristics depending on the probability of quality service are determined: the stationary distribution of the queue over time, the average stationary duration of stay in a state, the average number of requests in the queue and system, the average duration of the request stay in the queue and system.

Keywords: single-server queuing system, infinite queue, quality control, re-service, stationary characteristics: final probabilities, sojourn times in states, average number of requests and sojourn time in queue and system

For citation: Peschansky A. I. Stationary characteristics of an unlimited queue single-channel system with regard to service quality control. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 9. P. 715—730 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-715-730.

Введение. Методы и результаты теории массового обслуживания с успехом используются во многих технических, экономических и социальных областях. Подробное изложение результатов этой теории, в частности, относящейся к одноканальным системам обслуживания с неограниченной очередью, содержится, например, в [1—9]. Одним из требований, предъявляемых к таким системам, является высокое качество обслуживания заявок. В случае неудовлетворительного качества заявки могут быть отправлены на повторное обслуживание. Поэтому возникает необходимость учитывать влияние повторного обслуживания на стационарные показатели системы. В такой постановке система $GI/G/1/0$ изучена в [10—13]. В настоящей работе исследуется система с простейшим входящим потоком и накопителем неограниченной емкости.

Постановка задачи. Рассмотрим однолинейную систему обслуживания с бесконечной очередью $M/G/1/\infty$ в классификации Кендалла — Башарина [14]. Поступающий в систему поток заявок простейший, время β между поступлениями заявок имеет функцию распределения (ФР) $G(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ и плотность распределения (ПР) $g(t) = \lambda e^{-\lambda t}$. Длительность обслуживания заявки прибором — случайная величина (СВ) α с ФР $F(t) = P\{\alpha \leq t\}$ и ПР $f(t)$. Если прибор занят обслуживанием, то поступающие в систему заявки становятся в очередь, число мест для ожидания в которой неограниченно. Сразу же после окончания обслуживания каждой заявки мгновенно осуществляется контроль качества ее обслуживания. С вероятностью p обслуживание заявки признается успешным, и прибор приступает к обслуживанию заявки из очереди. В случае отсутствия заявок в очереди прибор переходит в режим ожидания. С вероятностью $q = 1 - p$ обслуживание заявки признается неудовлетворительным, и прибор немедленно приступает к повторному обслуживанию заявки. Время повторного обслуживания — СВ γ с ФР $\Phi(t) = P\{\gamma \leq t\}$ и ПР $\varphi(t)$. После повторного обслуживания снова осуществляется контроль: с вероятностью p обслуживание признается успешным, а с вероятностью q заявка отправляется на повторное обслуживание. Процесс обслуживания заявки повторяется до тех пор, пока обслуживание не будет признано успешным. Таким образом, заявка находится на приборе в течение времени α , когда она обслуживается первый раз и, возможно, несколько раз обслуживается повторно с длительностью γ . Длительность времени пребывания заявки на приборе будем называть полным временем обслуживания. Предполагается, что СВ α и γ независимы, имеют конечные математические ожидания $M\alpha$, $M\gamma$ и дисперсии $D\alpha$, $D\gamma$ соответственно.

Цель настоящей статьи — обобщить математическую модель функционирования однокомпонентной системы обслуживания с бесконечной очередью на случай наличия в системе контроля качества обслуживания заявок и исследовать влияние контроля на стационарные характеристики системы.

Построение математической модели. Для построения модели функционирования рассматриваемой системы используем полумарковский процесс $S(t)$ с дискретно-непрерывным множеством состояний [7—9]. Для задания этого процесса введем фазовое пространство состояний E , вероятности и плотности вероятностей переходов из состояний, а также времена пребывания в состояниях. Начнем с описания пространства фазовых состояний системы. Под физическими состояниями системы будем понимать количество заявок в системе и характер их обслуживания:

0 — в системе отсутствуют заявки;

1_1 (1_2) — прибор начал обслуживать заявку, поступившую в свободную систему, первый раз (повторно);

$1_1/k$ ($1_2/k$) — прибор начал обслуживать заявку из очереди первый раз (повторно), в очереди осталось k заявок, $k \geq 0$.

К кодам физических состояний в момент постановки поступившей заявки в очередь добавим непрерывный компонент — оставшееся время до проведения ближайшего контроля качества обслуживания:

$1_1x/k$ ($1_2x/k$) — прибор занят первым (повторным) обслуживанием заявки, до проведения контроля качества обслуживания осталось время x , поступившая в систему заявка становится в очередь, в которой стало k заявок, $k \geq 1$.

Таким образом, фазовое пространство состояний системы имеет вид

$$E = \{ 1_1; 1_2; 1_1/k, 1_2/k, k \geq 0; 1_1x/k, 1_2x/k, k \geq 1 \}.$$

Времена пребывания системы в состояниях определяются минимумом факторов, обуславливающих изменение физических состояний прибора:

$$\theta_0 = \beta, \theta_{1_1} = \theta_{1_1/k} = \beta \wedge \alpha, k \geq 0; \theta_{1_2} = \theta_{1_2/k} = \beta \wedge \gamma, k \geq 0; \theta_{1_1x/k} = \theta_{1_2x/k} = \beta \wedge x, k \geq 1,$$

где „ $\wedge$ “ — знак минимума.

Вероятности переходов вложенной цепи Маркова определяются реализацией минимума факторов, влияющих на изменение физических состояний прибора. Например, из состояния $1_1/k$, $k \geq 0$, в случае $\beta < \alpha$ система переходит в состояние $1_1x/k+1$ с плотностью вероятности перехода

$$p\{1_1/k \rightarrow 1_1x/k+1\} = \lambda \int_0^\infty e^{-\lambda t} f(t+x) dt = \lambda e^{\lambda x} \int_x^\infty e^{-\lambda t} f(t) dt, x > 0.$$

Если $\beta > \alpha$, то система переходит в состояния $1_1/k-1$ или $1_2/k$ соответственно с вероятностями

$$P\{1_1/k \rightarrow 1_1/k-1\} = p \int_0^\infty e^{-\lambda t} f(t) dt, P\{1_1/k \rightarrow 1_2/k\} = q \int_0^\infty e^{-\lambda t} f(t) dt.$$

Из состояния $1_2x/k$ в случае $\beta > x$ система переходит в состояния $1_1/k-1$ или $1_2/k$ с вероятностями $P(1_2x/k \rightarrow 1_1/k-1) = p\bar{G}(x) = pe^{-\lambda x}$ и $P(1_2x/k \rightarrow 1_2/k) = q\bar{G}(x) = qe^{-\lambda x}$ соответственно. Если $\beta < x$, то система переходит в состояние $1_2y/k+1$ с плотностью вероятности перехода $p(1_2x/k \rightarrow 1_2y/k+1) = g(x-y) = \lambda e^{-\lambda x} e^{\lambda y}$, $x > y$.

Стационарное распределение вложенной цепи Маркова. Обозначим ρ_{1_1} , ρ_{1_2} , $\rho_{1_1/k}$ и $\rho_{1_2/k}$ — стационарные вероятности соответственно состояний 1_1 , 1_2 , $1_1/k$ и $1_2/k$, $k \geq 0$; $\rho(1_1x/k)$, $\rho(1_2x/k)$ — стационарные плотности соответственно состояний $1_1x/k$ и $1_2x/k$, $k \geq 1$. Для рассматриваемой модели стационарное распределение вложенной цепи Маркова определяется из системы уравнений

$$\rho(1_1x/1) = (\rho_{1_1} + \rho_{1_1/0})\lambda e^{\lambda x} r_f(x); \rho(1_2x/1) = (\rho_{1_2} + \rho_{1_2/0})\lambda e^{\lambda x} r_f(x); \quad (1)$$

$$\rho(1_1x/k) = \lambda e^{\lambda x} \int_x^\infty e^{-\lambda t} \rho(1_1t/k-1) dt + \rho_{1_1/k-1} \lambda e^{\lambda x} r_f(x), k \geq 2; \quad (2)$$

$$\rho(1_2 x / k) = \lambda e^{\lambda x} \int_x^\infty e^{-\lambda t} \rho(1_2 t / k - 1) dt + \rho_{1_2/k-1} \lambda e^{\lambda x} r_\varphi(x), \quad k \geq 2; \quad (3)$$

$$\rho_{1_1} = \rho_0; \quad \rho_{1_2} = q\rho_{1_1} \tilde{f}(\lambda) + q\rho_{1_2} \tilde{\varphi}(\lambda); \quad \rho_0 = p(\rho_{1_1} + \rho_{1_1/0}) \tilde{f}(\lambda) + p(\rho_{1_2} + \rho_{1_2/0}) \tilde{\varphi}(\lambda); \quad (4)$$

$$\rho_{1_1/k} = p \int_0^\infty e^{-\lambda x} [\rho(1_1 x / k + 1) + \rho(1_2 x / k + 1)] dx + p\rho_{1_1/k+1} \tilde{f}(\lambda) + p\rho_{1_2/k+1} \tilde{\varphi}(\lambda), \quad k \geq 0; \quad (5)$$

$$\rho_{1_2/0} = q\rho_{1_1/0} \tilde{f}(\lambda) + q\rho_{1_2/0} \tilde{\varphi}(\lambda); \quad (6)$$

$$\rho_{1_2/k} = q \int_0^\infty e^{-\lambda x} [\rho(1_1 x / k) + \rho(1_2 x / k)] dx + q\rho_{1_1/k} \tilde{f}(\lambda) + q\rho_{1_2/k} \tilde{\varphi}(\lambda), \quad k \geq 1. \quad (7)$$

Здесь $\tilde{f}(\lambda) = \int_0^\infty e^{-\lambda t} f(t) dt$, $\tilde{\varphi}(\lambda) = \int_0^\infty e^{-\lambda t} \varphi(t) dt$ — преобразования Лапласа соответствующих функций; $r_f(x) = \int_x^\infty e^{-\lambda t} f(t) dt$, $r_\varphi(x) = \int_x^\infty e^{-\lambda t} \varphi(t) dt$.

Условие нормировки определяется следующим выражением:

$$\rho_0 + \rho_{1_1} + \rho_{1_2} + \sum_{j=0}^\infty [\rho_{1_1/j} + \rho_{1_2/j}] + \sum_{k=1}^\infty \int_0^\infty [\rho(1_1 x / k) + \rho(1_2 x / k)] dx = 1. \quad (8)$$

Решение системы (1)—(7) находится по рекуррентным формулам с точностью до произвольной постоянной ρ_0 :

$$\rho_{1_1} = \rho_0, \quad \rho_{1_1/0} = \frac{\rho_0}{p\tilde{f}(\lambda)} [pF_0 + q\Phi_0]; \quad (9)$$

$$\rho_{1_1/k} = \frac{1}{p\tilde{f}(\lambda)} \left[\rho_{1_1} (pF_k + q\Phi_k) + \sum_{i=0}^{k-1} \rho_{1_1/i} (pF_{k-i} + q\Phi_{k-1-i}) \right], \quad k \geq 1; \quad (10)$$

$$\rho_{1_2} = \rho_0 \frac{q\tilde{f}(\lambda)}{p + q\Phi_0}, \quad \rho_{1_2/0} = \rho_0 \frac{q}{p} \frac{pF_0 + q\Phi_0}{p + q\Phi_0}, \quad \rho_{1_2/k} = \frac{q}{p} \rho_{1_1/k-1}, \quad k \geq 1, \quad (11)$$

где $F_i(\Phi_i)$ — вероятность того, что за время первого (повторного) обслуживания заявки в систему поступит более чем i новых заявок:

$$F_i = \lambda \int_0^\infty \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} \bar{F}(t) dt, \quad \bar{F}(t) = 1 - F(t); \quad \Phi_i = \lambda \int_0^\infty \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} \bar{\Phi}(t) dt, \quad \bar{\Phi}(t) = 1 - \Phi(t), \quad i \geq 0.$$

Перейдем к определению производящих функций стационарных вероятностей и плотностей, которые вводятся с помощью формул

$$\rho_{1_1}(s) = \rho_{1_1} + \sum_{j=0}^\infty s^{j+1} \rho_{1_1/j}, \quad \rho_{1_2}(s) = \rho_{1_2} + \sum_{j=0}^\infty s^{j+1} \rho_{1_2/j}; \quad (12)$$

$$\rho_{1_1}(s, x) = \sum_{k=1}^\infty s^{k+1} \rho(1_1 x / k), \quad \rho_{1_2}(s, x) = \sum_{k=1}^\infty s^{k+1} \rho(1_2 x / k). \quad (13)$$

Сначала из (1)—(7) для функций (12) и (13) получим систему уравнений

$$\rho_{1_1}(s, x) = \lambda s e^{\lambda x} \int_x^\infty e^{-\lambda t} \rho_{1_1}(s, t) dt + \lambda e^{\lambda x} r_f(x) s [\rho_{1_1}(s) + (s-1)\rho_0]; \quad (14)$$

$$\rho_{1_2}(s, x) = \lambda s e^{\lambda x} \int_x^\infty e^{-\lambda t} \rho_{1_2}(s, t) dt + \lambda e^{\lambda x} r_\Phi(x) s [\rho_{1_2}(s) + (s-1)\rho_{1_2}]; \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \rho_{1_1}(s) [p\tilde{f}(\lambda) - s] + \rho_{1_2}(s) p\tilde{\Phi}(\lambda) + p \int_0^\infty e^{-\lambda x} [\rho_{1_1}(s, x) + \rho_{1_2}(s, x)] dx = \\ = p\tilde{f}(\lambda) [\rho_{1_1} + \rho_{1_1/0}s] + p\tilde{\Phi}(\lambda) [\rho_{1_2} + \rho_{1_2/0}s] - \rho_0 s, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\rho_{1_1}(s) q \tilde{f}(\lambda) + \rho_{1_2}(s) [q \tilde{\Phi}(\lambda) - 1] + q \int_0^\infty e^{-\lambda x} [\rho_{1_1}(s, x) + \rho_{1_2}(s, x)] dx = 0. \quad (17)$$

Методом последовательных приближений из уравнений (14) и (15) выразим функции (13) через (12):

$$\rho_{1_1}(s, x) = \lambda s [\rho_{1_1}(s) + (s-1)\rho_0] \int_x^\infty f(y) e^{\lambda(1-s)(x-y)} dy, \quad (18)$$

$$\rho_{1_2}(s, x) = \lambda s [\rho_{1_2}(s) + (s-1)\rho_{1_2}] \int_x^\infty \Phi(y) e^{\lambda(1-s)(x-y)} dy. \quad (19)$$

Подставим (18) и (19) в уравнения (16) и (17). После преобразований, учитывая, что $\rho_{1_2} = \frac{\rho_0 q \tilde{f}(\lambda)}{1 - q \tilde{\Phi}(\lambda)}$, получаем систему уравнений относительно $\rho_{1_1}(s)$ и $\rho_{1_2}(s)$:

$$\begin{aligned} [p\tilde{f}[(1-s)\lambda] - s] \rho_{1_1}(s) + p\tilde{\Phi}[(1-s)\lambda] \rho_{1_2}(s) = \\ = \rho_0 p \frac{1-s}{1 - q \tilde{\Phi}(\lambda)} \{ \tilde{f}[(1-s)\lambda] [1 - q \tilde{\Phi}(\lambda)] + q \tilde{f}(\lambda) \tilde{\Phi}[(1-s)\lambda] \}, \\ q \tilde{f}[(1-s)\lambda] \rho_{1_1}(s) + [q \tilde{\Phi}[(1-s)\lambda] - 1] \rho_{1_2}(s) = \\ = \rho_0 q \frac{1-s}{1 - q \tilde{\Phi}(\lambda)} \{ \tilde{f}[(1-s)\lambda] [1 - q \tilde{\Phi}(\lambda)] + q \tilde{f}(\lambda) \tilde{\Phi}[(1-s)\lambda] - \tilde{f}(\lambda) \}. \end{aligned}$$

Решения этой системы определяются выражениями

$$\rho_{1_1}(s) = \rho_0 p \frac{(1-s) \tilde{f}[(1-s)\lambda]}{p \tilde{f}[(1-s)\lambda] + q s \tilde{\Phi}[(1-s)\lambda] - s}, \quad (20)$$

$$\rho_{1_2}(s) = \rho_0 q \left[\frac{(1-s) \tilde{f}(\lambda)}{1 - q \tilde{\Phi}(\lambda)} + \frac{s(1-s) \tilde{f}[(1-s)\lambda]}{p \tilde{f}[(1-s)\lambda] + q s \tilde{\Phi}[(1-s)\lambda] - s} \right], \quad (21)$$

которые являются аналогами формулы Поллачека — Хинчина (см., например, [1]).

В результате вычисления с помощью правила Лопиталья пределов производящих функций (20) и (21) при $s \rightarrow 1$ получаем

$$\rho_{1_1}(1) = \rho_{1_1} + \sum_{j=0}^{\infty} \rho_{1_1/j} = \frac{\rho_0}{1 - (\rho + q\delta/p)}, \quad \rho_{1_2}(1) = \rho_{1_2} + \sum_{j=0}^{\infty} \rho_{1_2/j} = \frac{q}{p} \frac{\rho_0}{1 - (\rho + q\delta/p)}, \quad (22)$$

где $\rho = \lambda M \alpha$, $\delta = \lambda M \gamma$.

Отсюда следует, что необходимым условием существования стационарного распределения вложенной цепи Маркова является условие $\rho + q\delta/p < 1$. Можно показать, что это условие является и достаточным (доказательство аналогично случаю $q = 0$ (см., например, [2])).

Заметим, что из (21) и (20) следует соотношение

$$\rho_{1_2}(s) = \rho_0 q \frac{(1-s)\tilde{f}(\lambda)}{1-q\tilde{\varphi}(\lambda)} + \frac{q}{p} s \rho_{1_1}(s).$$

Далее, подставляя (20) и (21) в (18) и (19), находим выражения

$$\rho_{1_1}(s, x) = \rho_0 \frac{\lambda s^2 (1-s)[1-q\tilde{\varphi}[(1-s)\lambda]]}{p\tilde{f}[(1-s)\lambda] + qs\tilde{\varphi}[(1-s)\lambda] - s} \int_0^\infty f(t+x)e^{-\lambda(1-s)t} dt,$$

$$\rho_{1_2}(s, x) = \rho_0 q \frac{\lambda s^2 (1-s)\tilde{f}[(1-s)\lambda]}{p\tilde{f}[(1-s)\lambda] + qs\tilde{\varphi}[(1-s)\lambda] - s} \int_0^\infty \varphi(t+x)e^{-\lambda(1-s)t} dt.$$

Проинтегрировав по переменной x последние равенства, найдем производящие функции $\rho_{1_1}^*(s)$ и $\rho_{1_2}^*(s)$ стационарных мер пребывания на полупрямых $l_1 x / k$ и $l_2 x / k$:

$$\begin{aligned} \rho_{1_1}^*(s) &\equiv \int_0^\infty \rho_{1_1}(s, x) dx = \sum_{k=1}^\infty s^{k+1} \int_0^\infty \rho(l_1 x / k) dx \equiv \\ &\equiv \sum_{k=1}^\infty s^{k+1} \rho_{1_1/k}^* = \rho_0 \frac{s^2 [1-q\tilde{\varphi}[(1-s)\lambda]][1-\tilde{f}[(1-s)\lambda]]}{p\tilde{f}[(1-s)\lambda] + qs\tilde{\varphi}[(1-s)\lambda] - s}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \rho_{1_2}^*(s) &\equiv \int_0^\infty \rho_{1_2}(s, x) dx = \sum_{k=1}^\infty s^{k+1} \int_0^\infty \rho(l_2 x / k) dx \equiv \\ &\equiv \sum_{k=1}^\infty s^{k+1} \rho_{1_2/k}^* = \rho_0 q \frac{s^2 \tilde{f}[(1-s)\lambda][1-\tilde{\varphi}[(1-s)\lambda]]}{p\tilde{f}[(1-s)\lambda] + qs\tilde{\varphi}[(1-s)\lambda] - s}. \end{aligned} \quad (24)$$

В частности, стационарная мера пребывания на всех полупрямых $l_1 x / k$ и $l_2 x / k$

$$\begin{aligned} \rho_{1_1}^*(1) &= \sum_{k=1}^\infty \int_0^\infty \rho(l_1 x / k) dx = \frac{\rho_0 p}{1-(\rho + q\delta/p)}, \quad \rho_{1_2}^*(1) = \sum_{k=1}^\infty \int_0^\infty \rho(l_2 x / k) dx = \frac{q}{p} \frac{\rho_0 \delta}{1-(\rho + q\delta/p)}, \\ \rho_{1_1}^*(1) + \rho_{1_2}^*(1) &= \sum_{k=1}^\infty \int_0^\infty [\rho(l_1 x / k) + \rho(l_2 x / k)] dx = \frac{\rho_0 (\rho + q\delta/p)}{1-(\rho + q\delta/p)}. \end{aligned} \quad (25)$$

Из условия нормировки (8) с помощью формул (22), (25) находим

$$\rho_0 = \frac{p(1-\rho) - q\delta}{p+1}, \quad \rho_{1_1}(1) = \frac{p}{p+1}, \quad \rho_{1_2}(1) = \frac{q}{p+1}, \quad \rho_{1_1}^*(1) = \frac{p\rho}{p+1}, \quad \rho_{1_2}^*(1) = \frac{q\delta}{p+1}.$$

Из (23) и (24) легко следует

$$\rho_{1_1}^*(s) + \rho_{1_2}^*(s) = s[\rho_{1_1}(s) - \rho_0],$$

откуда

$$\rho_{1_1/k}^* + \rho_{1_2/k}^* \equiv \int_0^\infty [\rho(l_1 x / k) + \rho(l_2 x / k)] dx = \rho_{1_1/k-1}, \quad k \geq 1. \quad (26)$$

Стационарное распределение очереди по времени. Чтобы найти финальные вероятности физических состояний системы, разобьем фазовое пространство состояний на непересекающиеся подмножества $E = \bigcup_{k=0}^\infty E_k$, где индекс k указывает на количество заявок в системе:

$$E_0 = \{0\}; \quad E_1 = \{l_1, l_2, l_1/0, l_2/0\}; \quad E_k = \{l_1/k-1, l_2/k-1, l_1 x/k-1, l_2 x/k-1\}, \quad k \geq 2.$$

Финальные вероятности пребывания системы в указанных подмножествах состояний найдем с помощью предельных соотношений [7—9]

$$\pi_k = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{S(t) \in E_k / S(0) = x\} = \int_{E_k} m(x) \rho(dx) \left[\int_E m(x) \rho(dx) \right]^{-1}, \quad k \geq 0, \quad (27)$$

где $m(x)$ — среднее время пребывания системы в состоянии $x \in E$, $\rho(\cdot)$ — стационарное распределение вложенной цепи Маркова.

Не составляет труда определить средние времена пребывания рассматриваемой системы в состояниях:

$$M \theta_{1_1} = M \theta_{1_1/k} = \int_0^\infty \bar{F}(x) e^{-\lambda x} dx = \frac{1 - \tilde{f}(\lambda)}{\lambda}, \quad k \geq 0; \quad M \theta_{1_2} = M \theta_{1_2/k} = \int_0^\infty \bar{\Phi}(x) e^{-\lambda x} dx = \frac{1 - \tilde{\varphi}(\lambda)}{\lambda}, \quad k \geq 0;$$

$$M \theta_{1_x/k} = M \theta_{1_2 x/k} = \int_0^x \bar{G}(x) dx = \frac{1}{\lambda} G(x), \quad k \geq 1; \quad M \theta_0 = \frac{1}{\lambda}.$$

Прежде чем находить выражения для функционалов из (27), проинтегрируем обе части уравнений (1)—(3) по переменной x в пределах от 0 до ∞ и запишем их в следующем виде:

$$\rho_{1_1/1}^* = (\rho_{1_1} + \rho_{1_1/0})[1 - \tilde{f}(\lambda)], \quad \rho_{1_2/1}^* = (\rho_{1_2} + \rho_{1_2/0})[1 - \tilde{\varphi}(\lambda)]; \quad (28)$$

$$\rho_{1_1/k}^* = \int_0^\infty G(x) \rho(1_1 x / k - 1) dx + \rho_{1_1/k-1} [1 - \tilde{f}(\lambda)], \quad k \geq 2; \quad (29)$$

$$\rho_{1_2/k}^* = \int_0^\infty G(x) \rho(1_2 x / k - 1) dx + \rho_{1_2/k-1} [1 - \tilde{\varphi}(\lambda)], \quad k \geq 2. \quad (30)$$

Используя выражения для средних времен и учитывая соотношения (28)—(30), (26) и (22), получаем

$$\int_{E_0} m(x) \rho(dx) = \frac{\rho_0}{\lambda};$$

$$\int_{E_1} m(x) \rho(dx) = \frac{1}{\lambda} [(\rho_{1_1} + \rho_{1_1/0})[1 - \tilde{f}(\lambda)] + (\rho_{1_2} + \rho_{1_2/0})[1 - \tilde{\varphi}(\lambda)]] = \frac{1}{\lambda} (\rho_{1_1/1}^* + \rho_{1_2/1}^*) = \frac{1}{\lambda} \rho_{1_1/0};$$

$$\int_{E_k} m(x) \rho(dx) = \frac{1}{\lambda} [\rho_{1_1/k-1} [1 - \tilde{f}(\lambda)] + \rho_{1_2/k-1} [1 - \tilde{\varphi}(\lambda)]] + \\ + \frac{1}{\lambda} \int_0^\infty G(x) [\rho(1_1 x / k - 1) + \rho(1_2 x / k - 1)] dx = \frac{1}{\lambda} (\rho_{1_1/k}^* + \rho_{1_2/k}^*) = \frac{1}{\lambda} \rho_{1_1/k-1}, \quad k \geq 2;$$

$$\int_E m(x) \rho(dx) = \frac{\rho_0}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} \sum_{k=1}^\infty \rho_{1_1/k-1} = \frac{1}{\lambda} \left(\rho_{1_1} + \sum_{k=0}^\infty \rho_{1_1/k} \right) = \frac{1}{\lambda} \rho_{1_1}(1) = \frac{1}{\lambda} \frac{\rho_0}{1 - (\rho + q\delta/p)}.$$

Таким образом, с учетом полученных выражений финальные вероятности состояний определяются как

$$\pi_0 = 1 - (\rho + q\delta/p); \quad \pi_k = \frac{\pi_0}{\rho_0} \rho_{1_1/k-1}, \quad k \geq 1, \quad (31)$$

где стационарные вероятности $\rho_{1_1/k-1}$ вычисляются по формулам (9), (10).

Если в системе качество обслуживания заявок не контролируется ($q = 0$), то выражения (31) совпадают с известными формулами (см., например, [2]).

Теперь определим финальные вероятности пребывания в системе k заявок с учетом того, что заявка обслуживается на приборе первый раз или повторно. Для этого каждое из

подмножеств состояний E_k , $k \geq 1$, разобьем на два непересекающихся подмножества: $E_k = E_k^{11} \cup E_k^{12}$, где

$$E_1^{11} = \{1_1, 1_1 / 0\}, E_1^{12} = \{1_2, 1_2 / 0\}, E_k^{11} = \{1_1 / k - 1, 1_1 x / k - 1\}, \\ E_k^{12} = \{1_2 / k - 1, 1_2 x / k - 1\}, k \geq 2.$$

Аналогично выводу (31) получаем

$$\pi_1^{11} = \frac{\pi_0}{\rho_0}(\rho_{1_1} + \rho_{1_1/0})(1 - \tilde{f}(\lambda)), \pi_k^{11} = \frac{\pi_0}{\rho_0} \left[\rho_{1_1} F_{k-1} + \sum_{i=0}^{k-1} \rho_{1_1/i} F_{k-1-i} \right], k \geq 2; \\ \pi_1^{12} = \frac{q}{p} \frac{\pi_0}{\rho_0} \rho_{1_1} (1 - \tilde{\varphi}(\lambda)), \pi_k^{12} = \frac{q}{p} \frac{\pi_0}{\rho_0} \left[\rho_{1_1} \Phi_{k-1} + \sum_{i=0}^{k-2} \rho_{1_1/i} F_{k-2-i} \right], k \geq 2. \quad (32)$$

Средние стационарные времена пребывания системы в состояниях. Средние стационарные времена $T(E_k)$ пребывания системы в состояниях E_k найдем с помощью соотношений [7—9]

$$T(E_k) = \int_{E_k} m(x) \rho(dx) \left[\int_{E \setminus E_k} \rho(dx) P(x, E_k) \right]^{-1}, k \geq 0, \quad (33)$$

где $P(x, E_k)$ — вероятности переходов из состояния x в подмножество состояний E_k .

В результате преобразований интегралов из (33) с учетом вероятностей переходов системы из одних состояний в другие и соотношений (4), (5), (28)—(30) и (26) получаем

$$\int_{E \setminus E_0} \rho(dx) P(x, E_0) = \int_{E_0} \rho(dx) P(x, E \setminus E_0) = \rho_0; \\ \int_{E \setminus E_1} \rho(dx) P(x, E_1) = \int_{E_1} \rho(dx) P(x, E \setminus E_1) = p \left[(\rho_{1_1} + \rho_{1_1/0}) P(\beta > \alpha) + (\rho_{1_2} + \rho_{1_2/0}) P(\beta > \gamma) \right] + \\ + (\rho_{1_1} + \rho_{1_1/0}) P(\beta < \alpha) + (\rho_{1_2} + \rho_{1_2/0}) P(\beta < \gamma) = \rho_0 + \rho_{1_1/1}^* + \rho_{1_2/1}^* = \rho_{1_1} + \rho_{1_1/0}; \\ \int_{E \setminus E_k} \rho(dx) P(x, E_k) = \int_{E_k} \rho(dx) P(x, E \setminus E_k) = \\ = p \left\{ \int_0^\infty e^{-\lambda x} [\rho_{1_1/k-1} f(x) + \rho_{1_2/k-1} \varphi(x)] dx + \int_0^\infty e^{-\lambda x} [\rho(1_1 x / k - 1) + \rho(1_2 x / k - 1)] dx \right\} + \\ + \rho_{1_1/k-1} P(\alpha > \beta) + \rho_{1_2/k-1} P(\gamma > \beta) + \int_0^\infty G(x) [\rho(1_1 x / k - 1) + \rho(1_2 x / k - 1)] dx = \\ = \rho_{1_1/k-2} + \rho_{1_1/k}^* + \rho_{1_2/k}^* = \rho_{1_1/k-2} + \rho_{1_1/k-1}, k \geq 2.$$

Следовательно,

$$T(E_0) = 1/\lambda; T(E_1) = \frac{\rho_{1_1/0}}{\lambda(\rho_{1_1} + \rho_{1_1/0})} = \frac{1 - p\tilde{f}(\lambda) - q\tilde{\varphi}(\lambda)}{\lambda(1 - q\tilde{\varphi}(\lambda))}; T(E_k) = \frac{\rho_{1_1/k-1}}{\lambda(\rho_{1_1/k-2} + \rho_{1_1/k-1})}, k \geq 2. \quad (34)$$

Найдем стационарные вероятности состояний: прибор обслуживает заявку первый раз, прибор обслуживает заявку повторно. Для этого представим фазовое пространство в виде объединения трех непересекающихся подпространств: $E = E_0 \cup E_1 \cup E_2$, где $E_0 = \{0\}$ —

прибор свободен; $E_{1_1} = \{1_1; 1_1 / k, k \geq 0; 1_1 x / k, k \geq 1\}$ — прибор обслуживает заявку первый раз; $E_{1_2} = \{1_2; 1_2 / k, k \geq 0; 1_2 x / k, k \geq 1\}$ — прибор обслуживает заявку повторно.

Финальные вероятности π_{1_1} и π_{1_2} пребывания системы соответственно в подмножествах состояний E_{1_1} и E_{1_2} определяются с помощью (27). Учитывая вид стационарного распределения вложенной цепи Маркова, средние времена пребывания системы в состояниях, соотношения (28), (29) и (25), получаем

$$\begin{aligned} \int_{E_{1_1}} m(x) \rho(dx) &= \left(\rho_{1_1} + \sum_{j=0}^{\infty} \rho_{1_1/j} \right) \int_0^{\infty} \bar{G}(x) \bar{F}(x) dx + \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \rho(1_1 x / k) \int_0^x \bar{G}(x) dx = \\ &= \frac{1}{\lambda} \left\{ (\rho_{1_1} + \rho_{1_1/0}) [1 - \tilde{f}(\lambda)] + \sum_{k=1}^{\infty} \left[\int_0^{\infty} G(x) \rho(1_1 x / k) dx + \rho_{1_1/k} [1 - \tilde{f}(\lambda)] \right] \right\} = \\ &= \frac{1}{\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \rho_{1_1/k}^* = \frac{1}{\lambda} \rho_{1_1}^* (1) = \frac{1}{\lambda} \frac{\rho_0 \rho}{1 - (\rho + q\delta/p)} = \frac{1}{\lambda} \frac{p\rho}{p+1} = \frac{p}{p+1} M\alpha. \end{aligned}$$

С помощью аналогичных рассуждений $\int_{E_{1_1}} m(x) \rho(dx) = \frac{q}{p+1} M\gamma$. Следовательно,

$$\pi_0 = 1 - (\rho + q\delta/p), \quad \pi_{1_1} = \rho, \quad \pi_{1_2} = q\delta/p.$$

С помощью (33) найдем средние стационарные времена пребывания системы в подмножествах состояний E_{1_1} и E_{1_2} . Для этого вычислим значение интеграла

$$\begin{aligned} \int_{E \setminus E_{1_1}} \rho(dx) P(x, E_{1_1}) &= \int_{E_{1_1}} \rho(dx) P(x, E_0) + \int_{E_{1_1}} \rho(dx) P(x, E_{1_2}) = \\ &= (\rho_{1_1} + \rho_{1_1/0}) p \tilde{f}(\lambda) + (\rho_{1_1} + \rho_{1_1/0}) q \tilde{f}(\lambda) + q \sum_{k=1}^{\infty} \left[\int_0^{\infty} \bar{G}(x) \rho(1_1 x / k) dx + \rho_{1_1/k} \tilde{f}(\lambda) \right]. \end{aligned}$$

В результате почленного сложения равенств (28)—(30) и несложных преобразований получим

$$(\rho_{1_1} + \rho_{1_1/0}) \tilde{f}(\lambda) + \sum_{k=1}^{\infty} \left[\int_0^{\infty} \bar{G}(x) \rho(1_1 x / k) dx + \rho_{1_1/k} \tilde{f}(\lambda) \right] = \rho_{1_1} (1).$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \int_{E \setminus E_{1_1}} \rho(dx) P(x, E_{1_1}) &= (\rho_{1_1} + \rho_{1_1/0}) p \tilde{f}(\lambda) + q \rho_{1_1} (1) = \rho_0 [1 - q\tilde{\varphi}(\lambda)] + \frac{q\rho_0}{1 - (\rho + q\delta/p)} = \\ &= \frac{p}{p+1} [q + \pi_0 [1 - q\tilde{\varphi}(\lambda)]] . \end{aligned}$$

Аналогично

$$\int_{E \setminus E_{1_2}} \rho(dx) P(x, E_{1_2}) = \int_{E_{1_1}} \rho(dx) P(x, E_{1_2}) = \frac{q\rho_0}{\pi_0}.$$

Таким образом,

$$T(E_{1_1}) = \frac{M\alpha}{q + \pi_0 [1 - q\tilde{\varphi}(\lambda)]}, \quad T(E_{1_2}) = \frac{1}{p} M\gamma. \quad (35)$$

Средняя длительность периода занятости прибора. Описывающий функционирование системы обслуживания полумарковский процесс $S(t)$ является регенерирующим. Каждый цикл регенерации состоит из периода занятости и свободного периода. В качестве точек регенерации выберем моменты попадания системы в состояние 1_1 . Тогда фазовое пространство состояний системы разбивается на два подмножества: $E = E_+ \cup E_0$, где $E_0 = \{0\}$, $E_+ = E \setminus E_0$. Среднее стационарное время $T(E_+)$ пребывания системы в состояниях подмножества E_+ , которое соответствует занятости прибора, найдем с помощью (33). Учитывая, что

$$\int_{E_+} m(x)\rho(dx) = \int_E m(x)\rho(dx) - \int_{E_0} m(x)\rho(dx) = \frac{\rho_0}{\lambda} \frac{1-\pi_0}{\pi_0}, \quad \int_{E \setminus E_+} \rho(dx)P(x, E_+) = \rho_0,$$

получаем

$$T(E_+) = \frac{1-\pi_0}{\lambda\pi_0}.$$

Среднее число заявок в системе и очереди в стационарном режиме. Среднее число $\bar{N}_c$ заявок в системе в стационарном режиме

$$\bar{N}_c = \sum_{k=1}^{\infty} k\pi_k = \frac{\pi_0}{\rho_0} \sum_{j=0}^{\infty} (j+1)\rho_{1_1/j} = \frac{\pi_0}{\rho_0} \rho'_{1_1}(1),$$

где

$$\rho'_{1_1}(1) = \lim_{s \rightarrow 1} \rho'_{1_1}(s) = \rho_0 p \lim_{s \rightarrow 1} \frac{d}{ds} \left(\frac{(1-s)\tilde{f}[(1-s)\lambda]}{p\tilde{f}[(1-s)\lambda] + qs\tilde{\varphi}[(1-s)\lambda] - s} \right).$$

В результате вычисления предела с помощью правила Лопиталя находим

$$\rho'_{1_1}(1) = \frac{\rho_0}{\pi_0^2} \left[\frac{\lambda^2}{2} \left(\alpha^{(2)} + \frac{q}{p} \gamma^{(2)} \right) + (1-\rho)(1-\pi_0) \right],$$

где $\alpha^{(2)} = \tilde{f}''(0) = \int_0^{\infty} t^2 f(t) dt$, $\gamma^{(2)} = \tilde{\varphi}''(0) = \int_0^{\infty} t^2 \varphi(t) dt$ — центральные моменты второго порядка

времен обслуживания заявок первый раз и повторно соответственно.

Таким образом, окончательно получаем

$$\bar{N}_c = \frac{1}{\pi_0} \left[\frac{\lambda^2}{2} \left(\alpha^{(2)} + \frac{q}{p} \gamma^{(2)} \right) + (1-\rho)(1-\pi_0) \right]. \quad (36)$$

Теперь определим среднее число $\bar{N}_{оч}$ заявок в очереди в стационарном режиме:

$$\begin{aligned} \bar{N}_{оч} &= \sum_{k=2}^{\infty} (k-1)\pi_k = \frac{\pi_0}{\rho_0} \sum_{j=0}^{\infty} (j+1)\rho_{1_1/j} - \frac{\pi_0}{\rho_0} \sum_{j=0}^{\infty} \rho_{1_1/j} = \bar{N}_c - \frac{\pi_0}{\rho_0} [\rho_{1_1}(1) - \rho_0] = \\ &= \frac{1}{\pi_0} \left[\frac{\lambda^2}{2} \left(\alpha^{(2)} + \frac{q}{p} \gamma^{(2)} \right) + \frac{q}{p} \delta(1-\pi_0) \right]. \end{aligned} \quad (37)$$

Среднее стационарное время пребывания в очереди. В момент принятия заявки в очередь время ожидания начала ее обслуживания складывается из полного времени ζ дообслуживания заявки, находящейся в этот момент на приборе (с учетом возможных ее повторных обслуживаний), и времен обслуживания уже находящихся в очереди заявок. Среднее полное время дообслуживания ζ найдем по формуле полного математического ожидания

$M\zeta = \sum_{k=1}^{\infty} \pi_k M\zeta_k$, где $M\zeta_k$ — математическое ожидание полного времени дообслуживания заявки на приборе с момента, когда поступившая в систему заявка заняла k -е место в очереди.

Сначала найдем средние полные времена $\zeta_{1x/k}$ и $\zeta_{2x/k}$ дообслуживания заявки на приборе в моменты попадания системы в состояния $1_x/k$ и $2_x/k$ соответственно. Эти времена складываются из времени x до ближайшего момента проведения контроля качества обслуживания и суммы случайного числа ξ повторных обслуживаний: $\zeta_{1x/k} = \zeta_{2x/k} = x + \sum_{i=0}^{\xi} \gamma_i$.

Поскольку $P(\xi = n) = q^n p$, $n \geq 0$, $M\xi = \frac{q}{p}$ и $M\gamma_n = M\gamma$, то на основании тождества Вальда

[15] находим $M\zeta_{1x/k} = M\zeta_{2x/k} = x + \frac{q}{p} M\gamma$. Математические ожидания $M\zeta_{1x/k}$ и $M\zeta_{2x/k}$

зависят от начальных состояний $1_x/k$ и $2_x/k$, содержащих непрерывный компонент x . Для того чтобы найти среднее значение $M\zeta_k$, не зависящее от x , проведем операцию усреднения. Для этого представим фазовое пространство состояний процесса в виде объединения двух непересекающихся подмножеств:

$$E = E_{\geq k}^+ \cup E_{\geq k}^-, E_{\geq k}^+ = \{1_x/j, 2_x/j, 2_j, j \geq k\}, E_{\geq k}^- = E \setminus E_{\geq k}^+, k \geq 1.$$

Заметим, что полное время $\zeta_{1x/k}$ ($\zeta_{2x/k}$) дообслуживания заявки на приборе есть время с момента попадания системы в состояние $1_x/k$ ($2_x/k$) до момента первого выхода из подмножества $E_{\geq k}^+$.

Операцию усреднения проведем по формуле [16]

$$M\zeta_k = \frac{\int_{E_{\geq k}^-} \rho(dy) \int_{E_{\geq k}^+} M\zeta_x P(y, dx)}{\int_{E_{\geq k}^-} \rho(dx) P(x, E_{\geq k}^+)}, \quad (38)$$

где $M\zeta_x$ — среднее время пребывания системы в состоянии $E_{\geq k}^+$ с начальным состоянием x .

Сначала найдем значения интегралов в знаменателе дроби (38) (учитывая (28)—(30) и (26)):

$$\begin{aligned} \int_{E_{\geq 1}^-} \rho(dx) P(x, E_{\geq 1}^+) &= (\rho_{1_1} + \rho_{1_1/0})P(\alpha > \beta) + (\rho_{1_2} + \rho_{1_2/0})P(\gamma > \beta) = \\ &= (\rho_{1_1} + \rho_{1_1/0})[1 - \tilde{f}(\lambda)] + (\rho_{1_2} + \rho_{1_2/0})[1 - \tilde{\varphi}(\lambda)] = \rho_{1_1/1}^* + \rho_{1_2/1}^* = \rho_{1_1/0}, \\ \int_{E_{\geq k}^-} \rho(dx) P(x, E_{\geq k}^+) &= \rho_{1_1/k-1} [1 - \tilde{f}(\lambda)] + \rho_{1_2/k-1} [1 - \tilde{\varphi}(\lambda)] + \\ &+ \int_0^{\infty} [\rho(1_x/k - 1) + \rho(2_x/k - 1)] G(x) dx = \rho_{1_1/k}^* + \rho_{1_2/k}^* = \rho_{1_1/k-1}, k \geq 2. \end{aligned}$$

Принимая во внимание (31), получаем

$$M\zeta = \sum_{k=1}^{\infty} \pi_k M\zeta_k = \frac{\pi_0}{\rho_0} \sum_{k=1}^{\infty} \int_{E_{\geq k}^-} \rho(dy) \int_{E_{\geq k}^+} M\zeta_x P(y, dx) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\pi_0}{\rho_0} \left(\rho_{1_1} + \sum_{j=0}^{\infty} \rho_{1_1/j} \right) \int_0^{\infty} \left(x + \frac{q}{p} M \gamma \right) dx \int_0^{\infty} g(t) f(t+x) dt + \\
&+ \frac{\pi_0}{\rho_0} \left(\rho_{1_2} + \sum_{j=0}^{\infty} \rho_{1_2/j} \right) \int_0^{\infty} \left(x + \frac{q}{p} M \gamma \right) dx \int_0^{\infty} g(t) \varphi(t+x) dt + \\
&+ \frac{\pi_0}{\rho_0} \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} [\rho(1_1 y / k) + \rho(1_2 y / k)] dy \int_0^y g(y-x) \left(x + \frac{q}{p} M \gamma \right) dx.
\end{aligned}$$

Поскольку

$$\begin{aligned}
\int_0^y x g(y-x) dx &= y - \int_0^y \bar{G}(t) dt = y - \frac{1}{\lambda} G(y); \\
\int_0^{\infty} x dx \int_0^{\infty} g(t) f(t+x) dt &= M \alpha - \frac{1 - \tilde{f}(\lambda)}{\lambda}; \quad \int_0^{\infty} x dx \int_0^{\infty} g(t) \varphi(t+x) dt = M \gamma - \frac{1 - \tilde{\varphi}(\lambda)}{\lambda};
\end{aligned}$$

$$\rho_{1_1}(1) [1 - \tilde{f}(\lambda)] + \rho_{1_2}(1) [1 - \tilde{\varphi}(\lambda)] + \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} G(y) [\rho(1_1 y / k) + \rho(1_2 y / k)] dy = \rho_{1_1}(1) - \rho_0 = \rho_0 \frac{1 - \pi_0}{\pi_0},$$

то

$$\begin{aligned}
\frac{\rho_0}{\pi_0} M \zeta &= \rho_{1_1}(1) \left[M \alpha - \frac{1 - \tilde{f}(\lambda)}{\lambda} \right] + \rho_{1_2}(1) \left[M \gamma - \frac{1 - \tilde{\varphi}(\lambda)}{\lambda} \right] + \\
&+ \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} y [\rho(1_1 y / k) + \rho(1_2 y / k)] dy - \frac{1}{\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} G(y) [\rho(1_1 y / k) + \rho(1_2 y / k)] dy + \\
&+ \frac{q}{p} M \gamma \left[\rho_{1_1}(1) [1 - \tilde{f}(\lambda)] + \rho_{1_2}(1) [1 - \tilde{\varphi}(\lambda)] + \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} G(y) [\rho(1_1 y / k) + \rho(1_2 y / k)] dy \right] = \\
&= \rho_{1_1}(1) M \alpha + \rho_{1_2}(1) M \gamma - \frac{1}{\lambda} [\rho_{1_1}(1) - \rho_0] + \frac{q}{p} M \gamma [\rho_{1_1}(1) - \rho_0] + \\
&+ \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} y [\rho(1_1 y / k) + \rho(1_2 y / k)] dy = \frac{q}{p} \rho_0 \frac{1 - \pi_0}{\pi_0} M \gamma + \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} y [\rho(1_1 y / k) + \rho(1_2 y / k)] dy.
\end{aligned}$$

Осталось найти сумму ряда в правой части последнего равенства. Для этого проинтегрируем функции в обеих частях равенств (13), (18) и (19) в пределах от x до ∞ :

$$\begin{aligned}
\int_x^{\infty} \rho_{1_1}(s, t) dt &= \sum_{k=1}^{\infty} s^{k+1} \int_x^{\infty} \rho(1_1 t / k) dt = \lambda s [(s-1) \rho_0 + \rho_{1_1}(s)] \int_0^{\infty} \bar{F}(t+x) e^{-\lambda(1-s)t} dt, \\
\int_x^{\infty} \rho_{1_2}(s, t) dt &= \sum_{k=1}^{\infty} s^{k+1} \int_x^{\infty} \rho(1_2 t / k) dt = \lambda s [(s-1) \rho_{1_2} + \rho_{1_2}(s)] \int_0^{\infty} \bar{\Phi}(t+x) e^{-\lambda(1-s)t} dt.
\end{aligned}$$

Проинтегрировав еще раз обе части последних равенств по переменной x в пределах от 0 до ∞ , получим

$$\begin{aligned}
\bar{\rho}_{1_1}^*(s) &\equiv \int_0^{\infty} dx \int_x^{\infty} \rho_{1_1}(s, t) dt = \sum_{k=1}^{\infty} s^{k+1} \int_0^{\infty} dx \int_x^{\infty} \rho(1_1 t / k) dt = \sum_{k=1}^{\infty} s^{k+1} \int_0^{\infty} x \rho(1_1 x / k) dx = \\
&= \frac{s}{\lambda(1-s)^2} [(s-1) \rho_0 + \rho_{1_1}(s)] \{ \lambda M \alpha (1-s) - [1 - \tilde{f}[(1-s)\lambda]] \},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{\rho}_{1_2}^*(s) &\equiv \int_0^\infty dx \int_x^\infty \rho_{1_2}(s, t) dt = \sum_{k=1}^\infty s^{k+1} \int_0^\infty dx \int_x^\infty \rho(1_2 t / k) dt = \sum_{k=1}^\infty s^{k+1} \int_0^\infty x \rho(1_2 x / k) dx = \\ &= \frac{s}{\lambda(1-s)^2} [(s-1)\rho_{1_2} + \rho_{1_2}(s)] \{ \lambda M \gamma (1-s) - [1 - \tilde{\Phi}[(1-s)\lambda]] \}.\end{aligned}$$

Вычисление пределов функций $\bar{\rho}_{1_1}^*(s)$ и $\bar{\rho}_{1_2}^*(s)$ при $s \rightarrow 1$ с помощью правила Лопиталя приводит к соотношениям

$$\begin{aligned}\bar{\rho}_{1_1}^*(1) &\equiv \sum_{k=1}^\infty \int_0^\infty x \rho(1_1 x / k) dx = \frac{\rho_0 \lambda \alpha^{(2)}}{2\pi_0}, \quad \bar{\rho}_{1_2}^*(1) \equiv \sum_{k=1}^\infty \int_0^\infty x \rho(1_2 x / k) dx = \frac{q}{p} \frac{\rho_0 \lambda \gamma^{(2)}}{2\pi_0}, \\ &\sum_{k=1}^\infty \int_0^\infty x [\rho(1_1 x / k) + \rho(1_2 x / k)] dx = \frac{\lambda \rho_0}{2\pi_0} \left(\alpha^{(2)} + \frac{q}{p} \gamma^{(2)} \right).\end{aligned}$$

Следовательно, среднее полное время дообслуживания заявки на приборе

$$M\zeta = \frac{\lambda}{2} \left(\alpha^{(2)} + \frac{q}{p} \gamma^{(2)} \right) + \frac{q}{p} (1 - \pi_0) M\gamma. \quad (39)$$

Время пребывания в заявки очереди складывается из полного времени дообслуживания заявки на приборе и полного времени обслуживания всех стоящих перед ней в очереди заявок. Поэтому

$$\begin{aligned}\bar{T}_{оч} &= M\zeta + \left(M\alpha + \frac{q}{p} M\gamma \right) \sum_{k=2}^\infty (k-1) \pi_k = M\zeta + \left(M\alpha + \frac{q}{p} M\gamma \right) \bar{N}_{оч} = \\ &= \frac{\lambda}{2} \left(\alpha^{(2)} + \frac{q}{p} \gamma^{(2)} \right) + \frac{q}{p} (1 - \pi_0) M\gamma + \frac{1 - \pi_0}{\lambda \pi_0} \left[\frac{\lambda^2}{2} \left(\alpha^{(2)} + \frac{q}{p} \gamma^{(2)} \right) + \frac{q}{p} \delta (1 - \pi_0) \right].\end{aligned}$$

Таким образом,

$$\bar{T}_{оч} = \frac{1}{\pi_0} \left[\frac{\lambda}{2} \left(\alpha^{(2)} + \frac{q}{p} \gamma^{(2)} \right) + \frac{q}{p} (1 - \pi_0) M\gamma \right]. \quad (40)$$

Очевидно, что среднее время пребывания заявки в системе

$$\bar{T}_c = M\zeta + \left(M\alpha + \frac{q}{p} M\gamma \right) \left(\pi_0 + \sum_{k=1}^\infty k \pi_k \right) = \bar{T}_{оч} + \left(M\alpha + \frac{q}{p} M\gamma \right) \sum_{k=0}^\infty \pi_k.$$

Окончательно получаем

$$\bar{T}_c = \frac{\lambda}{2\pi_0} \left(\alpha^{(2)} + \frac{q}{p} \gamma^{(2)} \right) + \frac{(1 - \pi_0)(1 - \rho)}{\lambda \pi_0}. \quad (41)$$

Заметим, что при наличии в системе процедуры контроля качества обслуживания средние стационарные времена пребывания заявки в очереди и системе могут быть найдены по формуле Литтла (см., например, [1]), так же как и в случае отсутствия контроля.

Полученные выражения для определения стационарных характеристик системы являются функциями аргумента p . Это позволяет оценить зависимость показателей системы от вероятности p качественного обслуживания заявки. Например, эластичность $L(p) = \frac{p}{\bar{T}_c(p)} \frac{d}{dp} (\bar{T}_c(p))$ времени пребывания заявки в системе в зависимости от p позволяет оценить в процентах изменение времени пребывания заявки в системе при изменении вероятности качественного обслуживания заявки на 1 %.

Графики зависимостей среднего стационарного времени $\bar{T}_c(p)$ пребывания заявки в очереди и эластичности $L(p)$ этой функции от вероятности p успешного обслуживания представлены на рис. 1 и 2 соответственно.

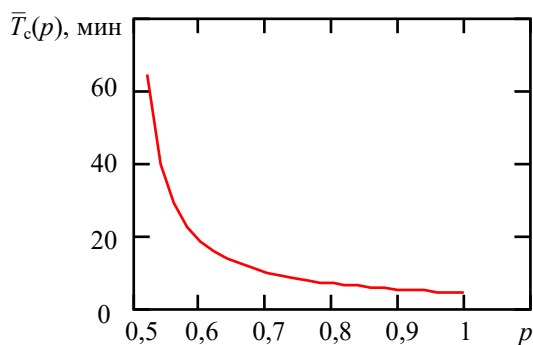


Рис. 1

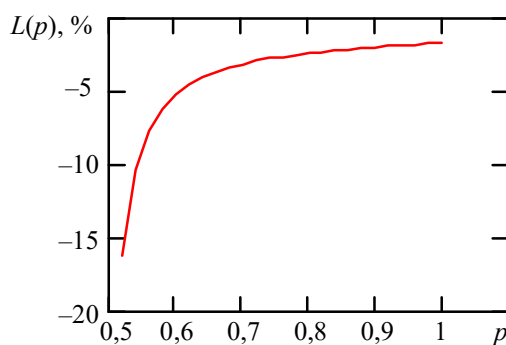


Рис. 2

Пример. В систему обслуживания поступает простейший поток заявок с интенсивностью $\lambda = 0,2 \text{ мин}^{-1}$. Время первого и повторного обслуживания заявок распределено по закону Вейбулла — Гнеденко с функциями распределения $F(t) = 1 - \exp(-(t/3)^2)$ и $\Phi(t) = 1 - \exp(-(t/2,5)^3)$ соответственно. Среднее время первого обслуживания заявок $M\alpha = 2,659 \text{ мин}$, среднее время повторного обслуживания — $M\gamma = 2,232 \text{ мин}$. Стационарные характеристики системы, вычисленные по формулам (31), (32), (34)—(37), (39)—(41), приведены в табл. 1—3.

Таблица 1

p	$\rho + q\delta/p$	π_0	π_1	π_2	π_3	π_4	$T(E_1),$ мин	$T(E_2),$ мин	$T(E_3),$ мин	$T(E_4),$ мин
1	0,532	0,468	0,300	0,138	0,057	0,022	1,953	1,577	1,455	1,412
0,9	0,581	0,419	0,295	0,153	0,072	0,033	2,068	1,710	1,602	1,568
0,8	0,653	0,357	0,280	0,167	0,092	0,049	2,199	1,865	1,773	1,746
0,5	0,978	0,022	0,027	0,027	0,026	0,026	2,746	2,514	2,472	2,465

Таблица 2

p	$\pi_1^{1_1}$	$\pi_1^{1_2}$	$\pi_2^{1_1}$	$\pi_2^{1_2}$	$\pi_3^{1_1}$	$\pi_3^{1_2}$	$\pi_4^{1_1}$	$\pi_4^{1_2}$
0,9	0,279	0,016	0,138	0,015	0,063	0,009	0,028	0,050
0,8	0,249	0,031	0,135	0,032	0,071	0,021	0,037	0,012
0,5	0,019	0,08	0,016	0,011	0,014	0,012	0,014	0,012

Таблица 3

p	$T(E_1),$ мин	$T(E_2),$ мин	$T(E_+),$ мин	$\bar{N}_c$	$\bar{N}_{оч}$	$M\zeta,$ мин	$\bar{T}_c,$ мин	$\bar{T}_{оч},$ мин	$L(p),\%$
1	5,648	2,232	5,678	0,916	0,384	0,900	4,581	1,922	—
0,9	5,409	2,480	6,943	1,110	0,529	1,107	5,551	2,644	-1,955
0,8	5,209	2,791	9,020	1,429	0,785	1,400	7,143	3,926	-2,355
0,5	5,165	4,465	224,631	34,486	33,508	3,648	172,432	167,541	-41,86

Приведенные в таблицах расчетные данные позволяют оценить изменения значений стационарных характеристик системы в зависимости от вероятности p качественного обслуживания заявок. Например, из значений эластичности $L(p)$ времени $\bar{T}_c(p)$ пребывания заявки в системе, вычисленных в при $p = 0,9$ и $p = 0,5$ (см. табл. 3), следует, что увеличение вероятности успешного обслуживания заявок на 1 % в первом случае приведет к уменьшению среднего времени пребывания заявки в системе на 1,955 %, а во втором случае — на 41,86 %.

Заключение. Построен полумарковский процесс функционирования одноканальной системы обслуживания с простейшим входящим потоком и бесконечной очередью, в которой в случае неудовлетворительного качества обслуживания заявок проводятся их повторные обслуживания. Получены расчетные формулы для вычисления стационарных характеристик системы, позволяющие оценить влияние вероятности качественного обслуживания заявок на показатели системы. Приведенные результаты могут быть использованы для более корректного описания процесса функционирования современных технических и информационных систем, таких как производственные конвейеры, телекоммуникационные и ресурсоснабжающие сети, базы данных, управляющие контроллеры и др.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. М.: Наука, 1987. 336 с.
2. Бочаров П. П., Печинкин А. В. Теория массового обслуживания. М.: Изд-во РУДН, 1995. 529 с.
3. Климов Г. П. Стохастические системы обслуживания. М.: Наука, 1966. 244 с.
4. Коваленко И. Н. Теория массового обслуживания // Итоги науки. Сер. Теор. вероятн. Мат. стат. Теор. кибернет. 1970, ВИНТИ, М., 1971. С. 5—109.
5. Бутко Т. К. Процесс марковского восстановления системы $G/M/1/\infty$ // Применение аналитических методов в теории вероятностей: Сб. науч. тр. Киев: Ин-т математики АН УССР, 1983. С. 17—27.
6. Chen Y., Whitt W. Algorithms for the upper bound mean waiting time in the GI/GI/1 queue // Queueing Systems. 2020. Vol. 94. P. 327—356. DOI: 10.1007/s11134-020-09649-9.
7. Королюк В. С., Турбин А. Ф. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем. Киев: Наук. думка, 1982. 236 с.
8. Королюк В. С. Стохастические модели систем. Киев: Наук. думка, 1989. 208 с.
9. Корлат А. Н., Кузнецов В. Н., Новиков М. И., Турбин А. Ф. Полумарковские модели восстанавливаемых систем и систем массового обслуживания. Кишинев: Штиинца, 1991. 276 с.
10. Песчанский А. И., Коваленко А. И. Стационарные характеристики однолинейной системы с потерями и контролем качества обслуживания // Системные технологии: Межвуз. сб. науч. тр. Днепропетровск, 2011. Вып. 4(75). С. 129—139.
11. Песчанский А. И. Полумарковская модель однолинейной системы обслуживания с потерями и диагностикой качества обслуживания в момент поступления следующей заявки // Вестн. СевГТУ: Автоматизация процессов и управление: Сб. науч. тр. 2012. Вып. 125. С. 55—62.
12. Peschansky A. I. Stationary Characteristics of the Single-Server Queue System with Losses and Immediate Service Quality Control // Appl. Mathematics. 2011. Vol. 2, N 4. P. 403—409. DOI: 10.4236/am.2011.24049.
13. Песчанский А. И. Полумарковская модель однолинейной системы с потерями и мгновенным контролем качества обслуживания // Вестн. СевНТУ: Сер. Информатика, электроника, связь: Сб. науч. тр. 2011. Вып. 114. С. 47—52.
14. Kendall D. Stochastic Processes Occurring in the Theory of Queues and their Analysis by the Method of the Imbedded Markov Chain // Ann. Math. Statistics. 1953. Vol. 24, N 3. P. 338—354.
15. Beichelt F., Franken P. Zuverlässigkeit und Instanphaltung, Mathematische Methoden. Berlin: VEB Verlag Technik, 1983. 392 p.
16. Райнике К., Ушаков И. А. Оценка надежности систем с использованием графов. М.: Радио и связь, 1988. 208 с.

Сведения об авторе

Алексей Иванович Песчанский

— д-р техн. наук, профессор; Севастопольский государственный университет, кафедра высшей математики;
E-mail: peschansky_sntu@mail.ru

Поступила в редакцию 15.05.2023; одобрена после рецензирования 14.06.2023; принята к публикации 31.07.2023.

REFERENCES

1. Gnedenko B.V., Kovalenko I.N. *Vvedeniye v teoriyu massovogo obsluzhivaniya* (Introduction to Queuing Theory), Moscow, 1987, 336 p. (in Russ.)
2. Bocharov P.P., Pechinkin A.V. *Teoriya massovogo obsluzhivaniya* (Queuing Theory), Moscow, 1995, 529 p. (in Russ.)
3. Klimov G.P. *Stokhasticheskiye sistemy obsluzhivaniya* (Stochastic Queuing Systems), Moscow, 1966, 244 p. (in Russ.)
4. Kovalenko I.N. *Teoriya massovogo obsluzhivaniya. Itogi nauki. Seriya Teoriya veroyatnostey. Matematicheskaya statistika. Teoreticheskaya kibernetika* (Theory of Queuing. The Results of Science. Series Theory of Probability. Math statistics. Theoretical cybernetics), Moscow, 1971, pp. 5–109. (in Russ.)
5. Butko T.K. *Primeneniye analiticheskikh metodov v teorii veroyatnostey* (Application of Analytical Methods in Probability Theory), Kyiv, 1983, pp. 17–27. (in Russ.)
6. Chen Y., Whitt W. *Queueing Systems*, 2020, vol. 94, pp. 327–356, DOI: 10.1007/s11134-020-09649-9.
7. Korolyuk V.S., Turbin A.F. *Protsessy markovskogo vosstanovleniya v zadachakh nadezhnosti sistem* (Markov Reconstruction Processes in System Reliability Problems), Kyiv, 1982, 236 p. (in Russ.)
8. Korolyuk V.S. *Stokhasticheskiye modeli sistem* (Stochastic Systems Models), Kyiv, 1989, 208 p. (in Russ.)
9. Korlat A.N., Kuznetsov V.N., Novikov M.I., Turbin A.F. *Polumarkovskiy modeli vosstanavlivayemykh sistem i sistem massovogo obsluzhivaniya* (Semi-Markovian Models of Recoverable Systems and Queuing Systems), Kishinev, 1991, 276 p. (in Russ.)
10. Peschansky A.I., Kovalenko A.I. *Sistemnyye tekhnologii* (System Technologies), Dnepropetrovsk, 2011, no. 4(75), pp. 129–139. (in Russ.)
11. Peschansky A.I. *Vestnik Sevastopol'skogo Gosudarstvennogo Tekhnologicheskogo Universiteta: Avtomatizatsiya protsessov i upravleniye* (Bulletin of the Sevastopol State Technological University: Process Automation and Control), 2012, no. 125, pp. 55–62. (in Russ.)
12. Peschansky A.I. *Applied Mathematics*, 2011, no. 4(2), pp. 403–409, DOI: 10.4236/am.2011.24049.
13. Peschansky A.I. *Vestnik Sevastopol'skogo Natsional'nogo Tekhnicheskogo Universiteta: seriya Informatika, elektronika, svyaz'* (Bulletin of the Sevastopol National Technical University. Series Informatics, Electronics, Communications), 2011, no. 114, pp. 47–52. (in Russ.)
14. Kendall D. *Ann. Math. Statistics*, 1953, no. 3(24), pp. 338–354.
15. Beichelt F., Franken P. *Zuverlässigkeit und Instandhaltung, Mathematische Methoden*, Berlin, VEB Verlag Technik, 1983, 392 p.
16. Raynshke K., Ushakov I.A. *Otsenka nadezhnosti sistem s ispol'zovaniyem grafov* (System Reliability Assessment Using Graphs), Moscow, 1988, 208 p. (in Russ.)

Data on author

Alexey I. Peschansky

—

Dr. Sci., Professor; Sevastopol State University, Department of Higher Mathematics; E-mail: peschansky_sntu@mail.ru

Received 15.05.2023; approved after reviewing 14.06.2023; accepted for publication 31.07.2023.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ToF-КАМЕР
НА РЕЗУЛЬТАТ ПОСТРОЕНИЯ КАРТЫ ГЛУБИНЫ

С. Ю. ГУКОВ*, А. М. ТЮРЛИКОВ

*Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
Санкт-Петербург, Россия,
sg_brui@mail.ru

Аннотация. Представлены результаты исследований по определению степени влияния интенсивности появления пользователей, одновременно использующих ToF-камеры, в области видимости на вероятность некорректного построения карты глубины. Процесс появления пользователей в области видимости описывается пространственным точечным пуассоновским распределенным процессом с интенсивностью λ . Приведены результаты моделирования с использованием камеры модели Intel RealSense D455. Проведены расчеты площади съемочной области, где ToF-камеры при мультикамерной съемке могут создавать взаимные помехи; также вычислена длительность сигнала и определена выдержка глубинной камеры. На основе полученных данных рассчитана вероятность некорректного построения карты глубины и построен график ее зависимости от интенсивности появления пользователей в области видимости. Приведены результаты эксперимента по определению зависимости количества помех от удаленности пересекающихся камер от объекта.

Ключевые слова: камера глубины, длительность сигнала, пуассоновский точечный процесс, карта глубины, область видимости, перекрытие сигналов, мультикамерная съемка, ToF-камера

Благодарности: работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 22-19-00305 „Пространственно-временные стохастические модели беспроводных сетей с большим числом абонентов“.

Ссылка для цитирования: Гук С. Ю., Тюрликов А. М. Оценка влияния интенсивности использования ToF-камер на результат построения карты глубины // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 9. С. 731—740. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-731-740.

ASSESSING THE INFLUENCE OF ToF-CAMERAS USE INTENSITY
ON THE RESULT OF A DEPTH MAP CONSTRUCTING

S. Yu. Gukov*, A. M. Tyurlikov

*St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia
sg_brui@mail.ru

Abstract. Results of studies on influence of the intensity of the appearance of users simultaneously using ToF-cameras in the field of view on the probability of incorrect construction of a depth map are presented. The process of users appearing in the field of view is described by a spatial point Poisson distributed process with a given intensity. Simulation results using the Intel RealSense D455 camera are presented. Calculations are performed of the shooting region area where ToF-cameras can create mutual interference during multi-camera shooting. The duration of the signal is also evaluated, and the shutter speed of the deep chamber is determined. Based on the data obtained, the probability of incorrectly constructing a depth map is estimated and a graph of its dependence on the intensity of the appearance of users in the visibility area was constructed. Results of an experiment to determine the dependence of the amount of interference on the distance of intersecting cameras from the object are presented.

Keywords: depth camera, signal duration, spatial Poisson point process, depth map, field of view, signal overlap, multi-camera shooting, ToF-camera

Acknowledgments: the work was carried out with the financial support of the Russian Science Foundation, project No. 22-19-00305 “Space-time stochastic models of wireless networks with a large number of subscribers.”

For citation: Gukov S. Yu., Tyurlikov A. M. Assessing the influence of ToF-cameras use intensity on the result of a depth map constructing. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 9. P. 731—740 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-731-740.

Введение. В настоящее время разными компаниями активно ведется разработка технологий для получения карт глубины, формируемых непосредственно ToF-камерами (Time of Flight — время пролета). Такие камеры в достаточном количестве представлены на рынке. Принцип действия ToF-камер стандартный и состоит в одновременном формировании двух видов изображений: обычного RGB-кадра и карты глубины, получаемой с помощью инфракрасных излучателей и датчиков. Изображение, содержащее данные о глубине, может использоваться для компьютерного зрения и робототехники, манипуляций с изображенными объектами и их анализа или как естественный для человека интерфейс управления компьютерными системами с помощью мимики и жестов. Подобные камеры применяются в беспилотных летательных аппаратах, игровых системах, платформах виртуальной и дополненной реальности и пр.

Инфракрасные сенсоры характеризуются несколькими проблемами [1]. Во-первых, солнце легко засвечивает относительно слабый проектор, встроенный в камеру. Даже в тени, если рядом есть, например, белая стена здания, освещенная солнцем, могут возникнуть проблемы со съемкой. Другая проблема — это отражения и переотражения [1, 2]. Поскольку инфракрасный свет также отражается, то заснять объекты из нержавеющей стали, объекты с лаковым покрытием или стеклянные объекты проблематично. И, наконец, главная, но неочевидная проблема — две и более камеры, снимающие один и тот же объект или сцену: несколько камер искажают дальность до объекта, так как их отдельные источники света мешают друг другу. Такая ситуация продемонстрирована на рис. 1.

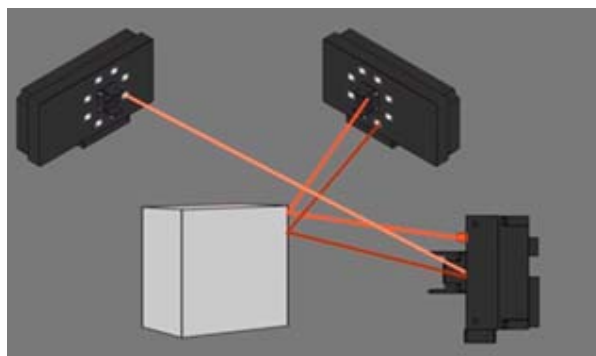


Рис. 1

Принцип работы ToF-камеры и способы уменьшения взаимных помех. При мультикамерной съемке камерами глубины, построенными на технологии Time-of-Flight и находящимися в непосредственной близости друг от друга, возникают помехи. Это происходит из-за того, что отраженный инфракрасный свет от разных камер перемешивается и возвращается не в свой источник. Рассмотрим подробнее принцип работы ToF-камеры.

Первоначально световые импульсы направляются на объект с использованием инфракрасного света. Световые импульсы имеют определенную частоту и амплитуду, которые задаются камерой.

Второй шаг — измерение времени прохождения света. Световые импульсы отражаются от объекта и возвращаются в камеру. Камера измеряет время (time of flight), которое требуется для прохождения импульса света от камеры до объекта и обратно. Это время позволяет камере определить расстояние до объекта.

Следующий шаг — фазовая модуляция. Для повышения точности измерения расстояний камера использует фазовую модуляцию, где лазерный импульс модулируется в зависимости от его фазы. При этом производятся несколько этапов измерения, которые обычно называются „циклы модуляции фазы“. На каждом цикле модуляции фазы световой импульс, содержащий информацию о фазе, направляется от камеры к объекту. Затем отраженный импульс, содержащий эту же информацию о фазе, возвращается в камеру. Фазовый сдвиг между

отправленным и принятым сигналом может быть определен на основе разницы во времени между отправлением и получением импульсов и на основе частоты модуляции светового сигнала. Чтобы определить фазовый сдвиг, отраженный световой сигнал замеряется несколько раз при разных фазах. Обычно это происходит при четырех этапах фазовой модуляции. После того как расстояние измерено на каждом этапе фазовой модуляции, камера использует эти данные для вычисления фазового сдвига и восстановления точной фазы светового сигнала. На основе этой точной фазы светового сигнала и известной скорости света ToF-камера может рассчитать расстояние до объекта.

Формирование кадра состоит из следующих основных этапов — захват изображения (затвор, освещение, интегрирование) и считывание изображения (обработка или оцифровка) [3]. В начале захвата изображения включается блок освещения (освещая сцену), открывается затвор, после чего пиксели становятся светочувствительными (этап интегрирования). По истечении установленного времени интегрирования подсветка выключается, а затвор закрывается. За фазой интеграции следует фаза считывания, на которой данные пикселей оцифровываются и передаются с датчика изображения на микроконтроллер. Микроконтроллер сохраняет кадры и впоследствии вычисляет глубину изображения. Поскольку, как правило, камера измеряет амплитуду отраженного света четыре раза, чтобы определить фазу, для одного изображения глубины требуется четыре кадра. На рис. 2 показан 4-кадровый цикл формирования карты глубины. Полосы на рисунке отображают активное освещение/интегрирование. Когда две световые волны накладываются друг на друга, как на рис. 3, они образуют другую волну. Несколько ToF-камер, работающих одновременно, создают результирующую интерференцию световой волны во время захвата изображения, что приводит к ошибкам в расчетах глубины. Следовательно, при одновременном использовании нескольких близко расположенных ToF-камер необходимы стратегии уменьшения интерференции света. Один из вариантов — уменьшение интерференционных артефактов при постобработке изображения с помощью статистических расчетов [3, 4]. Однако предпочтительным вариантом является уменьшение помех непосредственно во время формирования режимов работы камер. Режим работы определяет принцип совместного функционирования нескольких камер.

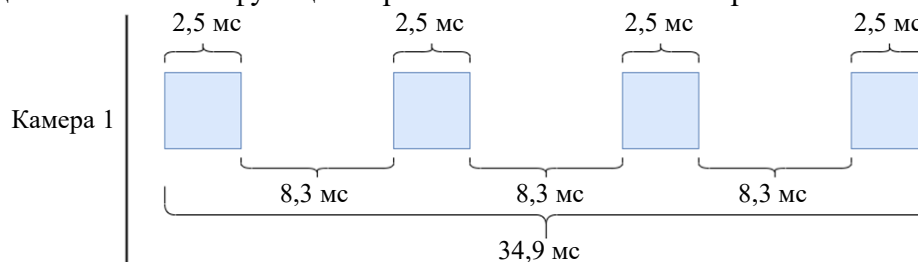


Рис. 2

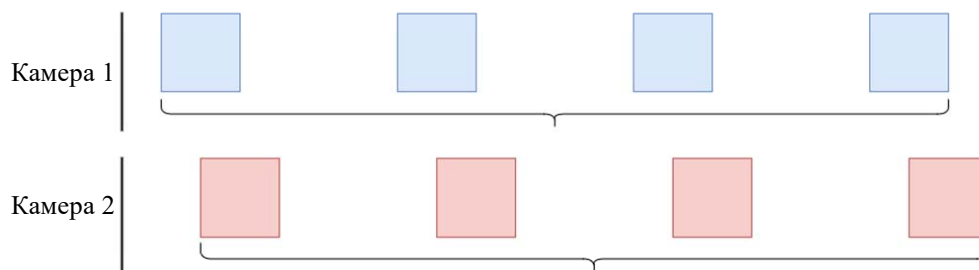


Рис. 3

Производители ToF-камер используют, как правило, метод множественного доступа с частотным разделением каналов (FDMA — Frequency Division Multiple Access). Суть этого метода заключается в том, что каждой камере выделяется уникальный диапазон частот для передачи сигналов, который не должен перекрываться с диапазонами других камер [5, 6]. При таком подходе свет, модулированный другими камерами, воспринимается как окружающий.

Однако увеличение количества ToF-камер приводит к насыщению пикселей и, соответственно, к ошибочным измерениям глубины. Уменьшение мощности освещения позволяет решить эту проблему, но может ухудшить отношение сигнал/шум и, как следствие, точность измерений.

Существуют и другие методы множественного доступа, например метод множественного доступа с волновым разделением (WDMA — Wavelength Division Multiple Access). При этом подходе каждой камере выделяется свой уникальный диапазон инфракрасных длин волн, которые используются для передачи сигналов. Сигналы, полученные от разных камер, имеют разные длины волн, что позволяет их различать. Система обработки данных должна уметь различать сигналы, полученные от каждой камеры.

Суть метода множественного доступа с кодовым разделением (CDMA — Code Division Multiple Access) заключается в том, что каждая ToF-камера имеет свой уникальный код, который применяется к оптическому сигналу, генерируемому инфракрасным источником. Коды могут быть длиннее или короче, в зависимости от требуемого уровня разделения сигналов, и должны быть выбраны таким образом, чтобы они не пересекались между камерами. Система обработки данных также должна уметь различать сигналы, полученные от каждой камеры.

Метод множественного доступа с временным разделением (TDMA — Time Division Multiple Access) также позволяет избежать проблем, связанных с помехами, создаваемыми камерами. Данный метод реализуется путем выделения каждой камере своего уникального временного интервала, в течение которого камера может передавать данные. Эти интервалы могут повторяться с определенным периодом для повторной передачи информации. В отличие от метода FDMA, где каждой камере выделяется своя частота, при использовании TDMA каждая камера использует одну и ту же частоту, но работает в различных временных интервалах. При этом важно, чтобы все камеры работали в согласованных временных интервалах и периодах. Метод TDMA может быть более энергоэффективным, поскольку камеры могут быть выключены во время передачи данных. Однако введение временных интервалов снижает максимальную частоту кадров, формируемых камерой, из-за более длительных пауз между захватами изображений. В стандартном случае для использования метода TDMA требуется синхронизирующее или координирующее устройство, которое обеспечивает временную синхронизацию и присваивает жестко подключенным к нему камерам временные интервалы. Также недостатком метода TDMA является невозможность поддерживать излишне высокую плотность камер, так как количество временных интервалов ограничено. Если же какая-то камера начинает передачу данных вне своего выделенного интервала, это может привести к коллизиям и потере данных.

Т. Вуббенхорстом был предложен метод преодоления ограничения статической установки TDMA в виде необходимого координирующего устройства — метод множественного доступа с контролем несущей (CSMA — Carrier Sense Multiple Access) [7, 8]; он предложил использовать оптический путь синхронизации в виде дополнительных прикрепленных к камерам фотодиодов, которые будут фиксировать завершение времени сбора данных другой камерой и запускать свою собственную фазу сбора данных. Однако метод Вуббенхорста также требует технического вмешательства — внедрения специального светодиода.

Преимущество же оптической синхронизации заключается в простоте настройки многокамерной системы, которая может синхронизироваться сама. ToF-камеры работают последовательно, одна за другой.

Оценка взаимного влияния ToF-камер на точность построения карты глубины. Рассмотрим вопрос: влияет ли и насколько сильно различная удаленность камер от объекта, расположенных относительно объекта, например, как на рис. 4, на точность построения карты глубины.

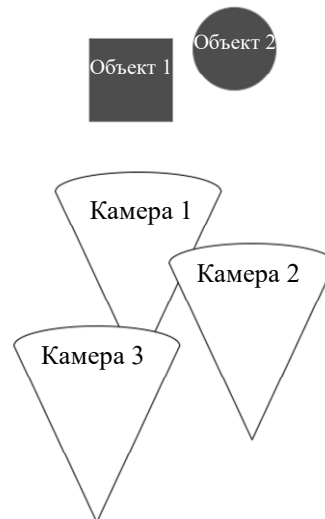


Рис. 4

Для моделирования подобной ситуации и проведения опыта на практике была использована камера Intel RealSense D455. Современная технология Intel использует две камеры для расчета глубины сцены и позволяет устройствам взаимодействовать с окружающей средой. Ниже представлены характеристики камеры D455 [9].

Определение глубины	Двойной ИК-луч
Тип затвора	Глобальный
Размер пиксела, мкм.....	3×3
Размер поля глубины, ...°	86×57
Разрешение поля глубины	1280×720
Параметры RGB-потока.....	1280×800 & 90 FPS
Диапазон глубины, м.....	0,4—20
Датчик IMU.....	Есть
Размер камеры (ш×г×в), мм.....	124×26×29

Камера D455 может применяться как внутри помещений, так и на открытых пространствах при различных условиях освещения. Специализированная интегральная схема внутри процессора обеспечивает обработку в реальном времени до $36,6 \cdot 10^6$ пкс/с. Устройство содержит два ToF-датчика глубины сцены, RGB-сенсор и инфракрасный проектор. Оптимальная дальность действия камеры составляет 6 м. Согласно официальным характеристикам, погрешность расчета глубины сцены не превышает 2 % при точности угла поля зрения (г×в) 86×57°. Для улучшения параметров цветового выравнивания и идентификации глубины все датчики расположены на одной раме, а расстояние между ToF-датчиками составляет 95 мм [10].

Расположив три камеры так, как показано на рис. 4, и проведя опыт на практике, получим результаты, приведенные в таблице, где „реал“ — реальное расстояние до объекта, „м/с“ — режим мультикамерной съемки, „о/с“ — режим одиночной съемки, „одл“ — режим съемки при расположении камер в одну линию (расстояния R_{o1} и R_{o2} до объектов 1 и 2, см. рис. 4, равны 120 и 143 см соответственно).

ToF-камера	R_{o1} , см				R_{o2} , см			
	реал	м/с	о/с	одл	реал	м/с	о/с	одл
Камера 1	103	104,2	103,9	121,1	123	123,9	124,2	142,7
Камера 2	120	121	122,3	120,7	143	144,8	143,1	143,2
Камера 3	150	153,6	150,8	120,9	173	175,1	173,5	143,4

Как видно из таблицы, камеры, находящиеся дальше от объекта и имеющие перед собой другие камеры, показывают результаты с несколько большей погрешностью (погрешность увеличивается на 0,5—1,5 %). Для определения погрешности были проведены тесты с каждой

камерой в отдельности в режиме одиночной съемки с сохранением их расположения относительно друг друга. Также был проведен тест с расположением камер в одну линию.

Таким образом, можно сделать вывод, что расстояние от камеры до объекта или сцены при наличии перед снимающей камерой других камер не влияет на уровень помех, так как инфракрасный свет при отражении может вернуться не в свой источник.

Оценка вероятности некорректного построения карты глубины. Для расчета вероятности некорректного построения ToF-камерой карты глубины необходимо сначала определить и рассчитать параметры зоны влияния помех.

Предположим, что имеются некий объект (например, скульптура, памятник или сцена) и находящиеся рядом пользователи — так будем называть людей, использующих ToF-камеру для фотосъемки некоторого объекта. Процесс появления пользователей в области видимости (от англ. field of view) камеры будем описывать пространственным точечным пуассоновским распределенным процессом с интенсивностью λ . Параметр интенсивности λ описывает, сколько в среднем пользователей появляется на единицу площади в течение единицы времени. В дальнейших расчетах будем отталкиваться от предположения, что значение параметра λ изменяется в диапазоне от 0,1 до 5 [11]. Также для простоты расчетов введем допущение, что при появлении любого пользователя в области видимости камеры происходит моментальная съемка. Соответственно, оценим вероятность некорректного построения карты глубины при условии появления новых пользователей в области видимости камеры.

Параметром S обозначим площадь области видимости, которая представляет собой некоторый сектор окружности. Это область, в которой гипотетически должны находиться камеры, чтобы снимать объект и создавать при этом друг другу помехи. Для вычисления параметра S необходимо, во-первых, знать рабочее расстояние, на котором камера может снимать объекты без значимой потери в качестве и точности съемки, и, во-вторых, знать область, в которой должна находиться камера, для определения возможности возникновения помех.

Обозначим выдержку камеры параметром t_s . Один из вариантов перекрытия сигналов двумя камерами показан на рис. 3. Так как в цикле происходят четыре повторения, а камер может быть больше двух, то таких вариантов перекрытия может быть множество. Исходя из этого и используя свойства пространственного точечного пуассоновского распределенного процесса, можно сказать, что влиять на вероятность некорректного построения карты глубины будут только длительность сигнала и количество повторений.

На основе описанных выше характеристик можно определить вероятность некорректного результата съемки по следующей формуле:

$$P = 1 - \exp(-\lambda S \cdot 2 \cdot 4 \cdot t_s). \quad (1)$$

Таким образом, вероятность некорректного построения ToF-камерой карты глубины напрямую зависит от интенсивности появления пользователей и свойств используемой камеры — площади области видимости и выдержки.

Определим далее все необходимые для формулы (1) параметры.

Как было сказано выше, угол обзора камеры (D455) по горизонтали составляет 86° . Соответственно, можно предположить, что и угол обзора сцены будет равен $\approx 86^\circ$. Вместе с тем оптимальная дальность действия камеры на практике варьируется в пределах от 0,4 до 6 м.

На рис. 5 представлен сектор окружности — область видимости камеры. Рассчитаем его параметры.

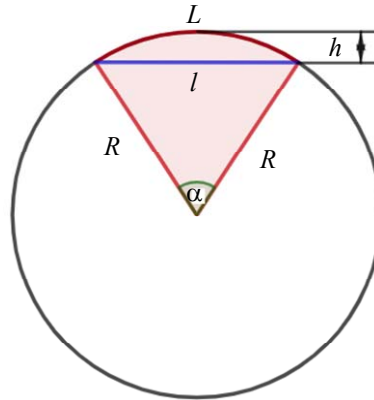


Рис. 5

Итак, радиус R окружности равен оптимальной дальности действия камеры, т.е. 6 м. Угол α сектора равен углу обзора камеры, т.е. 86° . Вычислим длину дуги сектора и высоту сегмента:

$$L = \frac{\pi R}{180} \alpha = \frac{3,14 \cdot 6}{180} \cdot 86 = 9,006 \text{ м},$$

$$h = R(1 - \cos \frac{\alpha}{2}) = 6 \cdot (1 - \cos \frac{86}{2}) = 1,612 \text{ м}.$$

Используем эти данные для определения длины хорды:

$$l = 2R \sin \frac{\alpha}{2} = 2 \cdot 6 \cdot \sin \frac{86}{2} = 8,184 \text{ м}.$$

И, наконец, рассчитываем площадь сектора окружности:

$$S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360} = \frac{3,14 \cdot 36 \cdot 86}{360} = 27,018 \text{ м}^2.$$

Найденные параметры области видимости камеры позволяют определиться с тем, где должны находиться другие камеры по отношению к рассматриваемой основной камере для определения вероятности возникновения взаимных помех. (Отметим, что полученные значения определены для камеры Intel D455, однако их можно считать оптимальными для большинства актуальных аналогичных камер.)

Как указано выше, для полного понимания проблемы взаимных помех необходимо выяснить вероятность того, что результат съемки будет некорректным, т.е. вероятность перекрытия сигналов от разных камер. Для этого нужно знать так называемую задержку распространения, т.е. выдержку камеры. Теоретически задержка распространения должна во много раз превышать длительность сигнала — разницу между временем движения импульса света до объекта и обратно для камеры, установленной около объекта на ближней границе области видимости, и таким же временем для камеры, установленной на дальней границе области видимости. В этом случае использование параметра t_s в формуле (1) можно считать оправданным.

Камера D455 оснащена быстрым глобальным затвором как для RGB-камеры, так и для камеры датчиков глубины. Физическая выдержка на камерах RealSense зависит от настроек. В стандартных настройках для затвора RGB время экспозиции составляет около 33 мс, а для глубинной камеры — около 2,5 мс [12, 13].

Приняв $\Delta\tau$ за длительность сигнала, определим ее по формуле

$$\Delta\tau = \tau_{\max} - \tau_{\min}. \quad (2)$$

Чтобы вычислить $\tau_{\max}$ и $\tau_{\min}$, необходимо знать расстояния (дальность) $d_{\max}$ и $d_{\min}$, на которых работает камера (рис. 6), а также скорость, с которой распространяется сигнал, в данном случае — инфракрасный свет. Все эти значения известны: скорость света — 299 792 458 м/с, $d_{\max}$ — 6 м, $d_{\min}$ — 0,4 м (согласно характеристикам камеры D455).

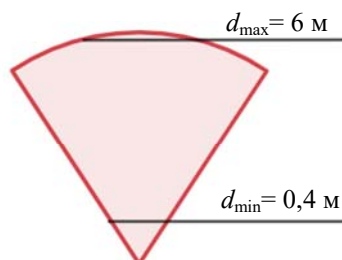


Рис. 6

Тогда

$$\tau_{\max} = \frac{d_{\max}}{c} = \frac{6}{299792458} = 2,0013845e^{-8} \text{ с} = 0,02 \text{ мкс},$$

$$\tau_{\min} = \frac{d_{\min}}{c} = \frac{0,4}{299792458} = 1,33425e^{-9} \text{ с} = 0,0013 \text{ мкс}$$

и согласно (2)

$$\Delta\tau = 0,02 - 0,0013 = 0,019 \text{ мкс}.$$

Сравнение физической выдержки глубинной камеры, равной 2,5 мс, и длительности сигнала, равной $19 \cdot 10^{-6}$ мс, показывает, что t_s значительно превышает $\Delta\tau$.

Рассчитаем и построим график зависимости вероятности некорректной съемки, т.е. съемки с построением некорректной карты глубины, от интенсивности появления пользователей в области видимости. Приведем пример расчета по формуле (1) при $\lambda = 0,5$:

$$P(0,5) = 1 - \exp(-0,5 \cdot 27,018 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 0,0025) = 1 - 0,764 = 0,236.$$

График построенной зависимости представлен на рис. 7.

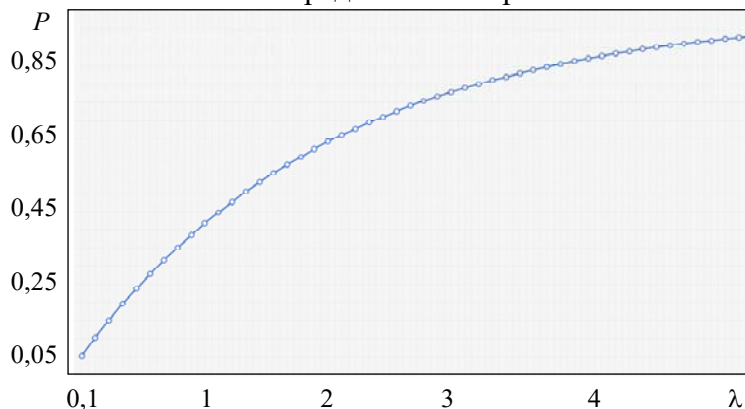


Рис. 7

Заключение. Приведены результаты исследования по оценке влияния интенсивности появления пользователей в области видимости на вероятность некорректного построения карты глубиныToF-камерой: установлено, что при высокой интенсивности вероятность ошибок увеличивается, что приводит к некорректному построению карты глубины.

Для повышения точности работыToF-камер при мультикамерной съемке можно использовать два пути. Первый путь — попытка скорректировать созданную ошибочную карту глубины при постобработке [14], что потребует, однако, применения достаточно быстрых алгоритмов и мощного, встроенного в камеры оборудования [15]. Второй путь — использование существующих методов уменьшения интерференции между камерами и снижения влияния окружающей среды на получаемые карты глубин, т.е. изначальное ограничение на одно-

временную работу камер. Однако известные методы имеют существенные недостатки, что обуславливает необходимость разработки другого метода, который позволит достичь более точной и надежной работы по построению камер глубины при мультикамерной съемке и в будущем расширить возможности использования таких камер в различных областях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gukov S. Y. Comparative analysis of ways to solve the interference problem tof-cameras // Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems: Conf. Proc. St. Petersburg, 2021.
2. Гуков С. Ю., Тюрликов А. М. Проблема формирования карты глубины с использованием задержки светового сигнала в условиях взаимных помех при мультикамерной съемке // Сб. докл. Междунар. науч. конф. „Обработка, передача и защита информации в компьютерных системах ‘21“. СПб: СПбГУАП, 2021.
3. Wermke F., Wübbenhorst T., Meffert B. Optical Synchronization of Multiple Time-of-Flight Cameras Implementing TDMA // IEEE Sensors, Rotterdam, Netherlands. 2020, P. 1—4. DOI: 10.1109/SENSORS47125.2020.9278667.
4. Wermke F., Wübbenhorst T., Meffert B. Interference Avoidance for Two Time-of-Flight Cameras Using Autonomous Optical Synchronization // 6th Intern. Conf. on Control, Automation and Robotics (ICCAR), Singapore, 2020. P. 586—595. DOI: 10.1109/ICCAR49639.2020.9107975.
5. Volak J., Koniar D., Jabloncik F., Hargas L., Janisova S. Interference artifacts suppression in systems with multiple depth cameras // 42nd Intern. Conf. on Telecommunications and Signal Processing (TSP). 2019.
6. Li L., Xiang S., Yang Y., Yu L. Multi-camera interference cancellation of time-of-flight (tof) cameras // IEEE Intern. Conf. on Image Processing (ICIP). 2015.
7. Wübbenhorst T., Wermke F., Meffert B. Synchronization of Multiple Time-of-Flight Cameras Using Photodiodes // IEEE Sensors, Rotterdam, Netherlands. 2020. P. 1—4. DOI: 10.1109/SENSORS47125.2020.9278774.
8. Wübbenhorst T. Frame-basierte optische synchronisation von time-of-flight (tof) sensoren: Master's Thesis. Humboldt-Universität zu Berlin, 2019.
9. Wermke F., Meffert B. Interference Model of Two Time-Of-Flight Cameras // IEEE Sensors. 2019.
10. Gukov S. Y., Afanasieva A. V., Turlikov A. M. Analysis of approaches to remote user interface transfer // Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems: Conf. Proc. St. Petersburg, 2020.
11. Предтеченский В. М., Милинский А. И. Проектирование зданий с учетом организации движения людских потоков. М.: Стройиздат, 1979. 375 с.
12. YuJie Fang, Xia Wang, ZhiBin Sun, Kai Zhang, BingHua Su. Study of the depth accuracy and entropy characteristics of a ToF camera with coupled noise // Optics and Lasers in Engineering. 2020. Vol. 128.
13. Yuzhi Song, Chunqing Lu, Fenzhi Wu, Zhongxiang Cao, Xiao Liang. A method for evaluating 3D-TOF camera ranging performance // Sixth Symposium on Novel Optoelectronic Detection Technology and Application: Proc. of SPIE. 2019.
14. Conde M. H. A Material-Sensing Time-of-Flight Camera // IEEE Sensors Letters. 2020. Vol. 4, N 7. P. 1—4.
15. Bogatyrev V. A., Bogatyrev S. V., Bogatyrev A. V. Model and interaction efficiency of computer nodes based on transfer reservation at multipath routing // Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF 2019). 2019. P. 8840647.

Сведения об авторах

Сергей Юрьевич Гуков

— Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Институт информационных технологий и программирования, кафедра информационных систем и технологий; ст. преподаватель; E-mail: sg_brui@mail.ru

Андрей Михайлович Тюрликов

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Институт радиотехники и инфокоммуникационных технологий, кафедра инфокоммуникационных технологий и систем связи; заведующий кафедрой; E-mail: turlikov@k36.org

Поступила в редакцию 14.05.2023; одобрена после рецензирования 22.06.2023; принята к публикации 31.07.2023.

REFERENCES

1. Gukov S.Y. 2021 *Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems*, Proc. of the Conference, St. Petersburg, Russia, 31 May–4 June 2021, pp. 201–205.
2. Gukov S.Yu., Tyurlikov A.M. *Obrabotka, peredacha i zashchita informatsii v komp'yuternykh sistemakh* (Processing, Transmission and Protection of Information in Computer Systems), 2021, vol. 21. (in Russ.)
3. Wermke F., Wübbenhorst T., Meffert B. 2020 *IEEE SENSORS*, Rotterdam, Netherlands, 2020, pp. 1–4, DOI: 10.1109/SENSORS47125.2020.9278667.
4. Wermke F., Wübbenhorst T., Meffert B. *6th International Conference on Control, Automation and Robotics (ICCAR)*, Singapore, 2020, pp. 586–595, DOI: 10.1109/ICCAR49639.2020.9107975.
5. Volak J., Koniar D., Jabloncik F., Hargas L., Janisova S. *42nd International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP)*, 2019.
6. Li L., Xiang S., Yang Y., Yu L. *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, 2015.
7. Wübbenhorst T., Wermke F., Meffert B. *IEEE Sensors*, Rotterdam, Netherlands, 2020, pp. 1–4, DOI: 10.1109/SENSORS47125.2020.9278774.
8. Wübbenhorst T. *Frame-basierte optische synchronisation von time-of-flight (tof) sensoren*, Master's thesis, Humboldt-Universität zu Berlin, 2019.
9. Wermke F., Meffert B. *Interference Model of Two Time-Of-Flight Cameras*, 2019.
10. Gukov S.Y., Afanasieva A.V., Turlikov A.M. *Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems*, 2020.
11. Predtechensky V.M., Milinsky A.I. *Proyektirovaniye zdaniy s uchetom organizatsii dvizheniya lyudskikh potokov* (Design of Buildings Taking into Account the Organization of the Movement of Human Flows), Moscow, 1979, 375 p. (in Russ.)
12. YuJie Fang, Xia Wang, Zhi Bin Sun, Kai Zhang, Bing Hua Su. *Optics and Lasers in Engineering*, 2020, vol. 128.
13. Yuzhi Song, Chunqing Lu, Fenzhi Wu, Zhongxiang Cao, Xiao Liang. *Sixth Symposium on Novel Photoelectronic Detection Technology and Application*, 2019.
14. Conde M.H. *IEEE Sensors Letters*, 2020, no. 7(4), pp. 1–4.
15. Bogatyrev V.A., Bogatyrev S.V., Bogatyrev A.V. *Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF 2019)*, 2019, pp. 8840647.

Data on authors

- | | |
|----------------------------|---|
| Sergey Yu. Gukov | — St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Institute of Computing Systems and Programming, Department of Information Systems and Technologies; Senior Lecturer; E-mail: sg_brui@mail.ru |
| Andrey M. Tyurlikov | — Dr. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Institute of Radio Engineering, Electronics and Communications, Department of Infocommunication Technologies and Communication Systems; Head of the Department; E-mail: turlikov@k36.org |

Received 14.05.2023; approved after reviewing 22.06.2023; accepted for publication 31.07.2023.

ПОВЫШЕНИЕ СВЕТОВОЙ ОТДАЧИ
СВЕТОДИОДОВ БЕЛОГО ЦВЕТА СВЕЧЕНИЯ ПУТЕМ ИЗМЕНЕНИЯ
ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА ЛЮМИНОФОРНЫХ КОМПОЗИЦИЙ

К. Н. АФОНИН, М. В. АНДРЕЕВА*, В. С. СОЛДАТКИН, В. И. ТУЕВ, А. А. ИВАНОВ

*Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск, Россия,
mariia.andreeva@tusur.ru

Аннотация. Представлены результаты выбора компонентной базы для разработки люминофорной композиции. Рассмотрено влияние состава люминофорного покрытия на характеристики светодиодного источника света. Изготовлены макеты светодиодов белого цвета свечения и проведены исследовательские испытания их светотехнических и колориметрических характеристик. Предложенные люминофорные композиции позволяют достичь значений световой отдачи порядка 200 лм/Вт.

Ключевые слова: светодиод, люминофор, компаунд, люминофорная светодиодная композиция, световой поток, световая отдача, коррелированная цветовая температура

Благодарности: исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда, грант № 23-29-00169; <https://rscf.ru/project/23-29-00169/>.

Ссылка для цитирования: Афонин К. Н., Андреева М. В., Солдаткин В. С., Туев В. И., Иванов А. А. Повышение световой отдачи светодиодов белого цвета свечения путем изменения химического состава люминофорных композиций // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 9. С. 741—749. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-741-749.

INCREASING THE LUMINOUS EFFICIENCY OF WHITE LEDS
BY CHANGING THE CHEMICAL COMPONENTS
OF PHOSPHOR COMPOSITIONS

K. N. Afonin, M. V. Andreeva*, V. S. Soldatkin, V. I. Tuev, A. A. Ivanov

*Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, Russia
mariia.andreeva@tusur.ru

Abstract. Results of choosing a component base for the development of a phosphor composition are presented. The influence of the composition of the phosphor coating on the characteristics of the LED light source is considered. Models of white LEDs are created and research tests of their lighting and colorimetric characteristics are carried out. Proposed phosphor compositions make it possible to achieve luminous efficiency values of the order of 200 lm/W.

Keywords: LED, phosphor, compound, LED phosphor composition, luminous flux, luminous efficiency, correlated color temperature

Acknowledgments: the study was supported by the Russian Science Foundation, grant No. 23-29-00169; <https://rscf.ru/project/23-29-00169/>.

For citation: Afonin K. N., Andreeva M. V., Soldatkin V. S., Tuev V. I., Ivanov A. A. Increasing the luminous efficiency of white LEDs by changing the chemical components of phosphor compositions. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 9. P. 741—749 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-741-749.

Введение. Современные светодиоды белого цвета свечения содержат корпус или основу, на которую монтируется по меньшей мере один светодиодный кристалл синего цвета свечения из полупроводниковой структуры нитрида галлия и его твердых соединений с индием и алюминием [1]. На светодиодный кристалл наносится люминофорная композиция, содержащая оптически прозрачный компаунд и один фотолюминофор, люминесцирующий в желто-зеленой области оптического спектра. Светодиоды белого цвета свечения приходят на замену традиционным [2] лампам накаливания (световая отдача до 15 лм/Вт, срок службы до 3 000 ч, индекс цветопередачи до 100), люминесцентным лампам (световая отдача до 100 лм/Вт, срок службы до 30 000 ч, индекс цветопередачи порядка 80) и натриевым лампам (световая отдача до 150 лм/Вт, срок службы 25 000 ч, индекс цветопередачи до 40) за счет своих основных характеристик: световая отдача на промышленных светодиодах до 260 лм/Вт [3], теоретический предел 370 лм/Вт [4], срок службы порядка 80 000 ч, индекс цветопередачи до 99. Световая отдача светодиода зависит от КПД светодиодного кристалла, состава люминофорной композиции, конструкции элементов оптики (линза, рефлектор) и режимов эксплуатации (термоэлектрической нагрузки и внешних воздействующих факторов). Согласно [5], комфортная световая среда — это совокупность объективных визуальных и невизуальных факторов, оказывающих положительное психоэмоциональное и физиологическое воздействие на человека и обеспечивающих эффективное выполнение визуальных задач в процессе жизнедеятельности. Данный стандарт устанавливает требования к распределению света, колориметрическим и фотобиологическим характеристикам, системам управления комфортом световой среды, математической оценке степени комфортности и комплексной оценке степени комфортности освещения.

Состав люминофорной композиции оказывает непосредственное влияние на колориметрические характеристики осветительных приборов. Актуальность исследований и разработок люминофорных композиций для светодиодов белого цвета свечения заключается в повышении световой отдачи и индекса цветопередачи, обеспечении стабильности коррелированной цветовой температуры и цветовых координат в процессе эксплуатации [6, 7].

Цель настоящей статьи — совершенствование люминофорной композиции для повышения световой отдачи светодиодов белого цвета свечения и обеспечения стабильности колориметрических характеристик в процессе эксплуатации. Для достижения цели поставлены следующие задачи: выбор компонентной базы для разработки люминофорной композиции, изготовление макетов светодиодов белого цвета свечения и проведение исследовательских испытаний их светотехнических и колориметрических характеристик.

Теоретическая часть. Люминофорная композиция состоит из оптически прозрачного компаунда и порошков фотолюминофоров. Принцип работы фотолюминофоров основан на закономерности Дж. Г. Стокса. При поглощении коротковолнового излучения фотолюминофор излучает длинноволновое излучение [8]. В общем виде физический принцип работы люминофоров основан на поглощении излучения люминесцентными центрами (активаторами и примесями), в связи с чем осуществляется переход электронов на более высокие энергетические уровни либо отрыв электрона от активатора, что приводит к образованию дырки. Затем происходит поглощение основой люминофора, что приводит к образованию электронов и дырок. Дырки совершают миграцию по кристаллу и локализуются на центрах люминесценции. Люминесценция осуществляется при возвращении электрона на более низкие энергетические уровни или при рекомбинации электронов и дырок. Ширина запрещенной зоны может составлять 1—10 эВ [9].

Существуют различные способы изготовления и нанесения люминофорной композиции. Известен способ нанесения люминофора желтого цвета свечения на светодиодный кристалл, позволяющий достигать значения световой отдачи 120 лм/Вт [10]. Другой способ — нанесение на светодиодный кристалл двух люминофорных композиций с красным и зеленым

люминофорами, при этом достигается значение световой отдачи 128 лм/Вт с коррелированной цветовой температурой порядка 4 500 К [11]. Известен также способ достижения высокой световой отдачи, в том числе, за счет смешивания различных люминофоров и компаундов, достигнуто значение световой отдачи 193 лм/Вт с коррелированной цветовой температурой порядка 6 000 К [12]. В таких люминофорных композициях к качеству основы используются люминофоры кристаллов $((Y_{1-a}Gd_a)Al_5O_{12} \times Ce^{3+} (YGG))$, активированные атомами Ce и Gd, и люминофоры на основе YAG [13].

Эксперименты. Анализ химического состава и размера частиц люминофоров осуществлялся отражательным электронным микроскопом ТМ 1000 „Tabletop Microscope“ [14]. Химический состав определяется путем измерения энергии рентгеновского излучения, возникающего при взаимодействии электронного пучка с поверхностью образца. Микроснимки частиц люминофора получены со степенью увеличения от 20 до 10 000.

На основе проведенного анализа выбраны люминофоры для дальнейших исследований. Для изготовления люминофорных композиций выбран компаунд — оптически прозрачный силиконовый каучук.

Для измерения характеристик макетов использовались фотометрический шар ТКА-КК1 (диапазон измерений светового потока 1—2 000 лм) и „Спектроколориметр ТКА-ВД“ (оптический диапазон 390—760 нм, диапазоны показаний коррелированной цветовой температуры 1600—16 000 К, диапазоны измерения координат цветности: $x = 0,004...0,734$; $y = 0,005...0,834$; $u' = 0,007...0,623$; $v' = 0,005...0,595$, пределы рабочей освещенности 10—20 000 лк, пределы рабочей яркости 10—20 000 кд/м²) [15].

Для измерения электрических характеристик (прямого тока и напряжения) использовался источник-измеритель „Keithley 2410“ (максимальное значение тока 1 А, максимальное значение напряжения 1 100 В, базовая погрешность 0,012 % при разрешении 6,5 разрядов) [16].

Для задания и измерения температуры окружающей среды использовалась электропечь SNOL 58/350 (диапазон температурного режима 50—350 ± 1 °С) [17].

Результаты исследования характеристик люминофоров.

Люминофор № 1: длина волны возбуждения 380—450 нм, пиковая длина волны излучения 520 нм, преобладающий химический состав: Ba — 42,9 %, Sr — 27,1 %, O — 15,2 %, Si — 4,3 %, Al — 1,4 %.

Люминофор № 2: длина волны возбуждения 450—465 нм, пиковая длина волны излучения 540 нм, преобладающий химический состав: Sr — 47,7 %, Ba — 24,3 %, O — 22,8 %, Si — 5,8 %.

Люминофор № 3: длина волны возбуждения 450—467,5 нм, пиковая длина волны излучения 560 нм, преобладающий химический состав: Sr — 82,1 %, O — 34,1 %, N — 11,8 %, Ba — 7,4 %, Si — 6,6 %.

Люминофор № 4: длина волны возбуждения 450—520 нм, пиковая длина волны излучения 570 нм, преобладающий химический состав: Sr — 76,1 %, O — 31,0 %, Ba — 8,7 %, Si — 4,5 %.

Люминофор № 5: длина волны возбуждения 450—520 нм, пиковая длина волны излучения 575 нм, преобладающий химический состав: Sr — 77,0 %, O — 32,8 %, N — 13,2 %, Ba — 9,0 %, Si — 3,9 %.

Люминофор № 6: длина волны возбуждения 450—460 нм, пиковая длина волны излучения 531 нм, преобладающий химический состав: Y — 65,9 %, Al — 35,1 %, O — 21,7 %, Ce — 8,8 %, Gd — 6,4 %.

Люминофор № 7: длина волны возбуждения 457,5—465 нм, пиковая длина волны излучения 541 нм, преобладающий химический состав: Y — 56,8 %, O — 29,0 %, Al — 29,0 %, Ce — 5,7 %, Gd — 5,2 %.

Люминофор № 8: длина волны возбуждения 465—470 нм, пиковая длина волны излучения 550 нм, преобладающий химический состав: Y — 46,0 %, Al — 25,6 %, O — 21,3 %, Gd — 16,5 %, Ce — 7,1 %.

Фотографии внешнего вида частиц люминофоров № 1—8 приведены на рис. 1, а—з соответственно.

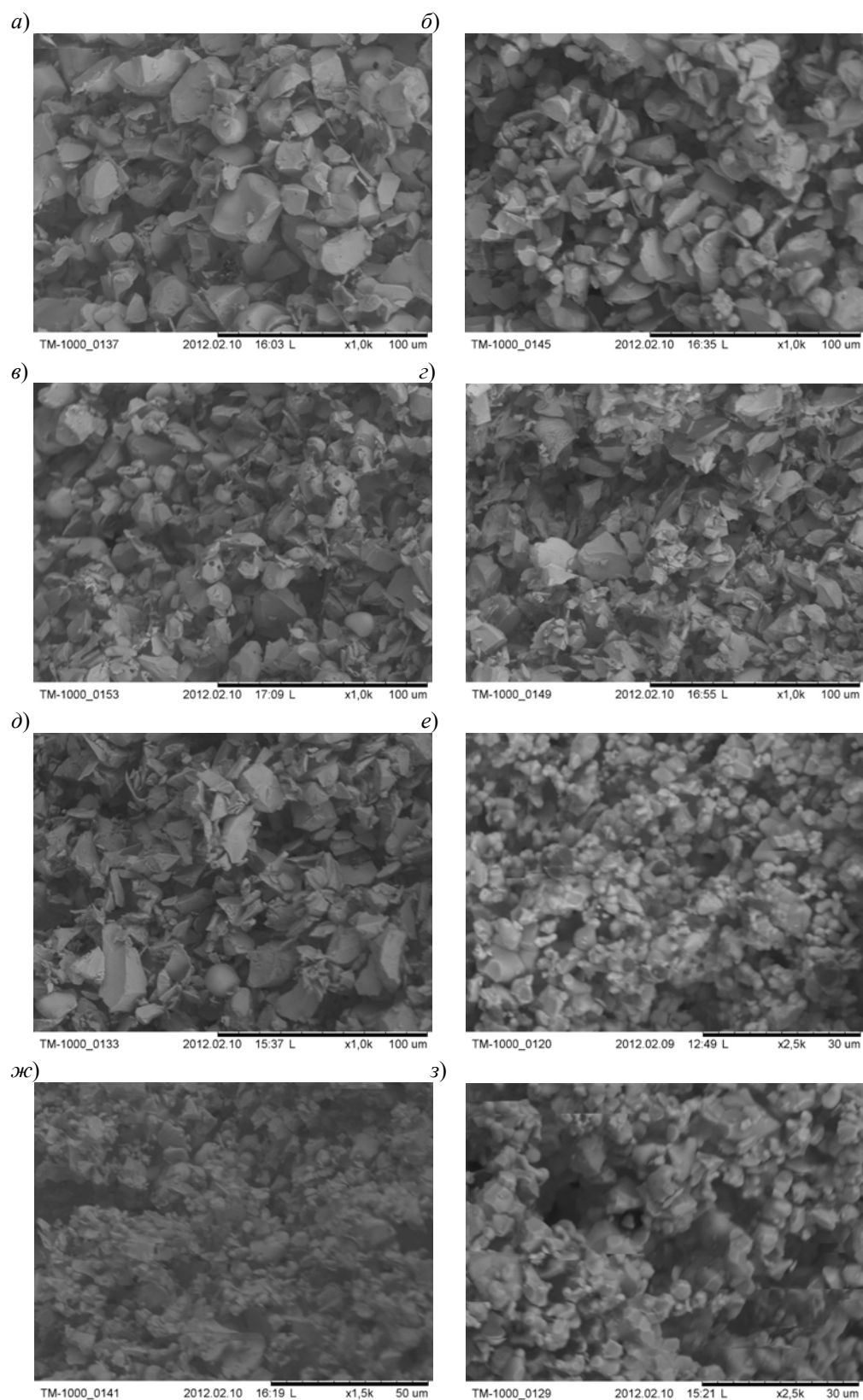


Рис. 1

Далее из люминофоров были изготовлены композиции со связующим компаундом, параметры компаунда приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметр	Компонент А	Компонент Б	Соотношение компонентов А и Б по массе — 9:1	Отвержденный продукт
Вязкость при 23 °С, мПа·с	1000	200	800	—
Плотность при 23 °С, г/см ³	0,97	0,97	—	0,97
Время жизни при 23 °С, мин (до достижения 5000 мПа·с)	—	—	90	—
Твердость по Шору А	—	—	—	25
Объемное сопротивление, Ом·см	—	—	—	10 ¹⁵
Диэлектрическая проницаемость	—	—	—	2,6
Условия отверждения, мин	—	—	—	При 23 °С — 1 440; 70 °С — 30; 100 °С — 8; 150 °С — 5

По результатам исследования состава и размера частиц люминофоров выбраны три образца люминофоров YGG, активированные атомами Се и Gd, с размером частиц, не превышающим 20 мкм. Это обеспечивает хорошее перемешивание порошка с компаундом и позволяет частицам оставаться во взвешенном состоянии в композиции.

1) Образец люминофорной композиции № 1 — люминофор Y — 65,9 %, Al — 35,1 %, O — 21,7 %, Се — 8,8 %, Gd — 6,4 %, характерный диаметр частиц 10 мкм.

2) Образец люминофорной композиции № 2 — люминофор Y — 56,8 %, O — 29,0 %, Al — 29,0 %, Се — 5,7 %, Gd — 5,2 %, характерный диаметр частиц 15 мкм.

3) Образец люминофорной композиции № 3 — люминофор Y — 46,0 %, Al — 25,6 %, O — 21,3 %, Gd — 16,5 %, Се — 7,1 %, характерный диаметр частиц 15,5 мкм.

Эллипсометром РНЕ-101 определены значения показателя преломления, коэффициента поглощения и показателя отражения. Данные параметры люминофорных композиций приведены в табл. 2.

Таблица 2

Наименование образца	Показатель отражения, %	Коэффициент поглощения	Показатель преломления
Оптически прозрачный компаунд	8	0,03	1,35
Образец люминофорной композиции № 1	1,529	0,023	1,4
Образец люминофорной композиции № 2	1,29	0,025	5,5
Образец люминофорной композиции № 3	1,618	0,045	4,3

Макетирование светодиодов белого цвета свечения и исследование их светотехнических характеристик. На основе выбранных люминофорных композиций изготовлены макеты светодиодов белого цвета свечения в корпусе SMD 5050 (рис. 2). Для экспериментов выбран светодиодный кристалл ES-EABCF08Q производства Epistar (рис. 3).

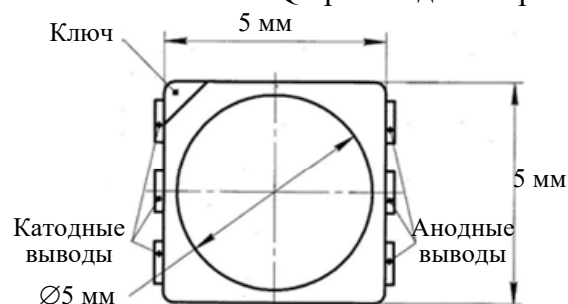


Рис. 2

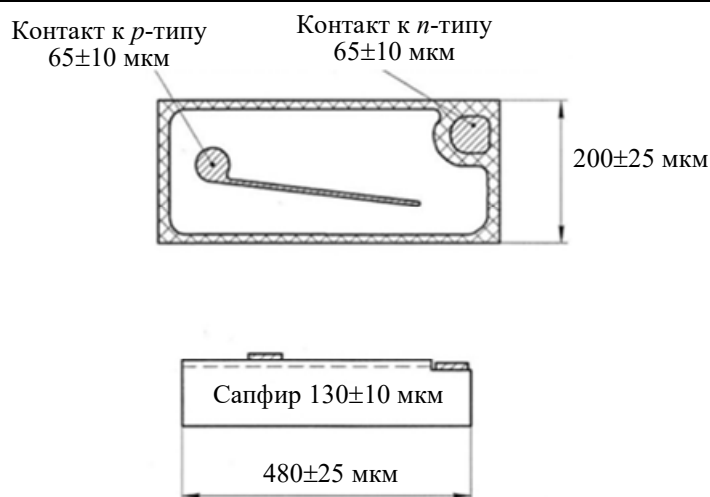


Рис. 3

Из выбранных люминофоров для изготовления макетов светодиодов приготовлены люминофорные композиции с составом 7 % люминофора от общей массы компаунда. Изготовлены по 10 шт. макетов светодиодов белого цвета свечения.

Фотометрическим шаром ТКА-КК1 проведены измерения светового потока, прибором „Спектроколориметр ТКА-ВД“ измерены значения коррелированной цветовой температуры, измерение тока и прямого напряжения осуществлялось источником-измерителем „Keithley 2410“. Результаты измерений приведены в табл. 3.

Таблица 3

Образец	Световой поток, лм	Световая отдача, лм/Вт	Коррелированная цветовая температура, К
Макет светодиода № 1	31,48	185,2	5 578
Макет светодиода № 2	35,71	210,1	5 957
Макет светодиода № 3	32,35	190,3	4 560

Переход от энергетических величин к световым осуществляется через коэффициент преобразования по формулам

$$A_c = K_{\text{э.с}} A_{\text{э}},$$

где A_c — световой поток, лм (сила света или освещенность); $A_{\text{э}}$ — поток излучения, Вт; $K_{\text{э.с}}$ — коэффициент преобразования, определяемый как

$$K_{\text{э.с}} = \frac{K_m \int_{400}^{700} \varphi(\lambda) V(\lambda) d\lambda}{\int_{400}^{700} \varphi(\lambda) d\lambda},$$

где K_m — множитель для дневного зрения, равный 683 лм/Вт; $\varphi(\lambda)$ — спектральное распределение, Вт/нм; $V(\lambda)$ — относительная спектральная световая эффективность излучения; λ — длина волны, нм.

В первом приближении пересчет от энергетических к световым величинам осуществляется по формуле

$$A_c = 683 \cdot V(\lambda) \cdot A_{\text{э}},$$

где $V(\lambda) = 0,060$ для светодиодного кристалла с длиной волны 460 нм.

Заключение. Произведен выбор компонентной базы для разработки люминофорной композиции. Изготовлены макеты светодиодов белого цвета свечения и проведены исследо-

вательские испытания их светотехнических и колориметрических характеристик. Установлено следующее:

— макеты светодиода с люминофорной композицией № 1 и оптически прозрачный компаунд имеют световую отдачу 185,2 лм/Вт при коррелированной цветовой температуре 5 578 К;

— макеты светодиода с люминофорной композицией № 2 и оптически прозрачный компаунд имеют световую отдачу 210,1 лм/Вт при коррелированной цветовой температуре 5 957 К;

— макеты светодиода с люминофорной композицией № 3 и оптически прозрачный компаунд имеют световую отдачу 190,3 лм/Вт при коррелированной цветовой температуре 4 560 К.

На основании полученных данных можно сделать вывод, что при снижении концентрации атома-активатора Се световая отдача повышается, однако значения концентрации компонентов Y, O, Al не идентичны в полученных композициях, поэтому сложно оценить их влияние на световую эффективность. Необходимо провести дополнительные исследования по определению влияния состава люминофора на световую эффективность.

Результаты исследования можно распространить на индикаторные светодиоды, светодиоды средней мощности, мощные светодиоды, светодиодные матрицы и светодиодные нити белого цвета свечения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шуберт Ф. Светодиоды / Пер. с англ.; под ред. А. Э. Юновича. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 496 с.
2. Вилисов А. А., Солдаткин В. С., Туев В. И. Светодиоды и светотехнические устройства: Учеб. пособие. Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та систем управления и радиоэлектроники, 2020. 112 с.
3. Narukawa Y., Ichikawa M., Sanga D., Sano M., Mukai T. White light emitting diodes with super-high luminous efficacy // *Journal of Physics: Appl. Physics*. 2010. Vol. 43. P. 354002. DOI: 10.1088/0022-3727/43/35/354002.
4. Thomas W., Murphy Jr. Maximum spectral luminous efficacy of white light // *Journal of Appl. Physics*. 2012. Vol. 111. P. 104909. DOI: 10.1063/1.4721897.
5. СТО 69159079-05-2020. Приборы осветительные светодиодные. Требования к комфортной световой среде. АПСС, 2020. 82 с.
6. Wei Chen, Dunhua Cao, Yongjun Dong, Jingkang Xiong, Yuri Trofimov, Sergey Lishik, Guoqi Zhang, Jiajie Fan. Enhancing luminous flux and color rendering of laser-excited YAG:Ce³⁺ single crystal phosphor plate via surface roughening and low-temperature sintering a CaAlSiN₃:Eu²⁺ phosphor-in-borate glass // *Journal of Luminescence*. 2022. Vol. 251, N 119225. P. 1—8. DOI: 10.1016/j.jlumin.2022.119225.
7. Троцюк Л. Л., Тон Е. С., Цвирко В. И., Сурвило Л. Н., Лишик С. И., Кулакович О. С., Романенко А. А., Крюков В. В., Трофимов Ю. В., Гапоненко С. В. Фотолюминесцентные свойства люминофора на основе нанокристаллов перовскитов CsPbBr₃ при работе совместно с фиолетовыми светодиодами // *Журн. прикладной спектроскопии*. 2022. Т. 89, № 5. С. 662—667.
8. Бауман Д. А. Технология сборки светодиодов: Учеб. пособие. СПб: Ун-т ИТМО, 2018. 65 с.
9. Liu P., She C., Tan L., Xu P., Yan L. Development of LED Package Heat Dissipation Research // *Micromachines*. 2022. N 13. P. 229. DOI: 10.3390/mi13020229.
10. Hin-Wei Sher, Kuo-Ju Chen, Chien-Chung Lin, Hau-Vei Han, Huang-Yu Lin, Zong-Yi Tu, Hsien-Hao Tu, Keiji Honjo, Hsin-Yi Jiang, Sin-Liang Ou, Ray-Hua Horng, Xiuling Li, Chien-Chung Fu, Hao-Chung Kuo. Large-area, uniform white light LED source on a flexible substrate // *Opt. Express*. 2015. N 23. A1167—A1178. DOI: 10.1364/OE.23.0A1167.
11. Liu Y., Zou J., Shi M. et al. Effect of phosphor composition and packaging structure of flexible phosphor films on performance of white LEDs // *J. Mater. Sci. Mater. Electron*. 2018. N 29. P. 18476—18485. DOI: 10.1007/s10854-018-9963-69.

12. Tuev V. I., Soldatkin V. S., Andreeva M. V., Ganskaya E. S., Afonin K. N., Vilisov A. A. Investigation of phosphor compositions for led filament bulb // *Journal of Physics: Conf. Series*. 2018. Vol. 1115. P. 052012. DOI: 10.1088/1742-6596/1115/5/052012.
13. Лисицын В. М., Социн Н. П., Цзюй Я., Степанов С. А., Лисицына Л. А., Тулегенова А. Т., Абдуллин Х. А. Характеристика фотолюминесценции люминофоров разной предыстории на основе иттрий-алюминиевого граната с Се, Gd // *Изв. вузов. Физика*. 2017. Т. 60, № 5. С. 106—112.
14. Официальный сайт „University of Toronto. Department of Materials Science & Engineering“ [Электронный ресурс]: <<https://mse.utoronto.ca/wp-content/uploads/2014/05/SEM-TM1000.pdf>>.
15. Официальный сайт «ООО „НТП ТКА“» [Электронный ресурс]: <<https://www.tkaspb.ru>>.
16. Официальный сайт «ООО „Альфа Инструментс“» [Электронный ресурс]: <<https://alfa-instr.ru/catalog/kontrolno-izmeritelnoe-oborudovanie/istochniki-izmeriteli/istochnik-izmeritel-keithley-2410/>>.
17. Официальный сайт „SNOL“. [Электронный ресурс]: <<https://snol-term.ru/products/laboratornyie-sushilnyie-shkafyi-snol/s-prinuditelnoj-konvekcziej-vozduxa/snol-58-350/>>.

Сведения об авторах

- | | |
|------------------------------------|--|
| Кирилл Нильевич Афонин | — канд. техн. наук; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, кафедра радиоэлектронных технологий и экологического мониторинга, доцент;
E-mail: kirill.n.afonin@tusur.ru |
| Мария Владимировна Андреева | — аспирант; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, кафедра радиоэлектронных технологий и экологического мониторинга; E-mail: mariia.andreeva@tusur.ru |
| Василий Сергеевич Солдаткин | — канд. техн. наук; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, кафедра радиоэлектронных технологий и экологического мониторинга, доцент;
E-mail: soldatkinvs@main.tusur.ru |
| Василий Иванович Туев | — д-р техн. наук, профессор; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, кафедра радиоэлектронных технологий и экологического мониторинга; заведующий кафедрой;
E-mail: vasilii.i.tuev@tusur.ru |
| Александр Андреевич Иванов | — канд. хим. наук; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, научно-исследовательский институт светодиодных технологий; заведующий лабораторией;
E-mail: alexchemtsu@rambler.ru |

Поступила в редакцию 12.04.2023; одобрена после рецензирования 31.05.2023; принята к публикации 31.07.2023.

REFERENCES

1. Schubert F.E. *Light-Emitting diodes*, NY, Cambridge University Press, 2006.
2. Vilisov A.A., Soldatkin V.S., Tuev V.I. *Svetodiody i svetotekhnicheskiye ustroystva* (LEDs and Lighting Devices), Tomsk, 2020, 112 p. (in Russ.)
3. Narukawa Y., Ichikawa M., Sanga D., Sano M., Mukai T. *Journal of Physics: Applied Physics*, 2010, vol. 43, pp. 354002, <https://doi.org/10.1088/0022-3727/43/35/354002>.
4. Thomas W., Murphy Jr. *Journal of Applied Physics*, 2012, vol. 111, pp. 104909, <https://doi.org/10.1063/1.4721897>.
5. STO.69159079-05-2020. *Pribory osvetitel'nyye svetodiodnyye. Trebovaniya k komfortnoy svetovoy srede*. APSS (STO.69159079-05-2020. LED lighting fixtures. Requirements for a comfortable light environment. APSS), 2020, 82 p. (in Russ.)
6. Wei Chen, Dunhua Cao, Yongjun Dong, Jingkan Xiong, Yuri Trofimov, Sergey Lishik, Guoqi Zhang, Jiajie Fan. *Journal of Luminescence*, 2022, vol. 251, art. no. 119225, pp. 1–8, <https://doi.org/10.1016/j.jlumin.2022.119225>.
7. Trotsiuk L.L., Ton E.S., Tsvirka V.I., Survilo L.N., Lishik S.I., Kulakov O.S., Ramanenka A.A., Krukov V.V., Trofimov Yu.V., Gaponenko S.V. *Journal of Applied Spectroscopy*, 2022, no. 5(89), pp. 869–873.
8. Bauman D.A. *Tekhnologiya sborki svetodiodov* (LED assembly technology), St. Petersburg, 2018, 65 p. (in Russ.)
9. Liu P., She C., Tan L., Xu P., Yan L. *Micromachines*, 2022, vol. 13, pp. 229, <https://doi.org/10.3390/mi13020229>.
10. Lin-Wei Sher, Kuo-Ju Chen, Chien-Chung Lin, Hau-Vei Han, Huang-Yu Lin, Zong-Yi Tu, Hsien-Hao Tu, Keiji Honjo, Hsin-Yi Jiang, Sin-Liang Ou, Ray-Hua Horng, Xiuling Li, Chien-Chung Fu, and Hao-Chung Kuo. *Opt. Express*, 2015, vol. 23, pp. A1167–A1178, <https://doi.org/10.1364/OE.23.0A1167>.
11. Liu Y., Zou J., Shi M. et al. *J. Mater. Sci.: Mater. Electron.*, 2018, vol. 29, pp. 18476–18485, DOI:10.1007/s10854-018-9963-69.
12. Tuev V.I., Soldatkin V.S., Andreeva M.V., Ganskaya E.S., Afonin K.N., Vilisov A.A. *Journal of Physics: Conference*

- Series, Tomsk, Institute of Physics Publishing, 2018, vol. 1115, pp. 052012, <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1115/5/052012>.
13. Lisitsyn V.M., Ju Y., Stepanov S.A., Tulegenova A.T., Soshchin N.P., Lisitsyna L.A., Abdullin K.A. *Russian Physics Journal*, 2017, no. 5(60), pp. 862–869.
 14. <https://mse.utoronto.ca/wp-content/uploads/2014/05/SEM-TM1000.pdf>.
 15. <https://www.tkaspb.ru>. (in Russ.)
 16. <https://alfa-instr.ru/catalog/kontrolno-izmeritelnoe-oborudovanie/istochniki-izmeriteli/istochnik-izmeritel-keithley-2410/>. (in Russ.)
 17. <https://snol-term.ru/products/laboratornyie-sushilnyie-shkafyi-snol/s-prinuditelnoj-konvekcziej-vozduxa/snol-58-350/>. (in Russ.)

Data on authors

- | | | |
|-----------------------------|---|--|
| Kirill N. Afonin | — | PhD; Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Department of Radioelectronic Technologies and Environmental Monitoring, Associate Professor; E-mail: kirill.n.afonin@tusur.ru |
| Maria V. Andreeva | — | Post-Graduate Student; Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Department of Radioelectronic Technologies and Environmental Monitoring; E-mail: mariia.andreeva@tusur.ru |
| Vasiliy S. Soldatkin | — | PhD; Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Department of Radioelectronic Technologies and Environmental Monitoring, Associate Professor; E-mail: soldatkinvs@main.tusur.ru |
| Vasiliy I. Tuev | — | Dr. Sci., Professor; Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Department of Radioelectronic Technologies and Environmental Monitoring; Head of the Department; E-mail: vasilii.i.tuev@tusur.ru |
| Alexander A. Ivanov | — | PhD; Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Research Institute of LED Technologies; Head of Laboratory; E-mail: alexchemt-su@rambler.ru |

Received 12.04.2023; approved after reviewing 31.05.2023; accepted for publication 31.07.2023.

**ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИКИ
МАТЕРИАЛОВ, ИЗДЕЛИЙ, ВЕЩЕСТВ И ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ**

**INSTRUMENTS AND METHODS FOR MONITORING AND DIAGNOSING
MATERIALS, PRODUCTS, SUBSTANCES AND THE NATURAL ENVIRONMENT**

УДК 681.2.084
DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-750-762

**МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ КОНТРОЛЬ МНОГОФАЗНЫХ ПОТОКОВ
НА ОБЪЕКТАХ ШЕЛЬФОВОЙ ДОБЫЧИ В УСЛОВИЯХ АРКТИКИ**

Т. О. УШКОВА*, Ю. Д. БОРИСОВА, В. А. ШПЕНСТ, А. М. ЩИПАЧЁВ

Санкт-Петербургский горный университет, Санкт-Петербург, Россия
**ushkovataisiya@mail.ru*

Аннотация. Рассмотрена возможность применения многофункциональной системы бесконтактного измерения параметров многофазного потока на шельфовых месторождениях, основанной на технологии радиоизотопного излучения. Проанализировано текущее оснащение шельфовой добычи датчиками, системами анализа данных и автоматического управления, выявлено недостаточное количество измеряемых параметров. Исследована возможность совершенствования данной многофункциональной системы путем ее модернизации на базе анализа рисков и сложностей шельфовой добычи в арктической зоне.

Ключевые слова: шельф, измерение, нефть, добыча, транспорт, Арктика, состав, радиоизотопный, оптоволокно

Ссылка для цитирования: Ушкова Т. О., Борисова Ю. Д., Шпенст В. А., Щипачёв А. М. Многопараметрический контроль многофазных потоков на объектах шельфовой добычи в условиях Арктики // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 9. С. 750—762. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-750-762.

**MULTIPARAMETER MONITORING OF MULTIPHASE FLOWS
AT OFFSHORE PRODUCTION FACILITIES IN THE ARCTIC**

T. O. Ushkova*, Yu. D. Borisova, V. A. Shpenst, A. M. Shchipachev

St. Petersburg Mining University, St. Petersburg, Russia
**ushkovataisiya@mail.ru*

Abstract. The possibility of using a multifunctional system for non-contact measurement of multiphase flow parameters in offshore fields, based on radioisotope radiation technology, is considered. The current equipment of offshore production with sensors, data analysis and automatic control systems is analyzed, and an insufficient number of measured parameters is revealed. The possibility of improving this multifunctional system by upgrading it based on an analysis of the risks and difficulties of offshore production in the Arctic zone is studied.

Keywords: shelf, measurement, oil, production, transport, Arctic, composition, radioisotope, fiber optic

For citation: Ushkova T. O., Borisova Yu. D., Shpenst V. A., Shchipachev A. M. Multiparameter monitoring of multiphase flows at offshore production facilities in the Arctic. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 9. P. 750—762 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-750-762.

Введение. В мире становится все более заметен рост потребности в углеводородном сырье. Однако имеющаяся ресурсная база на многих традиционных месторождениях суши постепенно истощается. Анализ текущей базы [1], в которую входят уже разрабатываемые

месторождения, новые и готовящиеся к вводу проекты, показывает, что стабильно высокая добыча может быть обеспечена до 2024 г. После 2024 г. понадобится активное расширение ресурсной базы. Это будет возможно благодаря поиску новых технологических решений и освоению сектора морской нефтегазодобычи.

Континентальный шельф Мирового океана обладает огромным ресурсным потенциалом, который оценивается на уровне около 264 млрд тонн нефтяного эквивалента. Объемы морской добычи постоянно растут и на данный момент обеспечивают около 30 % общемировой добычи нефти и газа [2]. Особый интерес представляет углеводородный потенциал Арктического региона. Арктическая и дальневосточная зоны шельфа являются стратегической ресурсной базой для нашей страны. Россия обладает самым обширным континентальным шельфом (20 % площади шельфа Мирового океана) и самым большим углеводородным потенциалом, сосредоточенным в его недрах [3]. Освоение ресурсов арктического шельфа обеспечивает сохранение устойчивой позиции Российской Федерации на мировых рынках углеводородного сырья, поэтому развитие сектора морской нефтегазодобычи является актуальной задачей [4, 5]. Однако освоение всех этих ресурсов требует внедрения новейшего технологического оборудования в сфере приборостроения, нефтегазодобычи и транспорта, которое способно функционировать в осложненных условиях и решать специфические задачи.

Одной из главных задач в процессе добычи является измерение и контроль различных параметров нефтегазового потока. На измерительном оборудовании строится система автоматизированного управления, которая обеспечивает наличие ключевых данных о текущем процессе нефтегазодобычи и служит информационным источником для специалистов при дальнейшем принятии решений. Шельфовые измерительные узлы и приборы должны удовлетворять определенным требованиям: иметь компактный размер и минимальный вес, обладать коррозионной стойкостью. Также должна быть обеспечена возможность проведения поверки на месте. Все это позволит с максимальной эффективностью использовать оборудование для бесперебойной работы в сложных морских условиях [6]. Получаемые в ходе различных измерений данные используются для отслеживания объема запасов, учета нефти с целью предотвращения потерь, оптимизации процесса добычи и планирования разработки месторождения [7]. Также точность и качество измерений напрямую влияют на прибыль нефтяных компаний и величину взимаемых налогов.

Цель настоящей статьи — исследование возможности совершенствования многофункциональной системы бесконтактного измерения параметров многофазного потока на шельфовых месторождениях, основанной на технологии радиоизотопного излучения при ее дальнейшей модернизации на базе анализа рисков и сложностей шельфовой добычи в арктической зоне.

Текущая ситуация в области измерений. Измерение различных параметров добываемого продукта является одной из основных задач при осуществлении непрерывного контроля за разработкой месторождения и процессом добычи. Для возможности измерения всех параметров производится оснащение оборудования разнообразными датчиками и приборами. В стандартный набор датчиков для измерения многофазного потока входят внутрискважинные и устьевые датчики давления и температуры, датчики измерения перепада давления. Дополнительно используется акустический датчик выноса песка, предназначенный для осуществления контроля за выносом песка из скважины и минимизации его объема, что в дальнейшем позволяет предотвратить повреждение оборудования. Также устьевое оборудование оснащают датчиком положения дроссельной заслонки [8]. Благодаря проводимым измерениям можно вычислить большое количество параметров: массовый и объемный расход, фазовые доли компонентов (нефть, газ, вода), определить обводненность и газосодержание, а также плотность смеси компонентов [8, 9].

Данные, получаемые в процессе разработки системы, используются при построении геолого-технологической модели, которая позволяет контролировать режим работы скважины и проводить технологический расчет, а также оперативно принимать решения по изменению этого режима [10].

В настоящее время существуют различные технологии по измерению параметров и количества добываемого продукта. Традиционным методом измерения многофазного потока считается использование гравитационных сепараторов для разделения многофазного флюида на компоненты и измерение отдельных фаз однофазными расходомерами. Обычно используют расходомеры Вентури и Кориолиса. В России на большинстве промыслов широко распространены автоматизированные групповые замерные установки (АГЗУ) типа „Спутник“. Они используются для измерения параметров добычи для группы скважин с периодическим переключением между отдельными скважинами, что позволяет измерять поток как из всех скважин одного куста, так и поток из каждой скважины отдельно. Однако измерение параметров каждой скважины производится периодически, без постоянного мониторинга, что приводит к потере большого количества данных. Этот метод является надежным и активно применяется на суше, но имеет ряд недостатков, а его использование в условиях шельфовой добычи затруднительно. Технология с применением сепаратора является дорогостоящей, также сепаратор требует достаточно места и периодического обслуживания [9, 11]. В условиях шельфовой добычи сепарационная установка будет оказывать дополнительную нагрузку на добывающую платформу. Кроме этого, чтобы получить точные данные, требуется эффективно отделить каждую фазу. Сгустки жидкости, пенообразование и образование стабильных эмульсий осложняют или делают невозможным проведение измерений с помощью сепаратора [7, 9]. К недостаткам также следует отнести невозможность мониторинга многофазного потока в режиме реального времени, поскольку процесс разделения и замера каждой фазы слишком медленный [12, 13].

Проблема измерения параметров многофазного флюида весьма актуальна, так как получаемая информация является важным источником данных о работе скважины и необходима для оптимального управления ее функционированием. Измерение параметров на многих промыслах по-прежнему осуществляется традиционным методом, тем не менее в настоящее время внедряются новые технологии и более совершенные способы измерения. Это касается и подводных систем. На шельфовых месторождениях в основном используются многофазные расходомеры. Такие устройства применяются для измерения различных параметров потока непосредственно в трубопроводе без разделения флюида на фазы. Многофазные расходомеры могут устанавливаться как на отдельных скважинах, так и на кустовом манифольде. В первом случае будут получены данные о работе определенной скважины, во втором — данные с куста скважин. Известны типы расходомеров, применяемых в подводных добычных системах: Schlumberger/Framo Engineering AS, Roxar, Pietro Fiorentini S.p.a, Multi Phase Meters AS [9]. В состав этих многофазных расходомеров входят трубка Вентури, преобразователи температуры, давления, перепада давления, блок электроники и гамма-плотномер (состоящий из источника и детектора гамма-излучения). Комбинация трубки Вентури и преобразователей позволяет измерить скорость и общий массовый расход потока, а гамма-плотномер используется для измерения плотности смеси и определения долей нефти, воды и газа [7, 14]. Также прибор оснащается различными датчиками для контроля солености воды и других параметров. Данные расходомеры позволяют проводить непрерывный многофазный мониторинг потока и обеспечивать более высокую точность измерения.

Такое оборудование уже используется на различных шельфовых месторождениях. Одно из них — Кириновское газоконденсатное месторождение, где расходомеры применяются для измерений технологических параметров рабочей среды, оценки режимов работы скважин и контроля за проектом разработки [9]. Еще одним примером является морская буровая плат-

форма „Беркут“. Специалистами Института физико-технических проблем (ИФТП, Москва, входит в машиностроительный дивизион корпорации „Росатома“ — Атомэнергомаш) выполнены работы по монтажу блоков гамма-излучения и запуску в эксплуатацию радиоизотопных плотномеров буровых растворов. Установленные блоки гамма-излучения представляют собой устройства для безопасного направления пучка гамма-излучения в нужном направлении. Данное оборудование позволяет измерять плотность бурового раствора, выкачиваемого из скважины, и определять, какая среда протекает по трубопроводам — чистая порода, газ или нефть [15]. Применение таких технологий подтверждает необходимость и важность проводимых измерений.

Однако радиоизотопный метод измерения постоянно развивается, количество измеряемых параметров и точность растут, а адаптация радиоизотопного прибора к условиям шельфа еще несовершенна. В рамках данной статьи авторы предлагают сосредоточиться на радиоизотопном методе измерения и его модернизации применительно к условиям шельфовой добычи.

Радиоизотопный метод измерения. Измерения, проводимые радиоизотопным датчиком, основаны на принципе ослабления ионизирующего излучения нефтяным потоком, протекающим между блоком излучения и блоком детектирования. Ионизирующее излучение возникает вследствие распада радионуклида Cs 137 с выделением фотонов со средней энергией 661кэВ. Выделенные фотоны, проходя через узкое отверстие в блоке излучения, просвечивают трубопровод с нефтяным потоком, претерпевая фотоэлектронное поглощение и комптоновское рассеивание. В результате блок детектирования фиксирует меньшее число фотонов, обладающее меньшей средней энергией. Блоком детектирования вычисляется число фотонов, прошедших через трубопровод с нефтяным потоком с сохранением своей первоначальной энергии, так называемого прямого излучения. На основе этих данных микроконтроллер сначала вычисляет среднюю плотность потока, а затем с помощью специальных алгоритмов вычисляет газо- и водосодержание, скорость движения жидкой и газовой составляющих и, как следствие, точный расход нефтяного потока по нефти, газу и воде [16].

Ослабление интенсивности определяют по закону Гуго — Ламберта — Бера, характеризующему зависимость интенсивности гамма-излучения от плотности и линейного коэффициента ослабления вещества:

$$I_h = I_{h0} \cdot \exp(-\mu_{h0}d) = I_{h0} \cdot \exp(-\mu_h \rho d),$$

где I_{h0} , I_h — интенсивности излучения, начального и прошедшего через контролируемое вещество; μ_{h0} , μ_h — линейный и массовый коэффициенты ослабления излучения средой; d , ρ — ширина и плотность материала, через которые проходит гамма-луч.

Путем пропускания радиоизотопного излучения через участок трубопровода с нефтяным потоком отмечают его ослабление. По степени ослабления излучения и характеру пульсаций сигнала в характерном для каждого источника энергетическом спектре можно оценить измеряемый параметр среды [17].

Модернизация радиоизотопного метода. Континентальный шельф является зоной, характеризующейся различными неблагоприятными факторами окружающей среды, которые могут оказывать существенное влияние при эксплуатации месторождений, в частности, на рассматриваемый радиоизотопный прибор (РИП). Все факторы должны быть учтены при разработке решений для шельфовых месторождений, чтобы обеспечить безопасную работу морского комплекса и избежать серьезных непредвиденных последствий. На рис. 1 представлены факторы шельфовой добычи, риски и сложности, связанные с ними, а также существующие и новые, предложенные авторами решения.

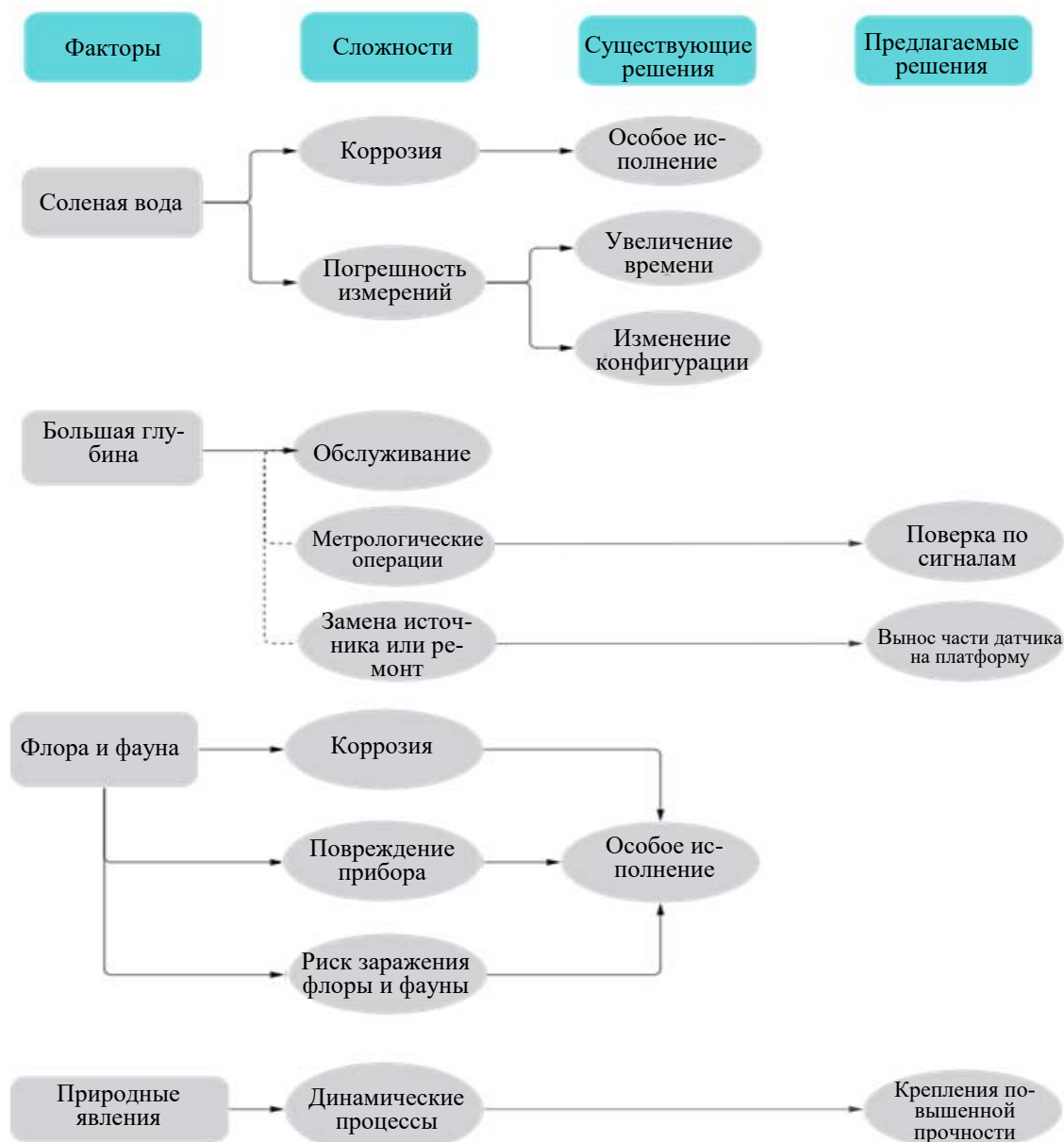


Рис. 1

Адаптация прибора к особенностям морской воды. Первым фактором, усложняющим работу радиоизотопного прибора, является минерализация морской воды. Для добычи нефти на шельфе в пласт закачивается морская вода — электролит с высокой электропроводностью, обусловленной наличием солей от 1 до 4 %, а средняя солёность морей и океанов составляет около 35 % [18]. Вследствие колебания минерализации происходит колебание коэффициента ослабления гамма-излучения, что в дальнейшем негативно влияет на точность измерений и повышает погрешность прибора [19]. В [20] представлен однолучевой гамма-плотномер с погрешностью измерений 0,97 %. Для повышения точности прибора авторы работы [20] предлагают увеличить время измерения и расположить радиоактивный источник в центре трубы. В таком случае погрешность может быть уменьшена до 0,53 %.

Другим недостатком соленой воды является ее высокая коррозионная активность, что впоследствии может привести к повреждению оборудования. Механизм коррозии металлов в морской воде является электрохимическим, так как процесс разрушения металла происходит в электропроводящей среде. При взаимодействии с электролитами металлы самопроизвольно растворяются, переходя в более устойчивое окисленное ионное состояние. Растворенные в

воде соли способствуют ускорению коррозионных процессов, поскольку увеличивают ее электропроводность [21].

Оборудование, находящееся в морских водах, также подвержено распространению биокоррозии. В процессе биокоррозии различные живые организмы образуют на поверхности металла слизеобразные колонии. Некоторые из них получают энергию в результате окисления ионов двухвалентного железа до трехвалентного. Развитие таких микроорганизмов ускоряет процесс биокоррозии [22]. Для предотвращения коррозионных процессов следует провести выбор конструкционных материалов с учетом условий среды, а также произвести технологическую обработку материала.

При реализации РИП в агрессивной морской среде целесообразно использовать аустенитную нержавеющую сталь в корпусе прибора. Такая сталь характеризуется высокой прочностью, пластичностью и обладает хорошей коррозионной стойкостью. Также следует рассмотреть новые решения по улучшению характеристик данной стали посредством, например, уменьшения содержания никеля и увеличения содержания азота. В этом случае сталь становится более устойчивой к питтинговой коррозии, улучшаются механические свойства, а также снижается ее стоимость [23, 24].

Технологическая обработка конструкционного материала заключается в нанесении на оборудование антикоррозионного покрытия. Одним из распространенных методов защиты металлических изделий от коррозии в морской среде является использование лакокрасочных материалов. Процедура нанесения таких материалов достаточно проста, а при добавлении различных компонентов можно получить дополнительную защиту. Для защиты оборудования от биокоррозии применяют лакокрасочные материалы с биоцидными добавками. Также распространены металлические покрытия. Одним из самых используемых является цинковое покрытие, его можно использовать в качестве основы под покраску или как самостоятельное защитное покрытие.

Представленные методы защиты могут быть применены для рассматриваемого радиоизотопного оборудования.

Реализация обслуживания и ремонт. Следующим фактором, усложняющим эксплуатацию и обслуживание рассматриваемого прибора, является большая глубина. С этим фактором сопряжено большое количество сложностей: затрудняется обслуживание, ремонт оборудования в случае поломки и проведение различных метрологических операций (калибровка, поверка, юстировка).

Радиоизотопная система состоит из двух частей — блока излучения и блока детектирования. В общем виде блок детектирования содержит сцинтиллятор, фотоумножитель и цепь обработки сигнала. Работа сцинтилляционных счетчиков основана на регистрации вспышек света, возникающих в результате взаимодействия различных типов излучения с веществами-люминофорами. Вспышки света регистрируются с помощью светочувствительных сенсоров. В рассматриваемом случае применяется фотоэлектронный умножитель (ФЭУ). При использовании данного оборудования для измерения многофазного потока происходит следующее: на одной стороне трубы располагается источник радиоактивного излучения, на противоположной стороне — сцинтилляционный счетчик. Гамма-излучение, проходя через трубу с многофазным флюидом, ослабляется. Лучи, которые не были поглощены смесью, регистрирует сцинтиллятор. Фотоумножитель преобразовывает световые импульсы в электрические сигналы, которые в дальнейшем переводятся в цифровой вид. Ослабление гамма-излучения многофазным потоком измеряется на двух уровнях энергии, что позволяет по обработанным данным определить доли нефти, воды и газа в потоке. Благодаря этим измерениям вычисляется большое количество параметров: доли компонентов, водожидкостный фактор, плотность смеси компонентов [9].

В случае поломки какой-либо части блока детектирования его придется полностью извлекать и проводить ремонт. Такие манипуляции приведут к большим экономическим расходам, поэтому предлагаются следующие решения.

1. *Уменьшение числа деталей, расположенных под водой.* Средние сроки службы составных элементов РИП представлены в таблице, из которой видно, что быстрее всего из эксплуатации выходят сцинтилляторы и ФЭУ. Однако при соблюдении определенных условий сцинтилляторы могут прослужить более 20 лет, тогда как срок эксплуатации ФЭУ в оптимальных условиях составляет 2—3 тыс. рабочих часов. Таким образом, для обеспечения максимального срока службы прибора в условиях чрезвычайно трудозатратного ремонта и замены предлагается: 1) обеспечить оптимальные условия для функционирования блока излучения и сцинтиллятора под водой, 2) вынести остальные компоненты измерительной системы на поверхность, 3) передачу сигнала (фотоны) от сцинтиллятора обеспечить с помощью оптоволокну для дальнейшего усиления и анализа на суше. Эти операции позволят уменьшить количество элементов, расположенных под водой, что повысит надежность измерительной системы и снизит себестоимость компонентов и эксплуатации.

Элемент РИП	Срок службы
Оптоволокно	25—45 лет
Шлангокабель	20 лет
Провод электрический высоковольтный (для питания)	25—30 лет
Cs 137	30 лет
Сцинтиллятор исходный NaI	6 лет
ФЭУ	800—1000 рабочих часов

Для того чтобы сцинтиллятор проработал более 20 лет, необходимо учитывать следующие моменты:

— хранение: необходимо хранить сцинтиллятор при температуре от -20 до $+20$ °C и обеспечивать его защиту от воздействия влаги;

— эксплуатация: необходимо избегать попадания на сцинтиллятор прямого солнечного света, а также избегать механических повреждений;

— очистка: очищать поверхность сцинтиллятора рекомендуется с помощью мягкой ткани (не рекомендуется использовать абразивные материалы и растворы во избежание повреждения поверхности детектора).

— электроника: необходимо обеспечивать правильную работу электроники, используемой вместе с детектором, следить за ее состоянием и проводить своевременный ремонт.

Применение сцинтиллятора под водой гарантирует отсутствие воздействия солнечных лучей и постоянство температуры в заданном диапазоне. Для исключения попадания влаги и загрязнения поверхности блок излучения и сцинтиллятор необходимо выполнять полностью герметичными. Предложенная модернизация позволяет обеспечить легкий контроль за состоянием электроники и своевременный ремонт, и, таким образом, все факторы эксплуатации реализуются и их исполнение гарантирует срок службы сцинтиллятора более 20 лет.

Предложенная авторами научная гипотеза заключается в том, что фотоны, выходящие из сцинтиллятора, можно транспортировать на поверхность по оптоволокну и анализировать на поверхности. В рамках данной статьи авторами ставится задача исследования теоретической возможности такой модернизации, а также подбора компонентов усовершенствованной конструкции РИП, наиболее соответствующих специфике шельфовой добычи и технически реализуемых при современном уровне развития технологий.

Для транспорта наиболее всего подходит одномодовое волокно, так как оно транспортирует фотоны на большее, чем многомодовое волокно, расстояние с меньшими потерями. Существуют кварцевые оптоволокну, стеклянные и полимерные волокна. Они имеют уни-

кальные характеристики и применяются в различных областях, таких как телекоммуникации, медицина, наука и индустрия. Однако кварцевые оптоволоконные кабели имеют более высокую производительность и стабильность по сравнению с другими видами оптоволоконных кабелей и широко используются в современной оптике и связи. Именно поэтому для условий шельфа выбрано кварцевое оптоволоконное.

Существует множество различных сцинтилляторов, которые характеризуются разными параметрами. Наиболее важным параметром в рамках данного исследования является длина волны. Минимальное затухание претерпевают фотоны с длиной волны 1500 нм, также небольшое затухание обеспечивается на длинах волн 1300 и 850 нм. В исходном датчике использован сцинтиллятор NaJ(Ta) с выходной длиной волны 415 нм, такой датчик выбран благодаря хорошему согласованию со спектральной чувствительностью ФЭУ. Для адаптации к разным системам добычи на шельфе предлагается производить разные манипуляции.

В случае добычи наклонными скважинами и стационарными платформами, где глубина до 40 м, предлагается использовать сцинтиллятор CsJ(Tl) с максимумом спектра излучения в 550 нм, что идеально согласуется с окном прозрачности (окном минимального затухания) полимерного оптоволоконного. Именно такие оптоволоконные предлагается использовать при длине оптоволоконного в несколько десятков метров.

Существуют и другие системы добычи в море, а именно плавучие платформы, полупогружные платформы и буровые суда, используемые для глубин более 40, 80 и 200 м соответственно. При таких системах добычи необходимо применение кварцевого оптоволоконного и обеспечение трансформации гамма-лучей, образующихся в результате распада Cs 137, в фотоны с длиной волны 1500, 1300 или 850 нм. Этого можно достичь несколькими методами. В долгосрочной перспективе представляет интерес создание нового материала для сцинтиллятора с пиком излучения, совпадающим с одним из окон прозрачности кварцевого оптоволоконного. Но в краткосрочной перспективе можно прибегнуть к методам трансформации длины волны фотонов, выходящих из существующего сцинтиллятора, в длину волны, оптимальную для транспорта по оптоволоконному.

Принципиальные схемы радиоизотопного прибора до и после модернизации представлены на рис. 2, а, б соответственно, где на рис. 2, а: 1 — компьютер, 2 — платформа, 3 — трубопровод с многофазным потоком, 4 — поверхность воды, 5 — устьевое оборудование скважины, 6 — манифольд (сборный пункт), 7 — блок излучения, 8 — источник излучения, 9 — сцинтиллятор, 10 — ФЭУ, 11 — эмиттерный повторитель, 12 — спектрометрический усилитель, 13 — аналого-цифровой преобразователь (АЦП), 14 — шлангокабель; на рис. 2, б: 1 — стабильный высоковольтный источник, обеспечивающий постоянное напряжение на электродах ФЭУ, 2 — ФЭУ, 3 — эмиттерный повторитель, 4 — спектрометрический усилитель, 5 — АЦП, 6 — компьютер, 7 — сцинтиллятор, 8 — источник, 9 — блок излучения.

Взаимодействие подводного оборудования с поверхностью осуществляется через шлангокабель, комплекс электрических и волоконно-оптических кабелей и шлангов, заключенных в общую оболочку. Основной шлангокабель проложен по дну моря и соединяет манифольд с площадкой управления подводным добычным комплексом. По шлангокабелю передаются команды управления от операторной на подводное оборудование месторождения, сигналы связи, электрическая и гидравлическая энергия, а также химические реагенты [25].

До модернизации — датчик через шлангокабель запитывается энергией, необходимой для работы ФЭУ, и передает полученную информацию на поверхность. Модернизация исключает потребность в энергообеспечении датчика, так как для работы источника излучения и сцинтиллятора не требуется электрическая энергия. В этом случае по оптоволоконному в шлангокабеле датчик передает фотоны для дальнейшей обработки на поверхности.

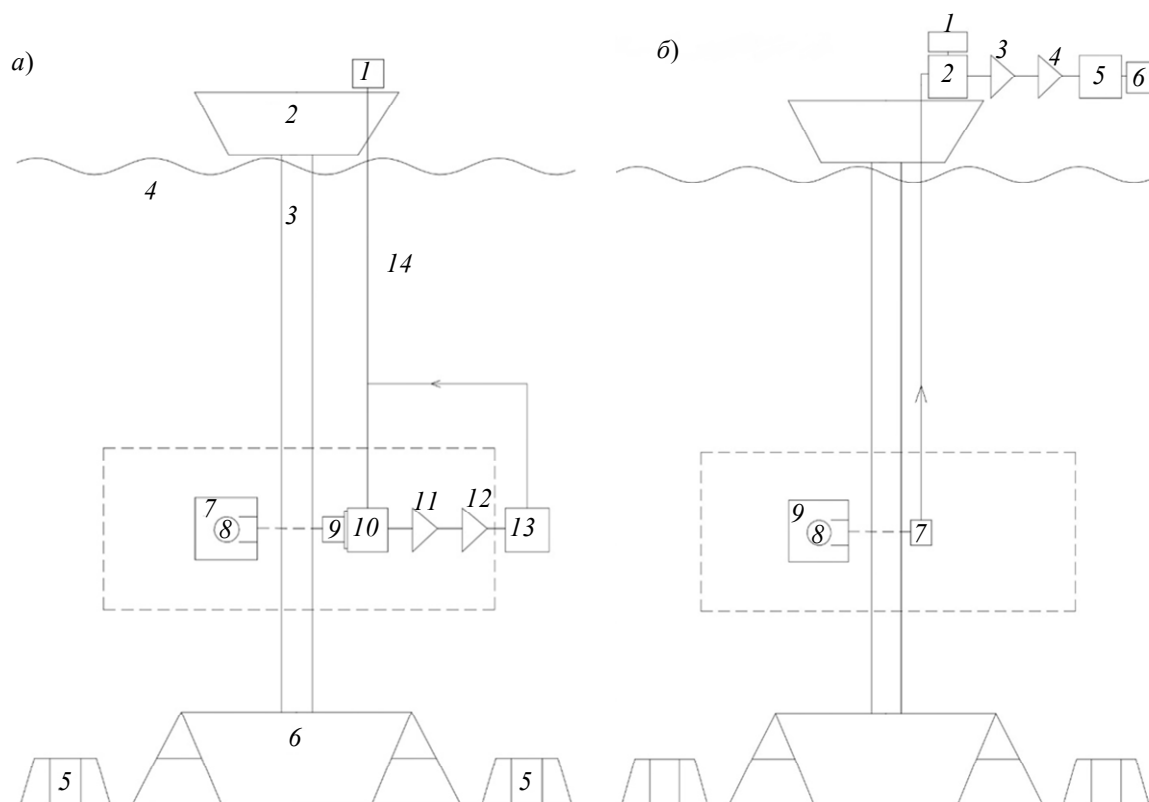


Рис. 2

2. Выбор оптимального варианта размещения прибора. Возможны два варианта расположения и комплектации измерительного прибора:

1) для контроля параметров общего потока на выходе из манифольда: один блок излучения и один блок измерения располагаются в корпусе манифольда на выходящем общем трубопроводе;

2) для контроля параметров нефтяных потоков, выходящих из каждой скважины: один многолучевой блок излучения располагается в блоке манифольда между всеми входящими в него трубопроводами со скважин; сцинтилляторы, количество которых совпадает с количеством скважин, располагаются на каждом трубопроводе с противоположных сторон от блока излучения.

Вследствие того, что стоимость замены измерительного прибора на новый в условиях континентального шельфа превышает стоимость самого прибора, рациональнее разместить резервный прибор во время монтирования основного. При первом варианте размещения оптимальным является добавление второго узкого пучка гамма-излучения, выходящего из блока детектирования, и расположение второго сцинтиллятора напротив этого пучка. При втором варианте расположения резервирование каждого сцинтиллятора было бы слишком дорогим, поэтому предлагается разместить резервирующий сцинтиллятор на выходе из манифольда, как описано в первом варианте, чтобы в случае выхода из строя любого из сцинтилляторов параметры трубы, которая осталась без контроля, можно было определить путем вычитания параметров всех оставшихся труб из параметров общего потока.

Проведение метрологических операций. Особая сложность работы датчиков в условиях шельфа заключается в необходимости их ежегодной поверки. Компания, производящая добычу, вправе выбрать между созданием собственной поверочной службы и задействованием сторонних сотрудников. В обоих случаях стандартные методы поверки, которые используются на суше и требуют либо замера параметров потока в месте работы поверяемого прибора с помощью второго более точного датчика, либо анализа корректности работы поверяемого прибора путем оценки пропускания жидкости с заданными параметрами, в условиях

шельфа, когда прибор находится на глубине, очень дорогостоящи или невозможны. Необходимо создание новых методов поверки, ориентированных на условия шельфовой добычи. Суть метода, предлагаемого в данной статье, заключается в том, что более точный и корректно функционирующий прибор на время поверки будет располагаться на поверхности (в удобном для расположения месте), на том же трубопроводе, но находящемся ниже по течению по сравнению с поверяемым прибором. С помощью специального алгоритма сигналы от двух приборов будут сравниваться и приводиться к одному моменту времени и фазовому составу с учетом временной задержки и скольжения фаз внутри трубопровода. Далее будет происходить корректировка работы поверяемого прибора посредством юстировки для обеспечения необходимой точности измерений.

Предотвращение контакта с флорой и фауной. Существует ряд рисков, вызванных размещением прибора в зоне морской жизни. Необходимо продумать особое шельфовое исполнение датчика. Для этого проанализируем существующие риски. Первым риском является повреждение прибора вследствие возможного внешнего силового воздействия со стороны крупных животных. При случайном взаимодействии с животным базовая конструкция радиоизотопного прибора может быть повреждена или вовсе „сбита“ с места установки. В таком случае потребуются огромные финансовые затраты для восстановления оборудования или установки нового. Также следует сказать о рисках воздействия прибора на флору и фауну. Повреждение блока детектирования не повлечет серьезных последствий для окружающей среды, но повреждение блока излучения может повлечь за собой крайне негативные последствия в виде радиационного воздействия на окружающую среду в течение многих лет. Также опасность представляет ослабленный гамма-луч, выходящий из сцинтиллятора. Опасность вызвана тем, что часть гамма-фотонов, проходя через трубопровод и сцинтиллятор, поглощаются и рассеиваются, тогда как другая часть сохраняет первоначальную энергию, такие фотоны, выходя из сцинтиллятора, могут ионизировать воду и вредить микроорганизмам.

Для исключения указанных рисков базовую конструкцию прибора необходимо разместить в герметичном контейнере с усиленной стенкой в месте выхода ослабленного гамма-луча и жестко закрепить этот контейнер к корпусу манифольда.

Защита от природных явлений. Континентальный шельф является областью океана, где существуют различные виды гидродинамических и иных нагрузок, влияющих на нефтегазовые сооружения. К ним можно отнести нагрузки, вызванные волнами и течениями, штормы, сейсмическую активность, а также вибрационные и температурные воздействия. Последние весьма опасны для металлических конструкций: источниками воздействий могут быть вибрации от волновой нагрузки, механического оборудования и других видов резонансных вибраций, а вследствие колебания температуры оборудование испытывает циклические колебания напряжений [26]. Защита от этих явлений реализуется исполнением прибора, описанным выше.

Экономическое обоснование и перспективы внедрения инноваций. Модернизации, предложенные в данной статье, снижают стоимость исполнения и эксплуатации применяемого на скважинах измерительного оборудования. Экономическая выгода достигается путем анализа существующих в условиях шельфа рисков и их предотвращения, а также выносом большей части измерительного датчика на поверхность. Оборудование, расположенное на поверхности, возможно легко заменить, поэтому можно использовать недорогие составляющие, для которых не нужно шельфовое исполнение, увеличивающее стоимость в 5—7 раз; оборудование, расположенное на поверхности, легче и, как следствие, его дешевле поверять. Внедрение радиоизотопного метода измерения и дальнейшие исследования в этой сфере позволяют измерять помимо компонентного состава и другие параметры: парафинизацию трубопроводов и вязкость жидкой фазы. Результаты измерения этих параметров и управление

параметрами добычи и режимами транспорта позволят снизить себестоимость добычи углеводородов в условиях шельфа.

Заключение. По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Лучшим и активно внедряемым видом измерительного оборудования для континентального шельфа на сегодняшний день является радиоизотопный измерительный прибор. Радиоизотопный метод измерения постоянно развивается, количество измеряемых параметров и точность растут, а адаптация радиоизотопного прибора к условиям шельфа еще несовершенна.

2. Измерительное оборудование, применяемое на континентальном шельфе, подвержено ряду рисков. Соленость морской воды ускоряет коррозию материалов, а изменение солености воды, используемой для добычи, приводит к увеличению погрешности измерений. Расположение оборудования на глубине делает крайне дорогостоящими или невозможными его замену, обслуживание, ремонт и стандартные методы поверки. Специфическая, по сравнению с сушей, флора и фауна вызывают ускорение коррозии, увеличивают риск механического повреждения прибора и загрязнения подводных организмов радиоизотопным излучением и продуктами ионизации воды. Природные явления ведут к динамическим колебаниям прибора, повышению риска его поломки и смещения относительно измеряемого потока.

3. Радиоизотопный метод контроля фазового состава может быть модернизирован путем добавления в его состав оптоволоконного кабеля. Такая модернизация позволит упростить эксплуатацию и обслуживание датчиков компонентного состава, в результате чего снизится стоимость оборудования и выполняемых работ. Поверку датчиков, расположенных в труднодоступных участках, к которым также относятся подводные участки шельфа, следует производить по анализу поступающих с них сигналов. Для предотвращения необходимости замены и ремонта поврежденного оборудования рекомендуется его резервирование: дополнительным сцинтиллятором в случае контроля общего потока, поднимаемого на платформу, или одним РИП на выходе из манифольда в случае контроля всех добычных скважин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прогноз развития энергетики мира и России 2019 / Под ред. А. А. Макарова, Т. А. Митровой, В. А. Кулагина. М.: ИНЭИ РАН — Московская школа управления Сколково, 2019.
2. Пономарев А. С., Поздняков А. С. Современные тренды развития мирового сектора морской добычи углеводородов // Территория „НЕФТЕГАЗ“. 2018. № 11. С. 40—50.
3. Арчагов В. Б., Нефедов Ю. В. Стратегия нефтегазопроисловых работ в оценке топливно-энергетического потенциала шельфа арктических морей России // Записки Горного института. 2015. Т. 212. С. 6—13.
4. Череповицын А. Е. Социально-экономический потенциал крупномасштабных проектов освоения нефтегазового шельфа: риски и ожидания заинтересованных сторон // Записки Горного института. 2015. Т. 215. С. 140.
5. Васильцова В. М. Проблемы освоения шельфовых месторождений нефти и газа // Записки Горного института. 2016. Т. 218. С. 345.
6. ODS Metering systems [Электронный ресурс]: <<https://ods-metering-systems.com/en/flow-metering-solutions/>>, 20.02.2023.
7. Эволюция измерений многофазных потоков и их влияние на управление эксплуатацией / Э. Тоски, Эм. Окугбайе и др. // Нефтегазовое обозрение. 2003.
8. Bai Y., Bai Q. Subsea Engineering Handbook. Oxford, UK: Gulf Professional Publ., 2018.
9. Гречко А. Г., Новиков А. И. Обзор подводных многофазных расходомеров // Газовая промышленность. 2019. № 1 (782). С. 71—78.

10. Петренко В. Е., Нуриев М. Ф., Шевелев М. Б., Шологин Р. А., Мотовилов В. Ю. Опыт разработки месторождения на шельфе Российской Федерации, оборудованного подводно-добычным комплексом // Газовая промышленность. 2018. № 11 (777). С. 8—13.
11. Hansen L. S., Pedersen S., Durdevic P. Multi-Phase Flow Metering in Offshore Oil and Gas Transportation Pipelines: Trends and Perspectives // Sensors. 2019. Vol. 19, N 9. P. 2184.
12. Corneliussen S., Couput J. P., Dahl E., Dykestee E., Frøysa K. E., Malde E., Moestue H., Moksnes P. O., Scheers L., Tunheim H. Handbook of Multiphase Flow Metering / Norwegian Society for Oil and Gas Measurement (NFOGM). Oslo, Norway, 2005.
13. Pat. 14/716,323 U.S. Multiphase Flow Meter / W. Z. Liu. 2016.
14. Свид. об утверждении типа средств измерений NO.E.29.006.A № 43528. Расходомеры многофазные МРМ [Электронный ресурс]: <<http://www.kip-guide.ru/docs/47474-11.pdf>>, 10.03.2023.
15. Атомэнергомаш. Актуальные новости [Электронный ресурс]: <<https://aem-group.ru/mediacenter/news/oao-%C2%ABiftp%C2%BB-postavilo-radioizotopnoe-oborudovanie-dlya-burovoj-platformyi-proekta-%C2%ABsaxalin-1%C2%BB.html>>, 10.02.2023.
16. Войтюк И. Н. Анализ и синтез системы коммерческого учета нефти с использованием радиоизотопного измерителя плотности // Записки Горного института. 2010. Т. 186. С. 112.
17. Проскуряков Р. М., Контева А. В. Неразрушающие методы контроля качества и количества нефтяных потоков // Записки Горного института. 2016. Т. 220. С. 564.
18. Сидняев Н. И., Бережнова М. А. Исследование влияния морской воды на деструкцию погружных морских конструкций // Инженерный журн.: наука и инновации. 2019. Вып. 10.
19. Wylie S., Shaw A., Al-Shamma'a A. RF sensor for multiphase flow measurement through an oil pipeline // Meas. Sci. Technol. 2006. N 17. P. 2141.
20. Kumara W., Halvorsen B., Melaaen M. Single-beam gamma densitometry measurements of oil-water flow in horizontal and slightly inclined pipes // Intern. J. Multiph. Flow. 2010. N 36. P. 467—480.
21. Лазуткина О. Р. Химическое сопротивление и защита от коррозии: Учеб. пособие. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2014. 140 с.
22. Кузнецов М. В., Кузнецов А. М. Коррозия и защита нефтегазового и нефтегазопромыслового оборудования: Учеб. пособие. Уфа, 2004. 109 с.
23. Cheng H. et al. Electrochemical corrosion and passive behavior of a new high-nitrogen austenitic stainless steel in chloride environment // Materials Chemistry and Physics. 2022. Vol. 292. P. 126837.
24. Lang Y. et al. Research Progress and Development Tendency of Nitrogen-alloyed Austenitic Stainless Steels // Intern. Journal of Iron and Steel Research, 2015. Vol. 22, N 2. P. 91—98.
25. Подводный добычный комплекс [Электронный ресурс]: <<https://sahalin-shelf-dobycha.gazprom.ru/about/technologies/pdk/>>, 10.02.2023.
26. Староконь И. В. Основы теории и практики образования усталостных трещин на морских нефтегазовых сооружениях // Современные проблемы науки и образования. 2012. № 4.

Сведения об авторах

- | | |
|----------------------------------|---|
| Таисия Олеговна Ушкова | — аспирант; Санкт-Петербургский горный университет, кафедра электроэнергетики и электромеханики; E-mail: ushkovataisiya@mail.ru |
| Юлия Денисовна Борисова | — студентка; Санкт-Петербургский горный университет, кафедра транспорта и хранения нефти и газа; E-mail: borisovajulia1999@mail.ru |
| Вадим Анатольевич Шпенст | — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский горный университет, кафедра электроэнергетики и электромеханики; декан энергетического факультета; E-mail: shpenst@spmi.ru |
| Андрей Михайлович Щипачёв | — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский горный университет, кафедра транспорта и хранения нефти и газа; заведующий кафедрой; E-mail: schipachev_am@pers.spmi.ru |

Поступила в редакцию 10.04.2023; одобрена после рецензирования 25.04.2023; принята к публикации 31.07.2023.

REFERENCES

1. Makarova A.A., Mitrova T.A., Kulagin V.A., ed., *Prognoz razvitiya energetiki mira i Rossii 2019* (Forecast for the Development of Energy in the World and Russia 2019), Moscow, 2019, 210 p. (in Russ.)
2. Ponomarev A.S., Pozdnyakov A.S. *Territoriya «NEFTEGAZ»* (Territory "NEFTEGAS"), 2018, no. 11, pp. 40–50. (in Russ.)
3. Archegov V.B. & Nefedov Yu.V. *Journal of Mining Institute*, 2015, no. 212, pp. 6–13. (in Russ.)
4. Cherepovitsyn A.E. *Journal of Mining Institute*, 2015, no. 215, pp. 140. (in Russ.)
5. Vasiltsova V.M. *Journal of Mining Institute*, 2016, no. 218, pp. 345. (in Russ.)
6. *ODS Metering systems*, <https://ods-metering-systems.com/en/flow-metering-solutions/>.
7. Toski E., Okugbaye Em. et al. *Oil and gas review*, Schlumberger, Spring, 2003.
8. Bai Y., Bai Q. *Subsea Engineering Handbook*, Gulf Professional Publishing, Oxford, UK, 2018.
9. Grechko A.G., Novikov A.I. *Gas industry*, 2019, no. 1(782), pp. 71–78. (in Russ.)
10. Petrenko V.E., Nuriev M.F., Shevelev M.B., Shologin R.A., Motovilov V.Yu. *Gas industry*, 2018, no. 11(777), pp. 8–13. (in Russ.)
11. Hansen L.S., Pedersen S., Durdevic P. *Sensors*, 2019, no. 9(19), pp. 2184.
12. Corneliussen S., Couput J.P., Dahl E., Dykestee E., Frøysa K.E., Malde E., Moestue H., Moksnes P.O., Scheers L., Tunheim H. *Handbook of Multiphase Flow Metering; Revision 2; Norwegian Society for Oil and Gas Measurement (NFOGM)*, Oslo, Norway, 2005.
13. Patent US 14/716,323, Multiphase Flow Meter., W.Z. Liu, Priority 19 May 2016.
14. <http://www.kip-guide.ru/docs/47474-11.pdf>. (in Russ.)
15. <https://aem-group.ru/mediacenter/news/oao-%C2%ABiftp%C2%BB-postavilo-radioizotopnoe-oborudovanie-dlya-burovoj-platformy-proekta-%C2%ABSaxalin-1%C2%BB.html> (in Russ.).
16. Voytyuk I.N. *Journal of Mining Institute*, 2010, no. 186, pp. 112. (in Russ.)
17. Proskuryakov R.M., Kopteva A.V. *Journal of Mining Institute*, 2016, no. 220, pp. 564. (in Russ.)
18. Sidnyaev N.I., Berezhnova M.A. *Engineering Journal: Science and Innovation*, 2019, no. 10.
19. Wylie S., Shaw A., Al-Shamma'a A. *Meas. Sci. Technol.*, 2006, vol. 17, pp. 2141.
20. Kumara W., Halvorsen B., Melaaen M. *Int. J. Multiph. Flow*, 2010, vol. 36, pp. 467–480.
21. Lazutkina O.R. *Khimicheskoye soprotivleniye i zashchita ot korrozii* (Chemical Resistance and Corrosion Protection), Yekaterinburg, 2014, 140 p. (in Russ.)
22. Kuznetsov M.V., Kuznetsov A.M. *Korroziya i zashchita neftegazovogo i neftegazopromyslovogo oborudovaniya* (Corrosion and Protection of Oil and Gas and Oil and Gas Equipment), Ufa, 2004, 109 p. (in Russ.)
23. Cheng H. et al. *Materials Chemistry and Physics*, 2022, vol. 292, pp. 126837.
24. Lang Y. et al. *International Journal of Iron and Steel Research*, 2015, no. 2(22), pp. 91–98.
25. <https://sahalin-shelf-dobycha.gazprom.ru/about/technologies/pdk/> (in Russ.)
26. Starokon' I.V. *Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniya*, 2012, no. 4. (in Russ.)

Data on authors

Taisiya O. Ushkova	— Post-Graduate Student; St. Petersburg Mining University, Department of Electricity and Electromechanics; E-mail: ushkovataisiya@mail.ru
Yuliya D. Borisova	— Student; St. Petersburg Mining University, Department of Transport and Storage of Oil and Gas; E-mail: borisovajulia1999@mail.ru
Vadim A. Shpenst	— Dr. Sci., Professor; St. Petersburg Mining University, Department of Electricity and Electromechanics; Dean of the Energy Faculty; E-mail: shpenst@spmi.ru
Andrey M. Shchipachev	— Dr. Sci., Professor; St. Petersburg Mining University, Department of Transport and Storage of Oil and Gas; Head of the Department; E-mail: schipachev_am@pers.spmi.ru

Received 10.04.2023; approved after reviewing 25.04.2023; accepted for publication 31.07.2023.

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПЛАСТИЧНЫХ СМАЗОК
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РОТАЦИОННОГО ВИСКОЗИМЕТРА БРУКФИЛЬДА

М. Г. Евсин*, М. А. Скотникова, Г. В. Цветкова

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Россия

*mark.evsin1995@yandex.ru

Аннотация. Представлена разработанная на ротационном вискозиметре Брукфильда методика испытаний для определения и расчета основных реологических свойств „двухкомпонентных сред“ пластичных смазок, содержащих каркасную структуру, на примере стандартной смазки „Литол 24“. Измерения выполнялись с использованием стандартной для жидких смазок геометрии, вблизи поверхности шпинделя (внутреннего цилиндра радиусом R_i), в узком объеме жидкой смазки с величиной зазора $R_a - R_i$, где R_a — радиус внешнего цилиндра, вдоль которого происходило разрушение каркасной структуры смазки и наблюдалось течение жидкости. Предложен способ расчета предела текучести и динамической вязкости пластичной смазки, содержащей каркасную структуру. Проведена верификация разработанной методики. Получены новые данные о реологических свойствах пластичных связок на базе литола, солидола и электротехнической смазки с добавлением графена, молибдена и меди.

Ключевые слова: ротационный вискозиметр, пластичные смазки, реологические свойства, динамическая вязкость, предел текучести, напряжение сдвига, скорость сдвига

Благодарности: исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда, грант № 22-19-00178; <https://rscf.ru/project/22-19-00178/>.

Ссылка для цитирования: Евсин М. Г., Скотникова М. А., Цветкова Г. В. Методика определения реологических свойств пластичных смазок с использованием ротационного вискозиметра Брукфильда // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 9. С. 763—770. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-763-770.

METHOD FOR DETERMINING THE RHEOLOGICAL PROPERTIES OF GREASES
USING BROOKFIELD ROTATIONAL VISCOMETER

M. G. Evsin*, M. A. Skotnikova, G. V. Tsvetkova

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

*mark.evsin1995@yandex.ru

Abstract. A test procedure developed on a Brookfield rotational viscometer for determining and calculating the basic rheological properties of two-component grease substance containing a frame structure is presented, using the standard Litol 24 lubricant as an example. The measurements are performed using the geometry standard for liquid lubricants, near the surface of the spindle (inner cylinder with radius R_i), in a narrow volume of liquid lubricant with a gap value ($R_a - R_i$) where R_a is the radius of the boundary along which the destruction of the grease's frames occurred and fluid flow is observed. A method is proposed for calculating the yield strength and dynamic viscosity of a grease containing a frame structure. The developed methodology is verified. New data are obtained on the rheological properties of plastic binders based on Litol, Solidol, and electrical grease with the addition of graphene, molybdenum and copper.

Keywords: rotary viscometer, greases, rheological properties, dynamic viscosity, yield stress, shear stress, shear rate

Acknowledgments: the research was supported by the Russian Science Foundation, grant no. 22-19-00178; <https://rscf.ru/project/22-19-00178/>.

For citation: Evsin M. G., Skotnikova M. A., Tsvetkova G. V. Method for determining the rheological properties of greases using Brookfield rotational viscometer. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 9. P. 763—770 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-763-770.

Введение. Ротационный вискозиметр Брукфильда предназначен для измерения момента и напряжения сопротивления сдвигу как составляющей динамической вязкости любых жидкостей: масел, различных видов топлива, смазочно-охлаждающих жидкостей и др. [1—5]. Принцип работы вискозиметра основан на вращении в цилиндрическом химическом стакане (внешнее тело) шпинделя цилиндрической формы (внутреннее тело) с заданной скоростью вращения в испытуемом образце смазочного материала. Момент преобразовывается в электрический сигнал ротационным преобразователем. Динамическая вязкость показывает, насколько меняется напряжение сдвига в жидкости при изменении скорости сдвига смазываемых деталей относительно друг друга.

Реологические испытания с использованием вискозиметра проводятся при скоростях вращения Ω шпинделя от 0,01 до 200 об/мин, что позволяет формировать напряжения сдвига τ в широком диапазоне от 0 до 10 Па^{1/4}. Определив напряжение сдвига при известной скорости сдвига D по заранее сформированным градуировочным таблицам, можно вычислить динамическую вязкость η жидкости. Градуировку проводят с помощью специально подготовленных рабочих эталонов вязкости, которые являются ньютоновскими жидкостями. Для неньютоновских жидкостей, таких как пластичные смазки (ПС), градиент скорости сдвига отличается от градуированного. Это делает показания стандартного ротационного вискозиметра Брукфильда недостоверными при проведении испытаний пластичных смазок.

Таким образом, для получения достоверной оценки скорости сдвига и динамической вязкости пластичных смазок необходима разработка специальной методики и способа расчета.

Методика определения реологических свойств пластичных смазок, содержащих каркасную структуру. Для проведения испытаний по определению реологических свойств „двухкомпонентных сред“ пластичных смазок, содержащих каркасную структуру, использовался стандартный ротационный вискозиметр Брукфильда со шпинделем номер 7 по ГОСТ 25271-93. Образец помещался в химический стакан, который заполнялся смазочной жидкостью строго до верхнего края, так чтобы поверхность смазки была ровной и горизонтальной. Предохранитель шпинделя не использовался. Глубина L погружения шпинделя была определена по результатам серии предварительных испытаний при условии, чтобы для всех испытуемых образцов во всем целевом диапазоне скоростей вращения шпинделя измеряемый момент составлял от 20 до 95 % от полного диапазона измерений. Для контроля температуры в образец помещался термометр на расстоянии 10 мм от шпинделя. На протяжении испытаний температура поддерживалась в диапазоне $25 \pm 0,2$ °С. По мере увеличения заданной скорости вращения шпинделя Ω в испытуемом образце пластичной смазки, увеличивался момент M и напряжение сопротивления сдвигу τ . Время испытания одного образца при каждом выбранном значении Ω составляло 10 с. Измерения на каждой заданной скорости вращения проводились до тех пор, пока два последующих значения Ω будут отличаться друг от друга не более чем на 3 %. За результат принималось среднее арифметическое этих двух значений. После каждого измерения шпиндель извлекался из стакана и тщательно промывался растворителем.

В качестве исследуемого материала была выбрана пластичная смазка — „Литол 24“ (ГОСТ 21150-87) — многоцелевая консистентная смазка, основанная на литиевом мыле с хорошими защитными свойствами, применяемая для пар трения „металл-металл“.

При испытаниях ПС перемещение жидкости наблюдалось только вблизи поверхности шпинделя, в узком объеме смазки с небольшой величиной зазора $R_a - R_i$, где $R_i = 1,59$ мм — радиус внутреннего цилиндра (шпинделя), а R_a — радиус внешнего цилиндра, вдоль границы которого происходило разрушение каркасной структуры ПС и наблюдалось течение жидкости (рис. 1). Размер формируемого зазора был не постоянен и рассчитывался непосредственно в процессе каждого испытания ПС, зависел от прочности каркасной структуры пластичной смазки, характеризуемой пределом текучести τ_0 .

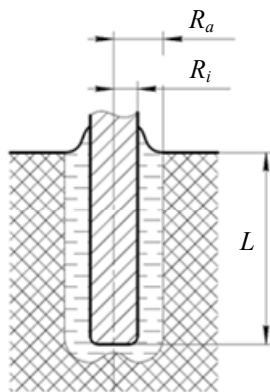


Рис. 1

Таким образом, методика для определения реологических свойств „двухкомпонентных сред“ пластичных смазок и расчета динамической вязкости смазки, содержащей каркасную структуру, с помощью вискозиметра Брукфильда включает в себя несколько этапов.

Рассмотрим последовательно основные этапы методики.

1. Расчет напряжения сдвига вблизи поверхности шпинделя в узком объеме пластичной смазки (рис. 2).

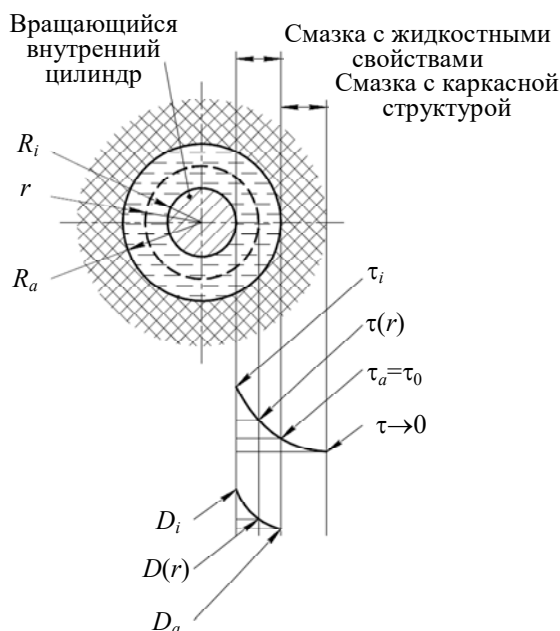


Рис. 2

А. Напряжение сдвига $\tau(r)$ в зазоре $R_a - R_i$ в зависимости от r описывается формулой

$$\tau(r) = \frac{M}{2\pi(r^2 L + r^3/3)}, \quad (1)$$

где r — радиус выбранной цилиндрической поверхности в зазоре в измеряемом объеме жидкости при заданном напряжении и скорости сдвига, $R_i < r < R_a$.

В уравнении (1) в знаменателе первое слагаемое в скобках отвечает за цилиндрическую поверхность шпинделя, а второе — за торцевую. Очевидно, что влияние торцевой поверхности на значение напряжения сдвига существенно меньше, чем влияние цилиндрической поверхности. Поэтому целесообразно заменить второе слагаемое поправочным коэффициентом K_1 , учитывающим торцевое влияние:

$$K_1 = 1 + \frac{R_i}{3L}, \quad (2)$$

тогда

$$\tau(r) = \frac{M}{2\pi L r^2 K_1}. \quad (3)$$

В. Напряжение сдвига вблизи поверхности шпинделя (τ_i) при $r = R_i$ рассчитывается по формуле

$$\tau_i = \frac{M}{2\pi L R_i^2 K_1}. \quad (4)$$

2. Построение графической зависимости напряжения сдвига τ от скорости вращения шпинделя Ω для определения предела текучести τ_0 .

А. На основе полученных экспериментальных данных и результатов вычислений построен график зависимости $\tau_i(\Omega)$ для ПС „Литол 24“ (рис. 3). Построение выполнено в системе координат с коэффициентом нелинейности $n = 1/4$.

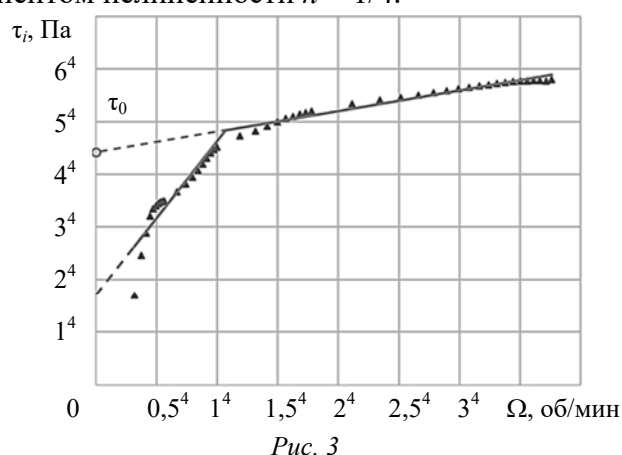


Рис. 3

В. Полученная графическая зависимость имела точку перегиба и была аппроксимирована в виде двух линейных отрезков. На втором отрезке ПС, подвергаемая сдвигу, имела *предел текучести* τ_0 . Предел текучести определен с помощью аппроксимации второго линейного отрезка на ось сдвигового напряжения.

3. Определение радиусов R_i , R_a и величины зазора $R_a - R_i$.

А. Как отмечено выше, расчет напряжения сдвига $\tau(r)$ в зазоре $R_a - R_i$ на расстоянии r произведен по формуле (1). Тогда при $r = R_a$ напряжение сдвига на границе зазора, где происходит разрушение каркасов ПС, рассчитывается по формуле

$$\tau_a = \tau_0 = \frac{M}{2\pi L R_a^2 K_1}. \quad (5)$$

В. Определив из формулы (4) значение M и подставив его в (5), получим формулу для расчета радиуса внешней цилиндрической поверхности, вдоль границы которой происходит разрушение каркасов и наблюдается течение жидкой составляющей ПС:

$$R_a = \sqrt{\frac{\tau_i R_i^2}{\tau_0}}. \quad (6)$$

Таким образом, величина зазора в измеряемом объеме жидкости увеличивается с увеличением создаваемого напряжения τ_i на поверхности шпинделя.

С. Скорость сдвига $D(r)$ (см. рис. 2) в зазоре $R_i < r < R_a$ рассчитывается по следующим формулам:

$$D(r) = \frac{R_i^2}{r^2} \frac{2\delta^2}{\delta^2 - 1} \Omega, \quad \delta = \frac{R_a}{R_i}.$$

4. Расчет значений эффективной динамической вязкости испытуемого образца ПС при различных скоростях сдвига.

Эффективная динамическая вязкость η жидкости равна отношению приложенного напряжения к скорости сдвига:

$$\eta = \tau / D, \quad (7)$$

при этом

$$\bar{\tau} = \frac{\tau_i + \tau_a}{2}, \quad (8)$$

$$\bar{D} = \Omega \frac{1 + \delta^2}{\delta^2 - 1}, \quad (9)$$

где $\bar{\tau}$ — усредненное напряжение сдвига в зазоре в измеряемом объеме жидкости; $\bar{D}$ — скорость сдвига при напряжении сдвига $\bar{\tau}$ (рис. 4).

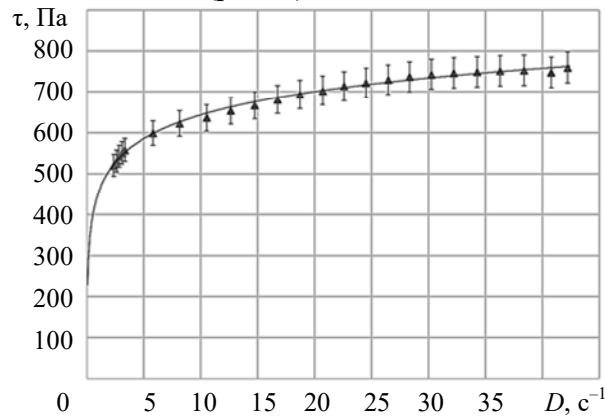


Рис. 4

Использование зависимостей (7)—(9) позволяет вычислить эффективную динамическую вязкость испытуемого образца ПС при различных скоростях сдвига.

Верификация разработанной методики. Для верификации представленной методики полученные результаты были сопоставлены с данными, приведенными в работах [6—12], где также использовался „Литол-24“ в исследованиях. На рис. 5 представлены сводные графические зависимости эффективной вязкости η , рассчитанной по формуле (7), от скорости сдвига D , полученные авторами разработанной методики (кривая 1) и другими авторами (кривые 3—9, работы [6—12]). Видна хорошая сходимость результатов, полученных авторами настоящей статьи, с требованиями научно-технической документации на „Литол-24“, отмеченной на графике кривой 2.

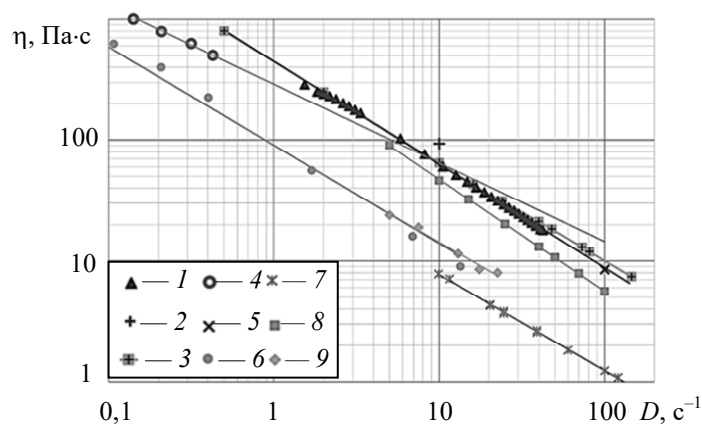


Рис. 5

Новые данные о реологических свойствах пластичных смазок, содержащих каркасную структуру. Была проведена проверка применимости представленной методики для работы с образцами синтетических ПС на основе литола (литиевое мыло), солидола (кальциевое мыло) и МС 5123-2 (литиевое мыло) с добавлением твердых частиц графена, молибдена и

меди (см. таблицу). Все полученные графические зависимости имели точку перегиба и были аппроксимированы в виде двух линейных отрезков. Это дало возможность рассчитать необходимые реологические параметры, что говорит о применимости разработанной методики к исследованию широкого спектра ПС.

Название пластичного смазочного материала	τ_0 , Па	Скорость сдвига $D=10 \text{ c}^{-1}$		
		τ_i , Па	η , Па·с	R_a , мм
Литол 24	383	630	63	2,42
Литол 24 + графен	385	843	84	2,76
Солидол + графен	1019	1430	143	2,15
Солидол + молибден + графен	1095	1562	156	2,16
МС 5123-2	219	561	56	3,13
МС 5123-2 + частицы меди в форме сферы с 3%-ной концентрацией	116	420	42	4
МС 5123-2 + частицы меди в форме чешуек с 3%-ной концентрацией	92	398	40	3,78

В таблице представлены результаты проведенных по разработанной авторами методике расчетов и испытаний основных реологических свойств на ротационном вискозиметре Брукфильда на примере пластичных смазок на базе литола, солидола и электротехнической смазки, с добавлением графена, молибдена и меди, полученные при температуре 25 °С.

Как видно из таблицы, наибольшими значениями предела текучести τ_0 , напряжения сдвига τ_i и эффективной вязкости η обладают модифицированные пластичные смазочные материалы на основе солидола; наименьшими значениями характеризуются электротехнические смазки МС 5123-2.

Заключение. Разработана методика определения реологических свойств „двухкомпонентных сред“ пластичных смазок и расчета динамической вязкости смазки, содержащей каркасную структуру, с помощью вискозиметра Брукфильда.

1. Произведен расчет напряжения сдвига вблизи поверхности шпинделя в узком объеме жидкой пластичной смазки.

2. Определен предел текучести испытуемого образца ПС с помощью графического анализа зависимости напряжения сдвига от скорости вращения шпинделя.

3. Определены радиусы внутреннего цилиндра (шпинделя) и внешней цилиндрической поверхности, вдоль границы которой происходило разрушение каркасов и наблюдалось течение жидкой составляющей ПС; также определена величина зазора в объеме ПС; рассчитана скорость сдвига в зазоре.

4. Рассчитана эффективная динамическая вязкость испытуемого образца ПС при различных скоростях сдвига.

5. Значение динамической вязкости ПС „Литол 24“, полученное с помощью разработанной методики, подтверждается результатами работ других авторов и имеет хорошую сходимость с требованиями научно-технической документации на „Литол 24“.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Евсин М. Г., Скотникова М. А. Совершенствование конструкции опор ротационного вискозиметра // Изв. вузов. Приборостроение. 2020. Т. 63, № 4. С. 367—373. DOI: 10.17586/0021-3454-2020-63-4-367-373.
2. Eysin M. G., Skotnikova M. A. Improvement of the design of bearing of the rotational viscometer for increasing the precision of the device // AIP Conf. Proc. Melville, New York. 2021. Vol. 2340. P. 030006. DOI: 10.1063/5.0047384. ISBN: 978-0-7354-4084-5.

3. Медведева В. В., Бреки А. Д., Крылов Н. А. и др. Противоизносные свойства консистентного смазочного композиционного материала, содержащего смесь гидросиликатов магния // Изв. Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2016. Т. 19, № 2. С. 30—40.
4. Медведева В. В., Бреки А. Д., Крылов Н. А. и др. Исследование противоизносных свойств пластичного смазочного композиционного материала, содержащего дисперсные частицы слоистого модификатора трения // Изв. Юго-Западного государственного университета. 2016. Т. 63, № 1. С. 75—82.
5. Медведева В. В., Скотникова М. А., Бреки А. Д. и др. Оценка влияния размера частиц и концентрации порошков горных пород на противоизносные свойства жидких смазочных композиций // Изв. ТулГУ. Технические науки. 2015. № 11—1. С. 57—65.
6. Czarny R., Paszkowski M. The influence of graphite solid additives, MoS₂ and PTFE on changes in shear stress values in lubricating greases // Journal of Synthetic Lubrication. 2007. Vol. 24, N. 1. P. 19—29. DOI: 10.1002/jsl.26.
7. Березина Е. В., Богомолов М. В., Годлевский В. А., Фомичев Д. С. Пластичные СОТС с добавками структурного действия для обработки металлов резанием // Вестн. Уфимского гос. авиационного техн. ун-та. 2012. Т. 16, № 4. С. 36—41.
8. Волянюк Е. Н., Царенко И. В. Особенности применения пластичных смазочных материалов в паре трения сталь-полиформальдегид // Вестн. Белорусско-Российского ун-та. 2013. Т. 41, № 4. С. 17—24.
9. Шилов М. А., Смирнова А. И., Гвоздев А. А. и др. Реология пластичных смазочных материалов с присадками углеродных наноструктур различного типа // Трение и износ. 2020. Т. 40, № 6. С. 720—730.
10. Березина Е. В., Корсаков М. Н., Павлов А. С. и др. Кривые течения пластичных смазочных материалов с жидкокристаллическими присадками // Жидкие кристаллы и их практическое использование. 2010. № 2. С. 85—96.
11. Остриков В. В., Сазонов С. Н., Балабанов В. И., Сафонов В. В. Получение пластичных смазок на основе глубокоочищенных отработанных минеральных и синтетических моторных масел // Нефтехимия. 2017. Т. 57, № 4. С. 443—452.
12. Медведева В. В. Реологические особенности смазочных материалов, содержащих дисперсные наполнители на основе гидросиликатов магния // Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки. 2017. Т. 23, № 4. С. 141—148. DOI: 10.18721/JEST.230414.

Сведения об авторах

Марк Геннадьевич Евсин

— аспирант; Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Институт машиностроения, материалов и транспорта; E-mail: mark.evsin1995@yandex.ru

Маргарита Александровна Скотникова

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Институт машиностроения, материалов и транспорта; центр МНОЦ "BaltTribo-Polytechnic"; E-mail: skotnikova@mail.ru

Галина Викторовна Цветкова

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Институт машиностроения, материалов и транспорта; центр МНОЦ "BaltTribo-Polytechnic"; E-mail: tsvetkova_gv@mail.ru

Поступила в редакцию 21.05.2023; одобрена после рецензирования 26.05.2023; принята к публикации 31.07.2023.

REFERENCES

1. Evsin M.G., Skotnikova M.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2020, no. 4(63), pp. 367—373, DOI: 10.17586/0021-3454-2020-63-4-367-373.
2. Evsin M.G., Skotnikova M.A. *AIP Conference Proceedings*, Melville, NY, 2021, vol. 2340, pp. 030006. DOI: 10.1063/5.0047384. ISBN: 978-0-7354-4084-5.
3. Medvedeva V.V., Breki A.D., Krylov N.A. et al. *Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technologies*, 2016, no. 2(19), pp. 30—40. (in Russ.)
4. Medvedeva V.V., Breki A.D., Krylov N.A. et al. *Proceedings of the Southwest State University*, 2016, no. 1(63), pp. 75—82. (in Russ.)
5. Medvedeva V.V., Skotnikova M.A., Breki A.D. et al. *News of the Tula State University. Technical Sciences*, 2015, no. 11-1, pp. 57—65. (in Russ.)
6. Czarny R., Paszkowski M. *Journal of Synthetic Lubrication*, 2007, no. 1(24), pp. 19—29. DOI: 10.1002/jsl.26.

7. Berezina E.V., Bogomolov M.V., Godlevsky V.A., Fomichev D.S. *Bulletin of the Ufa State Aviation Technical University*, 2012, no. 4(16), pp. 36–41. (in Russ.)
8. Volnyanko E.N., Tsarenko I.V. *Bulletin of the Belarusian-Russian University*, 2013, no. 4(41), pp. 17–24. (in Russ.)
9. Shilov M.A., Smirnova A.I., Gvozdev A.A. et al. *Friction and Wear*, 2020, no. 6(40), pp. 720–730. (in Russ.)
10. Berezina E.V., Korsakov M.N., Pavlov A.S. et al. *Zhidkiye kristally i ikh prakticheskoye ispol'zovaniye* (Liquid Crystals and Their Practical Use), 2010, no. 2, pp. 85–96. (in Russ.)
11. Ostrikov V.V., Sazonov S.N., Balabanov V.I., Safonov V.V. *Petroleum Chemistry*, 2017, no. 8(57), pp. 705–713.
12. Medvedeva V.V. *St. Petersburg State Polytechnic University Journal of Engineering Science and Technology*, 2017, no. 4(23), pp. 141–148, DOI: 10.18721/JEST.230414. (in Russ.)

Data on authors

- | | |
|--------------------------------|--|
| Mark G. Evsin | — Post-Graduate Student; Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Institute of Mechanical Engineering, Materials and Transport; E-mail: mark.evsin1995@yandex.ru |
| Margarita A. Skotnikova | — Dr. Sci., Professor; Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Institute of Mechanical Engineering, Materials and Transport, International Scientific and Educational Center "BaltTribo-Polytechnic"; E-mail: skotnikova@mail.ru |
| Galina V. Tsvetkova | — PhD, Associate Professor; Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Institute of Mechanical Engineering, Materials and Transport, International Scientific and Educational Center "BaltTribo-Polytechnic"; E-mail: tsvetkova_gv@mail.ru |

Received 21.05.2023; approved after reviewing 26.05.2023; accepted for publication 31.07.2023.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ
ДВУМЕРНО-ОРИЕНТИРОВАННОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ
ГЕТЕРОГЕННЫХ КОМПОЗИЦИЙ**В. П. Ходунков^{1*}, Ю. П. Заричняк²¹ *Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д. И. Менделеева,
Санкт-Петербург, Россия*^{*} *walkerearth@mail.ru*² *Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия*

Аннотация. Рассматривается метод моделирования двухкомпонентного композиционного материала для описания анизотропии теплопроводности его двумерно-ориентированной структуры. Метод заключается в моделировании структуры исследуемого композита и последующем расчете его теплопроводности с помощью расчетных соотношений, которые основаны на общеизвестной электротепловой аналогии. В рассматриваемом методе структура реального композита моделируется элементарной ячейкой, представляющей собой куб с гранями единичной длины. Представлена итоговая система расчетных уравнений двумерно-ориентированной теплопроводности, приведен пример и дана оценка ожидаемой точности предсказания теплопроводности.

Ключевые слова: моделирование, структура, анизотропия, теплопроводность, электротепловая аналогия, двухкомпонентный композит

Ссылка для цитирования: Ходунков В. П., Заричняк Ю. П. Моделирование и расчет двумерно-ориентированной теплопроводности гетерогенных композиций // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 9. С. 771—780. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-771-780.

**MODELING AND CALCULATION OF TWO-DIMENSIONALLY ORIENTED THERMAL CONDUCTIVITY
OF HETEROGENEOUS COMPOSITIONS**V. P. Khodunkov^{1*}, Yu. P. Zarichnyak²¹ *D. I. Mendeleev All-Russian Institute for Metrology, St. Petersburg, Russia*^{*} *walkerearth@mail.ru*² *ITMO University, St. Petersburg, Russia*

Abstract. A method for modeling a two-component composite material is considered to describe the anisotropy of thermal conductivity of its two-dimensionally oriented structure. The method consists of modeling the structure of the composite under study and subsequent calculation of its thermal conductivity using design relationships that are based on the well-known electrothermal analogy. In the method under consideration, the structure of a real composite is modeled by an elementary cell, which is a cube with edges of unit length. The final system of equations for calculating two-dimensionally oriented thermal conductivity is presented, an example is given, and an estimate of the expected accuracy of thermal conductivity prediction is given.

Keywords: modeling, structure, thermal conductivity, anisotropy, electrothermal analogy, two-component composite

For citation: Khodunkov V. P., Zarichnyak Yu. P. Modeling and calculation of two-dimensionally oriented thermal conductivity of heterogeneous compositions. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 9. P. 771—780 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-771-780.

Введение. На современном уровне развития науки и техники в ряду перспективных направлений немаловажное практическое значение приобрели технологии создания новых композиционных материалов с заранее заданными свойствами. Такие материалы широко

востребованы в ракетно-космической отрасли, авиа- и судостроении, строительстве и других отраслях промышленности и народного хозяйства.

Одним из важных физических параметров, характеризующих физико-химические свойства таких материалов, является их теплопроводность. И, что особенно актуально, пространственно-ориентированная теплопроводность, которая присуща анизотропным многокомпонентным композиционным материалам.

Анализ известных методов моделирования и расчета теплопроводности композиционных материалов показал, что в отношении пространственно-ориентированной теплопроводности существует довольно большое разнообразие методов расчета [1—15]. В развитие накопленного опыта в настоящей статье представлен метод, базирующийся на ранее разработанных методах и более ориентированный на его практическую реализуемость. Данное исследование является продолжением цикла работ, опубликованных авторами ранее [13—21].

Цель исследования — показать возможность прогнозирования значений двумерно-ориентированной теплопроводности на этапе создания анизотропных гетерогенных композиционных материалов.

Объект исследования — гетерогенный двухкомпонентный композиционный материал (далее — композит), который характеризуется существенной анизотропией теплопроводности в направлениях X , Y и, одновременно, одинаковой теплопроводностью в направлениях Y , Z (рис. 1). В данном случае рассматривается двухкомпонентный композит с матрицей, армированной однонаправленными волокнами, поскольку именно так возможно создать двуправленную теплопроводную структуру.

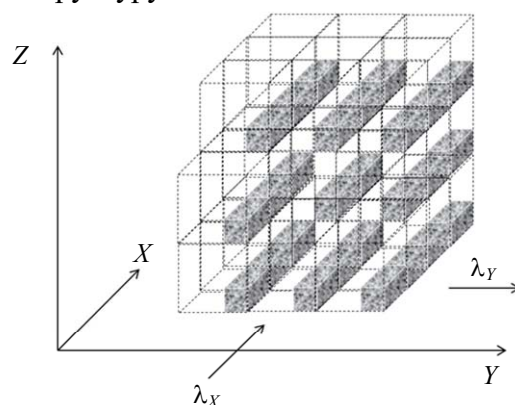


Рис. 1

Теория метода. Суть предложенного подхода сводится к моделированию структуры исследуемого композита и последующему расчету его теплопроводности с помощью полученных авторами настоящей статьи расчетных соотношений, которые основаны на общеизвестной электротепловой аналогии.

В ходе реализации рассматриваемого метода структура реального композита моделируется кубической элементарной ячейкой (рис. 2). При выборе вида элементарной ячейки авторы руководствовались следующими принципами:

- элементарная ячейка должна быть трехмерной;
- симметрия элементарной ячейки должна соответствовать симметрии реального композита;
- элементарная ячейка должна иметь максимальное число равных ребер и равных углов;
- элементарная ячейка должна иметь минимальный объем;
- структура элементарной ячейки должна наилучшим образом моделировать (воспроизводить) структуру реального композита и при этом обеспечивать строгое описание ее теплопроводности с позиций электротепловой аналогии.

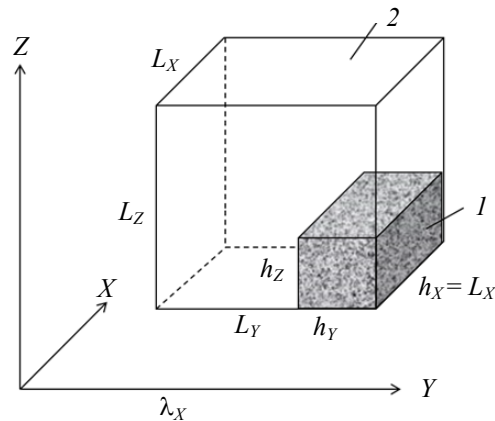


Рис. 2

Элементарная ячейка в форме куба при ее многократном повторении в пространстве в максимальной степени воссоздает структуру предлагаемого композита и удовлетворяет указанным выше принципам.

Компоненты 1 и 2 (см. рис. 2), образующие элементарную ячейку, обладают различными теплопроводностями, при этом компонентом 1 моделируются армирующие волокна, а компонентом 2 моделируется матрица.

Для прогнозирования теплопроводности λ_X композита в направлении X (вдоль армирующего компонента) необходимо рассчитать тепловое сопротивление R_X указанной элементарной ячейки в направлении X (рис. 3), а для предсказания теплопроводности λ_Y создаваемого композита в направлении Y (поперек стержней) необходимо рассчитать тепловое сопротивление R_Y указанной элементарной ячейки в направлении Y (рис. 4).

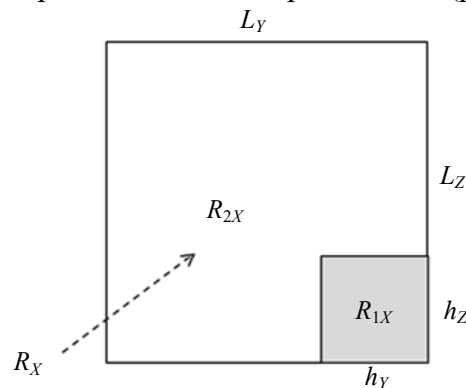


Рис. 3

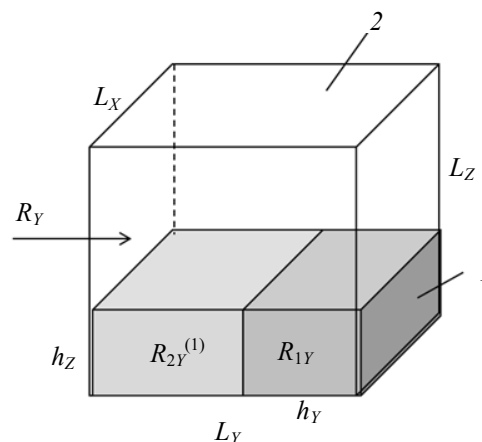


Рис. 4

Согласно общепринятому подходу [6], тепловое сопротивление R_X элементарной ячейки в направлении X рассчитывается по соотношению

$$R_X = \frac{L_X}{\lambda_X L_Y L_Z}, \quad (1)$$

где $L_X=L_Y=L_Z=1$ — габаритные размеры куба элементарной ячейки по соответствующим осям (см. рис. 2) причем, $L_Y=L_Z$ — есть не что иное, как расстояние между смежными стержнями в структуре композита; λ_X — искомая теплопроводность композита в направлении X , согласно (1) равная

$$\lambda_X = \frac{L_X}{R_X L_Y L_Z}. \quad (2)$$

Тепловой поток, проходящий через элементарную ячейку композита в направлении X , разделяется на два параллельных тепловых потока: один поток проходит через компонент 1, другой тепловой поток проходит через компонент 2 (см. рис. 3). Иными словами, следуя электротепловой аналогии, тепловой поток распределяется в двух параллельно-подключенных участках тепловой цепи (рис. 5, R_X), поэтому итоговое тепловое сопротивление R_X элементарной ячейки определяется аналогично случаю параллельно-подключенных электрических сопротивлений, т.е. через величины, обратно-пропорциональные тепловым сопротивлениям каждого участка:

$$\frac{1}{R_X} = \frac{1}{R_{1X}} + \frac{1}{R_{2X}}, \quad (3)$$

где R_{1X} — тепловое сопротивление компонента 1 в направлении X , R_{2X} — тепловое сопротивление компонента 2 в направлении X .

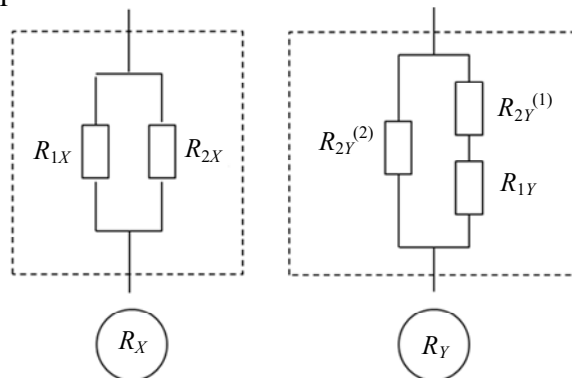


Рис. 5

Согласно определению, соответствующие тепловые сопротивления компонентов 1 и 2 равны

$$R_{1X} = \frac{L_X}{\lambda_1 h_Z h_Y} = \frac{L_X}{\lambda_1 \phi L_Y L_Z}; \quad R_{2X} = \frac{L_X}{\lambda_2 (L_Y L_Z - h_Z h_Y)} = \frac{L_X}{\lambda_2 L_Y L_Z (1 - \phi)}, \quad (4)$$

где h_Y, h_Z — габаритные размеры компонента 1 в направлениях Y, Z соответственно, причем $h_Y=h_Z=h_X$; λ_1, λ_2 — теплопроводность материала компонентов 1 и 2 соответственно; $\phi=h_Z h_Y/(L_Y L_Z)$ — отношение поперечных сечений компонента 1 и элементарной ячейки в плоскости $Y-Z$, т.е., фактически, — объемная доля стержней в элементарной ячейке (в композите).

В случае когда в качестве компонента 1 используют стержни круглого сечения диаметром d , то их фактивно приводят к эквивалентным по площади сечения стержням квадратного сечения, при этом значения $h_Y=h_Z$ находят из соотношения $h_Y^2=h_Z^2=\pi d^2/4$ и принимают равное им значение h_X .

С учетом соотношений (3), (4) тепловое сопротивление R_X элементарной ячейки в направлении X равно

$$R_X = \frac{L_X}{\lambda_X L_Y L_Z} = \frac{L_X}{L_Y L_Z (\lambda_1 \phi + \lambda_2 (1 - \phi))}, \quad (5)$$

а искомая теплопроводность в направлении X (вдоль стержней) с учетом соотношений (5) и (2) равна

$$\lambda_X = \lambda_1 \phi + \lambda_2 (1 - \phi). \quad (6)$$

Искомую теплопроводность композита λ_Y в направлении Y (поперек стержней) рассчитывают также с использованием электротепловой аналогии:

$$\lambda_Y = \frac{L_Y}{R_Y L_X L_Z}, \quad (7)$$

где R_Y — тепловое сопротивление элементарной ячейки в направлении оси Y , которое рассчитывают исходя из того, что в направлении Y тепловой поток, проходящий через элементарную ячейку композита, разделяется на два параллельных тепловых потока, причем один из этих потоков последовательно проходит через компонент 1 и одну часть компонента 2, а другой тепловой поток проходит через другую часть компонента 2 (см. рис. 4), т.е. имеет место параллельно-последовательная схема включения тепловых сопротивлений (см. рис. 5, R_Y).

Для такой схемы итоговое тепловое сопротивление R_Y элементарной ячейки в направлении оси Y определяется по соотношению

$$\frac{1}{R_Y} = \frac{1}{R_{2Y}^{(2)}} + \frac{1}{R_{2Y}^{(1)} + R_{1Y}}, \quad (8)$$

где R_{1Y} — тепловое сопротивление компонента 1 в направлении Y ; $R_{2Y}^{(1)}$ — тепловое сопротивление одной части компонента 2, ограниченной поперечным сечением $h_Z \times L_X$ и длиной $(L_Y - h_Y)$ в направлении Y ; $R_{2Y}^{(2)}$ — тепловое сопротивление другой части компонента 2, ограниченной поперечным сечением $(L_Z - h_Z) \times L_X$ и длиной L_Y в направлении Y (см. рис. 4).

Согласно определению, соответствующие тепловые сопротивления равны

$$R_{1Y} = \frac{h_Y}{\lambda_1 h_Z L_X}, \quad R_{2Y}^{(1)} = \frac{L_Y - h_Y}{\lambda_2 h_Z L_X}, \quad R_{2Y}^{(2)} = \frac{L_Y}{\lambda_2 L_X (L_Z - h_Z)}. \quad (9)$$

С учетом соотношений (7), (9), а также с учетом того, что $L_X = L_Y = L_Z = 1$ и $h_Y = h_Z = h_X$, искомая теплопроводность λ_Y элементарной ячейки в направлении Y равна

$$\lambda_Y = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (1 - \phi)^2 + \lambda_2^2 (1 - \phi) \phi + \phi_2 \lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 (1 - \phi) + \lambda_2 \phi}. \quad (10)$$

Ниже представлена итоговая система уравнений для расчета ожидаемых (предсказуемых) теплопроводностей создаваемого двухкомпонентного композита:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_X &= \lambda_1 \phi + \lambda_2 (1 - \phi) = \lambda_2 (N \phi - \phi + 1); \\ \lambda_Y &= \lambda_2 \frac{N (1 - \phi)^2 + (N + 1 - \phi) \phi}{N (1 - \phi) + \phi}; \\ \phi &= \frac{h_Z}{L_Z} = \frac{h_Y}{L_Y}, \quad N = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Для удобства практической реализации используется отношение ожидаемых теплопроводностей, получаемое из (11):

$$\frac{\lambda_X}{\lambda_Y} = \frac{(N \phi - \phi + 1)(N - N \phi + \phi)}{N (1 - \phi)^2 + (N + 1 - \phi) \phi}. \quad (12)$$

На рис. 6 представлены графические зависимости отношения теплопроводностей λ_X/λ_Y от объемной доли стержней в композите (ϕ) при разных фиксированных отношениях теплопроводностей материалов компонентов $N=\lambda_1/\lambda_2$.

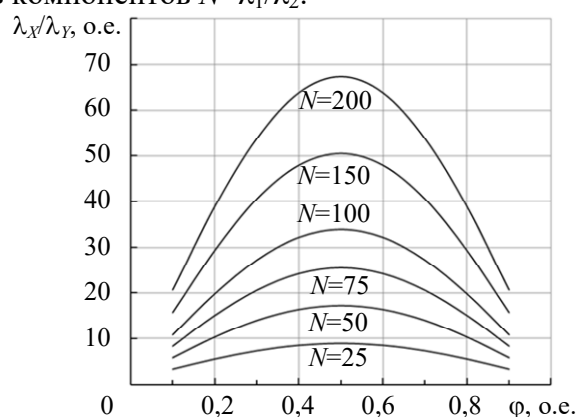


Рис. 6

Таким образом, если создать структуру, представленную на рис. 1, то она будет обладать различными теплопроводностями в направлениях вдоль и поперек стержней.

Пример реализации метода. Пусть, например, требуется создать композит в форме пластины с ориентировочными размерами $20 \times 40 \times 100$ см, где 20 см — толщина пластины (ось Z), 40 см — ширина пластины (ось Y), 100 см — длина пластины (ось X). Пусть исходно заданы следующие значения теплопроводностей по осям X, Y : $\lambda_X = 30$ Вт/(м·К), $\lambda_Y = 3$ Вт/(м·К).

Предварительно находят отношение заданных теплопроводностей $\lambda_X/\lambda_Y = 30/3 = 10$. Исходя из целей и задач, условий практического применения создаваемого композита выбирают материалы его компонентов. При выборе материалов компонентов руководствуются номограммами, представленными на рис. 6. Согласно заданному отношению $\lambda_X/\lambda_Y = 10$ по рис. 6 находят такую зависимость $\lambda_X/\lambda_Y(\phi)$, для которой обеспечивается ее экстремум (максимум) — в данном конкретном случае это зависимость для $N = \lambda_1/\lambda_2 = 25$. Из этого следует, что теплопроводность (λ_1) первого компонента должна быть примерно в 25 раз больше теплопроводности (λ_2) второго компонента.

При выборе материалов компонентов руководствуются следующими требованиями:

- фактическое отношение теплопроводностей компонентов должно быть заведомо несколько большим заданного значения, т.е. $(\lambda_1/\lambda_2)_{\text{факт}} > N$;
- фактическая теплопроводность компонента с меньшей теплопроводностью должна быть меньше заданной вдоль оси Y , т.е. $\lambda_2 < \lambda_Y$;
- фактическая теплопроводность компонента с большей теплопроводностью должна быть больше заданной вдоль оси X , т.е. $\lambda_1 > \lambda_X$.

Пусть, например, в качестве первого компонента используют сталь, обладающую теплопроводностью $\lambda_1 = 46,5$ Вт/(м·К), а в качестве второго компонента — бетон с теплопроводностью $\lambda_2 = 1,5$ Вт/(м·К). После этого рассчитывают фактическое отношение теплопроводностей компонентов: $N_{\text{факт}} = \lambda_1/\lambda_2 = 46,5/1,5 = 31$. Затем, используя соотношение (12), находят значение ϕ , которое соответствует заданным теплопроводностям λ_X и λ_Y . В конкретном примере получают:

$$10 = \frac{(31\phi - \phi + 1)(31 - 31\phi + \phi)}{31(1 - \phi)^2 + (31 + 1 - \phi)\phi} \Rightarrow \phi = 0,63.$$

Затем по соотношениям (11) оценивают ожидаемые фактические теплопроводности λ_X и λ_Y . Для конкретно взятых значений $\phi = 0,63$, $\lambda_1 = 46,5$ Вт/(м·К), $\lambda_2 = 1,5$ Вт/(м·К) получают: $\lambda_X \approx 30$ Вт/(м·К), $\lambda_Y \approx 3$ Вт/(м·К).

После выполненной расчетной процедуры исходя из заданных габаритов композита находят размер его элементарной ячейки. При определении размера ячейки руководствуются следующими требованиями:

- размер элементарной ячейки должен быть минимально возможным настолько, насколько это позволяют современные технологии, — данное требование обеспечивает наиболее равномерную теплопроводность композита в заданном направлении;
- размер элементарной ячейки в наилучшей степени приближения должен быть кратен минимальному заданному габаритному размеру композита;
- размер элементарной ячейки должен быть таким, чтобы обеспечивались технологическая осуществимость многократного ее повторения в пространстве и воссоздание структуры предлагаемого композита;
- компонент, занимающий в композите меньший объем и имеющий поперечное сечение $h_Z \times h_Y$, должен быть технологически осуществимым.

В рассматриваемом примере: исходя из полученного значения $\phi=0,63$ и заданных размеров элементарной ячейки $L_X, L_Y=L_Z$, равных, например, $L_X=100$ см, $L_Y=L_Z=1$ см, находят габаритные размеры первого компонента (стали), которые равны $h_X=L_X=100$ см, $h_Y=\phi L_Y=0,63$ см, $h_Z=\phi L_Z=0,63$ см. Второй компонент (бетон) выполняет роль препрега и заполняет пространство композита. Таким образом, для создания требуемого композита необходимо взять либо прямоугольные стальные стержни длиной 100 см с квадратным поперечным сечением размером $0,63 \times 0,63$ см, либо круглые стальные стержни, эквивалентные по их поперечному сечению прямоугольным стержням, с диаметром, равным

$$d = 2\sqrt{\frac{h_Y h_Z}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{0,63 \cdot 0,63}{3,14}} \approx 0,71 \text{ см.}$$

Затем из стальных стержней сечением $0,63 \times 0,63$ см или $\varnothing 0,71$ см изготавливают каркас композиционного материала размером $20 \times 40 \times 100$ см, как показано на рис. 1, при этом расстояние между смежными стержнями делают равным 1 см; затем заливают каркас бетоном и после его отверждения получают искомый композиционный материал с предсказанным с погрешностью не более 10 % значением теплопроводности вдоль стержней, равным 30 Вт/(м·К), поперек стержней — 3 Вт/(м·К). При этом созданный композит будет иметь форму пластины размером $20 \times 40 \times 100$ см, внутри которой по толщине пластины (ось Z) размещено 20 слоев стальных стержней по 40 стержней в каждом слое, шаг между стержнями по вертикали и горизонтали одинаковый и составляет 1 см, длина стержней 100 см.

Можно задать иной размер элементарной ячейки, например, задать ее размеры равными $L_X=100$ см, $L_Y=L_Z=0,5$ см. В этом случае габаритные размеры первого компонента (стали) равны $h_X=L_X=100$ см, $h_Y=\phi L_Y=0,32$ см, $h_Z=\phi L_Z=0,32$ см. Для создания требуемого композита необходимо взять либо прямоугольные стальные стержни длиной 100 см с квадратным поперечным сечением размером $0,32 \times 0,32$ см, либо круглые стальные стержни, эквивалентные по их поперечному сечению прямоугольным стержням, с диаметром, равным

$$d = 2\sqrt{\frac{h_Y h_Z}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{0,32 \cdot 0,32}{3,14}} \approx 0,36 \text{ см.}$$

Затем из стальных стержней сечением $0,32 \times 0,32$ или $\varnothing 0,36$ см изготавливают каркас композиционного материала размером $20 \times 40 \times 100$ см, как показано на рис. 1, при этом расстояние между смежными стержнями делают равным 0,5 см; затем заливают каркас бетоном и после его отверждения получают искомый композиционный материал с предсказанным с погрешностью не более 10 % значением теплопроводности вдоль стержней, равным 30 Вт/(м·К), поперек стержней — 3 Вт/(м·К). При этом созданный композит будет иметь форму пластины размером $20 \times 40 \times 100$ см, внутри которой по толщине пластины (ось Z) размещено

40 слоев стальных стержней по 80 стержней в каждом слое, шаг между стержнями по вертикали и горизонтали одинаковый и составляет 0,5 см, длина стержней 100 см.

Необходимо отметить, что технология изготовления каркаса, равно как и технология его заполнения матрицей, целиком и полностью определяются типом используемых материалов, размерами компонентов, имеющимися в наличии технологиями, приспособлениями и оборудованием, а поэтому выбираются изготовителем индивидуально и самостоятельно.

Заключение. Предложенный метод моделирования позволяет создавать двухкомпонентные анизотропные композиты с заранее заданной двумерно-ориентированной теплопроводностью, непрерывно изменяемой в широком диапазоне от нескольких единиц до нескольких сотен, при этом может быть использована практически неограниченная номенклатура веществ, изначально находящихся в твердом состоянии. Кроме того, использование в качестве компонентов веществ, обладающих высокой температурой плавления, позволяет создавать анизотропные композиты с высокой рабочей температурой, вплоть до 2500 °С.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Maxwell J. C. A treatise on electricity and magnetism. Oxford Univ. Press, 1873. Vol. 1. 500 p.
2. Wiener O. Die Theorie des Mischkörpers für das Feld der stationären Strömung. Abh. d. Leipzig. Akad., 1912. 509 p.
3. Оделевский В. И. Расчет обобщенной проводимости гетерогенных систем // ЖТФ. 1951. Т. 21, вып. 6. С. 667—685.
4. Meredith R. E., Tobias C. W. Conductivities in emulsions // J. Electrochem. Soc. 1961. Vol. 108. P. 286—290 [Электронный ресурс]: <<https://doi.org/10.1149/1.2428064>>.
5. Миснар А. Теплопроводность твердых тел, жидкостей, газов и их композиций. М.: Мир, 1968. 464 с.
6. Дульнев Г. Н., Заричняк Ю. П. Теплопроводность смесей и композиционных материалов. Л.: Энергия, 1974. 264 с.
7. Пономарев С. В., Мищенко С. В., Дивин А. Г. Теоретические и практические аспекты теплофизических измерений: Монография. Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2006. Кн. 1. 204 с.
8. Орлов А. И. Обобщенная проводимость гетерогенных сред и стержневых систем: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Обнинск, 2009.
9. Михайлин Ю. А. Конструкционные полимерные композиционные материалы. СПб: Изд-во „НОТ“, 2010. 822 с.
10. Зарубин В. С., Зарубин С. В., Кувыркин Г. Н. Математическое моделирование теплопереноса в однонаправленном волокнистом композите // Наука и образование. (Научное издание МГТУ им. Н. Э. Баумана.) 2014. № 1. С. 270—281. DOI: 10.7463/0114.0657262.
11. Эдвабник В. Г. К теории обобщенной проводимости смесей // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 1, ч. 2. 51 с.
12. Pietrak K., Wisniewski T. S. A review of model for effective thermal conductivity of composite materials // Journal of Power Technologies. 2015. Vol. 95, № 1. P. 14—24.
13. Балабанов П. В., Савенков А. П. Теоретические и практические аспекты измерения теплофизических свойств гетерогенных материалов: Монография. Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2016. 188 с.
14. Колесников С. А., Ким Л. В., Воронцов В. А., Проценко А. К., Чеблакова Е. Г. Исследование формирования теплофизических характеристик объемно-ориентированных углерод-углеродных композиционных материалов // Новые огнеупоры. 2017. № 8. С. 45—56.
15. Сулаберидзе В. Ш., Михеев В. А. Моделирование теплопроводности гетерогенных композиций функциональных материалов на основе экспериментальных данных. СПб: Реноме, 2023. 118 с.
16. Ходунков В. П., Походун А. И., Заричняк Ю. П. Анизотропия теплопроводности как средство выравнивания температурных полей в излучающих полостях АЧТ // Приборы. 2015. № 8. С. 7—12.
17. Пат. 2739728 РФ. МПК G01N 25/18, C22C 9/06, G01N 33/20. Способ создания металлокомпозита с предсказуемой теплопроводностью / В. П. Ходунков, Ю. П. Заричняк. Оpubл. 28.12.2020. Бюл. № 1.

18. Пат. 2748669 РФ. МПК C09K 5/14, G01N 25/18. Способ создания двухкомпонентного композита с заданной теплопроводностью / В. П. Ходунков, Ю. П. Заричняк. Опубл. 28.05.2021. Бюл. № 16.
19. Ходунков В. П., Заричняк Ю. П. Новые стационарные методы измерения теплопроводности твердых тел // Вестн. ТГТУ. 2022. Т. 28, № 3. С. 455—465. DOI: 10.17277/vestnik.2022.03.
20. Ходунков В. П., Заричняк Ю. П. Перспективные методы измерения теплопроводности твердых тел // Изв. вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 9. С. 668—676. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-9-668-676.
21. Ходунков В. П., Заричняк Ю. П. Моделирование структуры композиционных материалов с заранее заданными тепловыми свойствами: новые методы измерения // Тепловые процессы в технике. 2022. Т. 14, № 12. С. 482—496. DOI: 10.34759/tpt-2022-14-12-482-496.

Сведения об авторах

Вячеслав Петрович Ходунков

— канд. техн. наук; Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д. И. Менделеева; ст. научный сотрудник;
E-mail: walkerearth@mail.ru

Юрий Петрович Заричняк

— д-р физ.-мат. наук, профессор; Университет ИТМО, образовательный центр „Энергоэффективные инженерные системы“, доцент;
E-mail: zarich4@gmail.com

Поступила в редакцию 12.04.2023; одобрена после рецензирования 18.05.2023; принята к публикации 31.07.2023.

REFERENCES

1. Maxwell J.C. *A treatise on electricity and magnetism*, Vol. 1, Oxford University Press, 1873, 500 p.
2. Wiener O. *Die Theorie des Mischkörpers für das Feld der stationären Strömung*, Abh. d. Leipz. Akad., 1912, Bd. 32, 509 p.
3. Odelevsky V.I. *Technical Physics*, 1951, no. 6(21), pp. 667–685. (in Russ.)
4. Meredith R.E., Tobias C.W. *J. Electrochem. Soc.*, 1961, vol. 108, pp. 286–290, <https://doi.org/10.1149/1.2428064>.
5. Missenard A. *Conductivité thermique des solides, liquides, gaz et de leurs mélanges*, Eyrolles, 1965, 554 p.
6. Dulnev G.N., Zarichnyak Yu.P. *Teploprovodnost' smesey i kompozitsionnykh materialov* (Thermal Conductivity of Mixtures and Composite Materials), Leningrad, 1974, 264 p. (in Russ.)
7. Ponomarev S.V., Mishchenko S.V., Divin A.G. *Teoreticheskiye i prakticheskiye aspekty teplofizicheskikh izmereniy* (Theoretical and Practical Aspects of Thermophysical Measurements), Tambov, 2006, Book 1, 204 p. (in Russ.)
8. Orlov A.I. *Obobshchennaya provodimost' geterogennykh sred i sterzhnevnykh sistem* (Generalized Conductivity of Heterogeneous Media and Rod Systems), Extended abstract of candidate's thesis, Obninsk, 2009, 24 p. (in Russ.)
9. Mikhailin Yu.A. *Konstruktsionnyye polimernyye materialy* (Structural Polymeric Materials), St. Petersburg, 2013, 822 p. (in Russ.)
10. Zarubin V.S., Zarubin S.V., Kuvyrkin G.N. *Science and Education of Bauman MSTU*, 2014, no. 1, pp. 270–281, DOI: 10.7463/0114.0657262. <http://technomag.bmstu.ru/doc/657262.html> (in Russ.)
11. Edvabnik V.G. *Modern problems of science and education*, 2015, no. 1, 51 p. (in Russ.)
12. Pietrak K., Tomasz S. *Journal of Power Technologies*, 2015, no. 1(95), pp. 14–24.
13. Balabanov P.V., Savenkov A.P. *Teoreticheskiye i prakticheskiye aspekty izmereniya teplofizicheskikh svoystv geterogennykh materialov* (Theoretical and Practical Aspects of Measuring the Thermophysical Properties of Heterogeneous Materials), Tambov, 2016, 188 p. (in Russ.)
14. Kolesnikov S.A., Kim L.V., Vorontsov V.A., Protchenko A.K., Cheblakova E.G. *Novyye ognepupory* (New Refractories), 2017, no. 8, pp. 45–56. (in Russ.)
15. Sulaberidze V.Sh., Mikheev V.A. *Modelirovaniye teploprovodnosti geterogennykh kompozitsiy funktsional'nykh materialov na osnove eksperimental'nykh dannykh* (Modeling of Thermal Conductivity of Heterogeneous Compositions of Functional Materials Based on Experimental Data), St. Petersburg, 2023, 118 p., ISBN 978-5-001125-752-3. (in Russ.)
16. Khodunkov V.P., Pokhodun A.I., Zarichnyak Yu.P. *Instruments*, 2015, no. 8, pp. 7–12. (in Russ.)
17. Patent RU 2739728, G01N 25/18, C22C 9/06, G01N 33/20, *Sposob sozdaniya metallokompozita s predskazuyemoy teploprovodnost'yu* (Method for Creating a Metal Composite with Predictable Thermal Conductivity), V.P. Khodunkov, Yu.P. Zarichnyak, Patent application no. 2020123353, Priority 08.07.2020, Published 28.12.2020, Bulletin 1. (in Russ.)
18. Patent RU 2748669, C09K 5/14, G01N 25/18, *Sposob sozdaniya dvukhkomponentnogo kompozita s zadannoy teploprovodnost'yu* (Method for Creating a Two-component Composite with a Given Thermal Conductivity), V.P. Khodunkov, Yu.P. Zarichnyak, Patent application no. 2020123354, Priority 08.07.2020, Published 28.05.2021, Bulletin 16. (in Russ.)
19. Khodunkov V.P., Zarichnyak Yu.P. *Bulletin of the Tambov State Technical University*, 2022, no. 3(28), pp. 455–465, DOI: 10.17277/vestnik.2022.03. (in Russ.)
20. Khodunkov V.P., Zarichnyak Yu.P. *Journal of Instrument Engineering*, 2022, no. 9(65), pp. 668–676, DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-9-668-676. (in Russ.)

21. Khodunkov V.P., Zarichnyak Yu.P. *Teplovyye protsessy v tekhnike*, 2022, no. 12(14), pp.482–496, DOI: 10.34759/tpt-2022-14-12-482-496. (in Russ.)

Data on authors

Vyacheslav P. Khodunkov — PhD; D. I. Mendeleev All-Russian Institute for Metrology; Senior Researcher;
E-mail: walkerearth@mail.ru

Yuriy P. Zarichnyak — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Educational Center "Energy-Efficient Engineering Systems"; Associate Professor;
E-mail: zarich4@gmail.com

Received 12.04.2023; approved after reviewing 18.05.2023; accepted for publication 31.07.2023.

АБСОРБЦИОННЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
СВЕТООТВЕРЖДАЕМЫХ РЕНТГЕНОКОНТРАСТНЫХ МАТЕРИАЛОВ
„ОМНИХРОМА“Л. И. ШАЛАМАЙ¹, Е. Е. МАЙОРОВ^{2*}, Е. Ю. МЕНДОСА³,
В. Б. ЛАПМУСОВА¹, Н. С. ОКСАС¹¹ Первый Санкт-Петербургский государственный медицинский университет им. акад. И. П. Павлова,
Санкт-Петербург, Россия² Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
Санкт-Петербург, Россия
*majorov_ee@mail.ru³ Московский государственный медико-стоматологический университет им. А. И. Евдокимова,
Москва, Россия

Аннотация. Представлены результаты исследования по применению абсорбционного спектрального анализа светоотверждаемых рентгеноконтрастных материалов „Омнихрома“ для определения их оптических свойств. Применение данного метода связано с возможностью производить количественное определение элементного состава вещества, высокой избирательностью, простым приготовлением исследуемых стоматологических образцов, точностью и чувствительностью. С использованием спектрофотометра в результате экспериментальных измерений получены спектральные зависимости коэффициента поглощения исследуемых материалов от длины волны излучения образцов во всем измеряемом диапазоне. Определены максимальные и минимальные значения коэффициента поглощения исследуемых агентов.

Ключевые слова: спектрофотометр, абсорбционный спектральный анализ, коэффициент поглощения, дифракционная решетка, полупрозрачная пластина, собирающие линзы

Ссылка для цитирования: Шаламай Л. И., Майоров Е. Е., Мендоса Е. Ю., Лапмусова В. Б., Оксас Н. С. Абсорбционный спектральный анализ светоотверждаемых рентгеноконтрастных материалов „Омнихрома“ // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 9. С. 781—788. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-781-788.

ABSORPTION SPECTRAL ANALYSIS
OF LIGHT-CURED RADIOPAQUE MATERIALS „OMNICHROME“L. I. Shalamay¹, E. E. Maiorov^{2*}, E. Yu. Mendosa³,
V. B. Lampusova¹, N. S. Oksas¹¹ Pavlov University, St. Petersburg, Russia² St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia
*majorov_ee@mail.ru³ A. I. Yevdokimov Moscow State University of Medicine and Dentistry,
Moscow, Russia

Abstract. Results of a study on the use of absorption spectral analysis of light-curing radiopaque materials „Omichrome“ to evaluate their optical properties are presented. Application of this method is associated with the ability to quantitatively determine the elemental composition of a substance, high selectivity, simple preparation of dental samples under study, accuracy and sensitivity. Using spectrophotometer for experimental measurements, the spectral dependences of the absorption coefficient of the analyzed materials on the radiation wavelength were obtained over the entire measured range. The maximum and minimum values of the absorption coefficient of the materials were defined.

Keywords: spectrophotometer, absorption spectral analysis, absorption coefficient, diffraction grating, translucent plate, collecting lenses

For citation: Shalamay L. I., Maiorov E. E., Mendosa E. Yu., Lampusova V. B., Oksas N. S. Absorption spectral analysis of light-cured radiopaque materials „Omnichrome“. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 9. P. 781—788 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-781-788.

Введение. Основу известных методов анализа составляет воздействие на вещество внешних факторов, таких как химическая реакция, температура, электромагнитное излучение, поток элементарных частиц и т.д. [1]. Наибольшее распространение получили методы, основанные на взаимодействии вещества с электромагнитным излучением [2]. При таком взаимодействии излучение может отражаться, рассеиваться, поглощаться, а также проходить через вещество. Известно, что если исследуемый объект поглощает электромагнитное излучение, то этот метод относится к абсорбционному спектральному анализу [3]. Данный метод позволяет получить информацию о поглощательной способности вещества в ультрафиолетовом, видимом и инфракрасном спектральных диапазонах [4]. Поглощательная способность вещества соответствует переходам атомов из более низких энергетических состояний в более высокие, и величина поглощения зависит от заселенности нижнего уровня наблюдаемой линии [5, 6].

Наиболее универсальными методами контроля исследуемых объектов, согласно анализу литературных данных, являются абсорбционные спектральные методы. Такие методы измерений и работа соответствующих приборов основаны на анализе светового излучения, поглощенного веществом [7, 10]. Это направление бурно развивается в оптическом приборостроении, достигнуты успехи в практическом использовании указанных методов, на высоком уровне проведен теоретический анализ их функционирования, решены вопросы построения и эксплуатации соответствующих приборов [11, 12].

Применение такого современного метода контроля, как абсорбционный спектральный анализ, связано с возможностью производить количественное определение элементного состава вещества, высокой избирательностью, простым приготовлением исследуемых образцов, точностью и чувствительностью [13—15]. В этой связи исследование оптических новейших стоматологических материалов методом абсорбционного спектрального анализа представляет несомненный интерес.

Цель настоящей статьи — применение абсорбционного спектрального анализа светоотверждаемых рентгеноконтрастных материалов „Омнихрома“ для определения оптических свойств объектов; получение спектральных зависимостей коэффициента поглощения исследуемых материалов от длины волны излучения представленных образцов на автоматизированном спектрофотометре „u-Violet DB“ и анализ полученных экспериментальных результатов.

Метод и объекты исследования. В качестве объектов исследования использовались современные стоматологические материалы, предназначенные для восстановительных работ на твердых тканях зуба, фирмы „Tokuyama Dental“ (Япония): „Omnichroma Bloker“, „Omnichroma Bloker Flow“ и „Omnichroma Flow“.

„Omnichroma Bloker“ — светоотверждаемый рентгеноконтрастный, пастообразной консистенции, пакуемый композитный материал. Высоконаполнен сферическим кремний-циркониевым материалом (82 % по весу) и предварительно полимеризованным композитным наполнителем, включающим кремний-циркониевые частицы размером 200 нм. Универсальный упаковочный материал для реставрации передних и боковых зубов. Обладает малой полимеризационной усадкой (1,3 %), радикально-усиленной полимеризацией, контролирующей низкий уровень остаточных мономеров. Фотоинициатор полимеризации — камфорохинон, время отсвечивания 20 с. Используется в качестве опала при пломбировании сквозных полостей передних зубов III и IV классов (слой 0,5...0,7 мм выкладывается в качестве небной/язычной стенки реставрации) для устранения излишней прозрачности реставрации, закрытия металлических частей протеза, маскировки дисколоритов в прямой композитной реставрации фронтальных и жевательных зубов. Материал совместим с любыми адгезивами и композитами. Имеет длительное рабочее время (90 с). Сверхбыстро полируется минималь-

ным набором инструментов, не требует обязательного использования полировочных паст. Гипоаллергенен в связи с высоким уровнем конверсии мономеров.

„Omnichroma Blocker Flow“ — светоотверждаемый рентгеноконтрастный стоматологический материал. Высоконаполнен сферическим кремний-циркониевым материалом (71 % по весу и 57 % по объему) с размером частиц 200 нм. Используется с полимеризованным композитным наполнителем с частицами размером ~10 мкм. Гипоаллергенен в связи с высоким уровнем конверсии мономеров.

„Omnichroma Flow“ — светоотверждаемый рентгеноконтрастный стоматологический материал. Высоконаполнен сферическим кремний-циркониевым материалом (71 % по весу и 57 % по объему) с размером частиц 300 нм. Используется с полимеризованным композитным наполнителем. Сверхбыстро полируется минимальным набором инструментов, не требует обязательного использования полировочных паст.

Исследуемые материалы были предоставлены Центром имплантации и комплексного лечения (Санкт-Петербург).

Для исследования оптических свойств стоматологических материалов использовался спектрофотометр „u-Violet DB“ компании „Лабконцепт“ (Санкт-Петербург), внешний вид прибора представлен на рис. 1.



Рис. 1

Спектрофотометр предназначен для работы в ультрафиолетовом, видимом и инфракрасном диапазонах спектра (190...1100 нм); прибор широко используется при биохимических исследованиях, в химической, фармацевтической и пищевой промышленности, для экологического мониторинга и т.п. Спектрофотометр может подключаться к периферийным устройствам для анализа результатов, сохранять полученные данные во внутренней памяти и при аварийных отключениях от питания; также возможен выбор нескольких режимов измерений: спектрального, фотометрического, количественного и кинетического.

Оптическая схема спектрофотометра „u-Violet DB“ представлена на рис. 2, где 1 — дейтериевая лампа; 2 — вольфрамовая галогеновая лампа; 3 — собирающее зеркало; 4—9 — фильтры; 10 — защитная пленка; S_1 , S_2 — щели; 11 — дифракционная решетка; 12, 13 — направляющие зеркала; 14 — полупрозрачная пластина; 15—17 — собирающие линзы; 18 — кюветное отделение; 19, 20 — кремниевые фотодиоды.

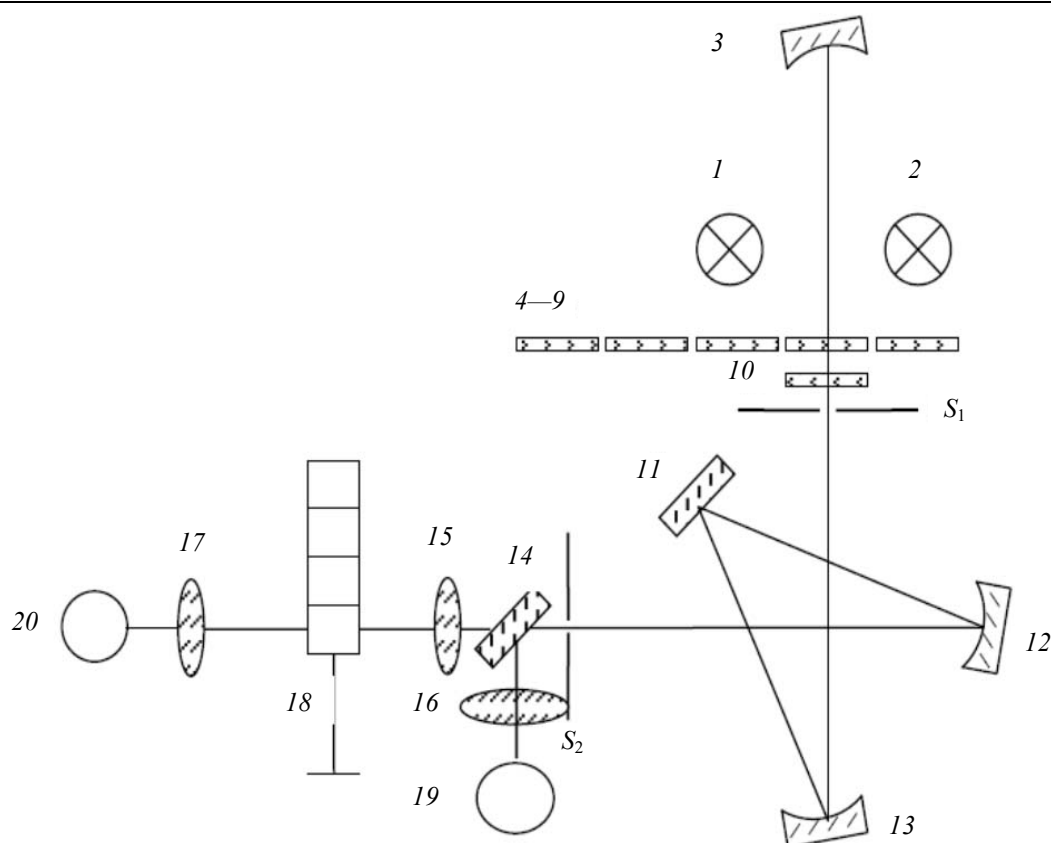


Рис. 2

Технические характеристики спектрофотометра приведены в таблице.

Характеристика	Описание
Оптическая схема	Двухлучевая
Источник излучения	Вольфрамовая галогенная и дейтериевая лампы
Детектор	Кремниевый фотодиод
Спектральный диапазон	190—1100 нм
Ширина щели	1 нм
Точность установки длины волны	$\pm 0,3$ нм
Фотометрический диапазон	-0,3...3,5 Abs
Уровень рассеянного излучения (220 нм NaI, 360 нм NaNO ₂)	$\leq 0,05$ %T
Фотометрическая точность	$\pm 0,002$ Abs (0...0,5 Abs), $\pm 0,004$ Abs (0,5...1 Abs), $\pm 0,3$ % T (0...100 % T)
Фотометрическая воспроизводимость	0,15 % T
Размеры	63×47×21 см
Вес	26 кг

Экспериментальные результаты. В процессе измерений получена информация о спектрах поглощения исследуемых твердофазных объектов, которые были изготовлены в виде таблеток. Размеры образцов следующие — диаметр 10 мм, толщина 1 мм; данные параметры позволяют правильно закрепить образцы в канале измерений. Канал измерений спектрофотометра представлен на рис. 3, где a — образец, b — рамка, закрепленная на направляющей.

В результате экспериментальных измерений были получены спектральные зависимости коэффициента поглощения (K) исследуемых материалов от длины волны излучения образцов

во всем измеряемом диапазоне: см. рис. 4, где *а* — „Omnichroma Flow“, *б* — „Omnichroma Blocker flow“, *в* — „Omnichroma Blocker“.

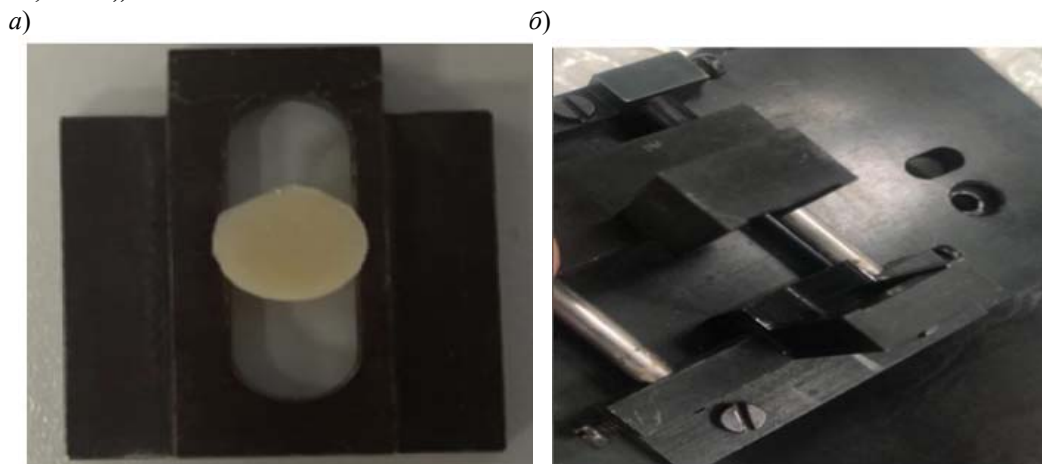


Рис. 3

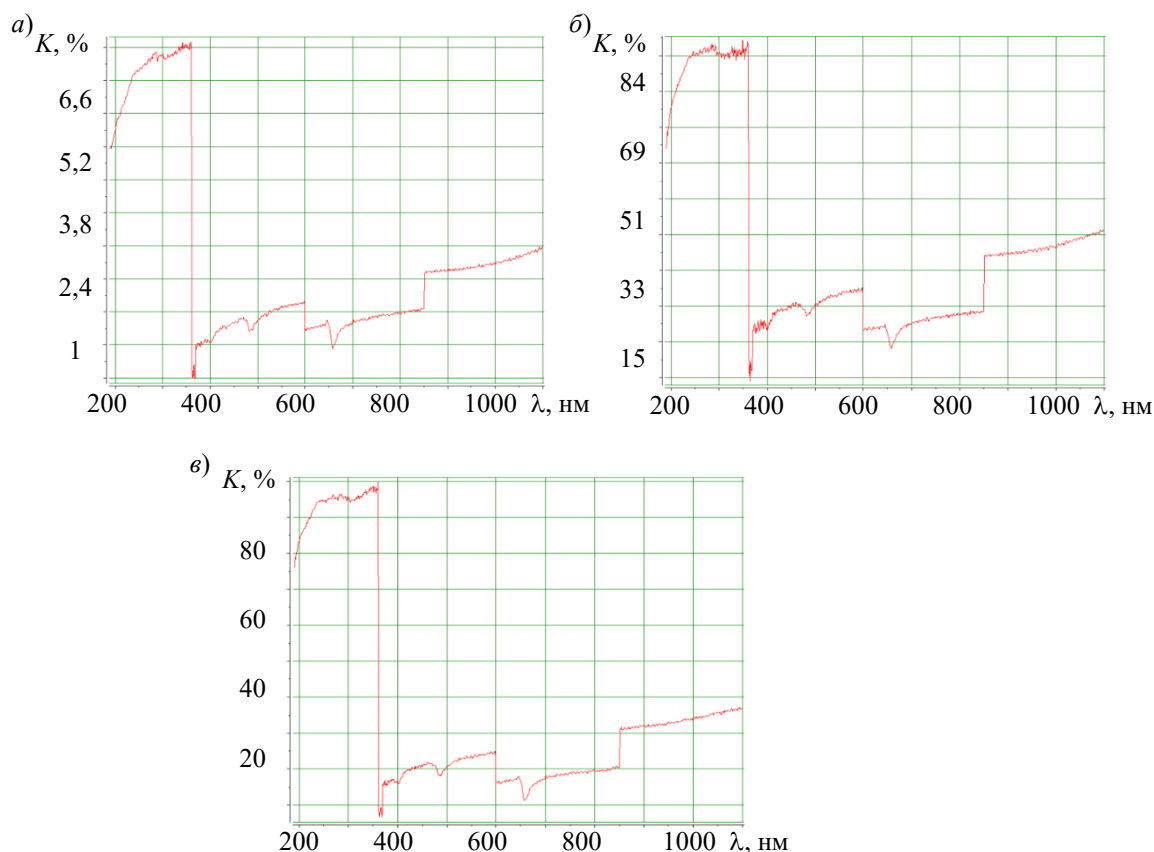


Рис. 4

Анализ графиков показывает, что распределение коэффициента поглощения носит сложный характер. Для всех материалов кривые по форме похожи, что подчеркивает их идентичный химический состав. Также для всех материалов максимум коэффициента поглощения находится в ультрафиолетовом диапазоне длин волн $\lambda = 190...300$ нм, а минимум — в диапазоне $\lambda = 360...370$ нм с видимой областью спектра ($\lambda = 380...700$ нм). Для каждого материала при $\lambda = 850$ нм прослеживается рост коэффициента поглощения.

„Omnichroma Flow“ (см. рис. 4, *а*) во всем измеряемом диапазоне длин волн имеет самый низкий коэффициент поглощения $K = 1...8$ %, что, по-видимому, связано с высокой прозрачностью образца. Изготовленный образец практически неразличим с образцом стекла К 8.

„Omnichroma Blocker“ (см. рис. 4, в) имеет самый высокий коэффициент поглощения в диапазоне $\lambda = 190...300$ нм, а „Omnichroma Blocker Flow“ (см. рис. 4, б) — в диапазоне $\lambda = 370...1100$ нм. Это связано с тем, что в составе блокеров имеются пигменты и красители, которые эффективно и надежно блокируют оптическое влияние темноты полости рта при восстановлении сквозных дефектов коронковой части передних зубов.

Заключение. Приведены результаты исследования стоматологических материалов „Omnichroma“. Установлено, что наибольшее значение коэффициента поглощения в диапазоне длин волн $\lambda = 190...300$ нм имеет композит „Omnichroma Bloker“. По форме спектральные зависимости исследуемых образцов повторяют друг друга — это означает, что исследуемые материалы хорошо сбалансированы, обладают выраженным хамелеон-эффектом по отношению к твердым тканям зубов. Снижение коэффициента поглощения в диапазоне $\lambda = 360...370$ нм подтверждает флюоресцентные свойства данных материалов, а значение коэффициента поглощения в длинноволновом спектре инфракрасного диапазона свидетельствует о термоизолирующей способности материалов.

Полученные результаты работы могут представлять интерес для медицины, в частности терапевтической стоматологии, а также для оптического приборостроения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Князева М. А. Виды стоматологических фотополимеризационных устройств и их сравнительная характеристика // Вестн. ВГМУ. 2011. Т. 10, № 4. С. 138—147.
2. Maiorov E. E., Prokopenko V. T., Ushveridze L. A. A System for the coherent processing of specklegrams for dental tissue surface examination // Biomedical Engineering. 2014. Vol. 47, N 6. P. 304—306. DOI: 10.1007/s10527-014-9397-2.
3. Maiorov E. E., Shalamay L. I., Dagaev A. V., Kirik D. I., Khokhlova M. V. An interferometric device for detecting subgingival caries // Biomedical Engineering. 2019. Vol. 53. P. 258—261. DOI: 10.1007/s10527-019-09921-0.
4. Кузьмина Д. А., Майоров Е. Е., Шаламай Л. И., Мендоса Е. Ю., Нарушак Н. С. Использование метода спектроскопии отражения для распознавания подлинности стоматологических реставрационных материалов // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 1. С. 63—70. DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-1-63-70.
5. Кузьмина Д. А., Мендоса Е. Ю., Майоров Е. Е., Нарушак Н. С., Сакерина А. И., Шаламай Л. И. Экспериментальные исследования оптических свойств твердых тканей передних зубов и современных синтетических пломбировочных материалов // Стоматология для всех. 2020. № 4. С. 58—62. DOI: 10.35556/idr-2020-4(93)58-62.
6. Майоров Е. Е., Шаламай Л. И., Кузьмина Д. А., Мендоса Е. Ю., Нарушак Н. С., Сакерина А. И. Спектральный анализ стоматологического реставрационного материала и зубной ткани пациентов разных возрастных групп in vitro // Изв. ТулГУ. Технические науки. 2020. № 8. С. 105—114.
7. Майоров Е. Е., Курлов В. В., Дагаев А. В., Таюрская И. С., Громов О. В., Гулиев Р. Б. Применение спектроколориметрической системы для исследований реставрационных стоматологических материалов // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2021. № 12. С. 6—10. DOI: 10.25791/pribor.12.2021.1307.
8. Майоров Е. Е., Шаламай Л. И., Мендоса Е. Ю., Лампусова В. Б., Оксас Н. С. Спектральные методы и средства исследований оптических свойств стоматологического материала на основе метилметакрилатных смол // Медицинская техника. 2021. № 6. С. 24—27.
9. Шаламай Л. И., Оксас Н. С., Лампусова В. Б., Мендоса Е. Ю., Майоров Е. Е. Экспериментальные исследования спектров оптического поглощения и пропускания стоматологического реставрационного материала разной толщины // Dental Forum. 2022. № 1. С. 22—26.
10. Шаламай Л. И., Майоров Е. Е., Мендоса Е. Ю., Лампусова В. Б., Оксас Н. С. Определение рабочей толщины слоя современного стоматологического блокера методом спектроскопии // Изв. вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 2. С. 112—117. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-2-112-117.

11. Шаламай Л. И., Мендоса Е. Ю., Майоров Е. Е., Лампусова В. Б., Оксас Н. С. Получение спектральных зависимостей коэффициента пропускания композитного материала, блокирующего влияние темноты полости рта при реставрации сквозных дефектов коронковой части передних зубов // *Стоматология для всех*. 2022. № 1(98). С. 52—57. DOI: 10.35556/idr2022-1(98)52-57.
12. Шаламай Л. И., Мендоса Е. Ю., Майоров Е. Е., Лампусова В. Б., Оксас Н. С. Применение метода молекулярной спектроскопии для количественного анализа твердофазных стоматологических образцов // *MEDICUS*. 2022. № 2 (44). С. 54—60.
13. Шаламай Л. И., Мендоса Е. Ю., Кузьмина Д. А., Майоров Е. Е. Исследование оптических свойств композитных материалов и твердых тканей зуба пациентов *in vitro* // *Dental Forum*. 2021. № 1. С. 3—6.
14. Кузьмина Д. А., Шаламай Л. И., Мендоса Е. Ю., Майоров Е. Е., Нарушак Н. С. Применение флуоресцентной спектроскопии для анализа пломбировочных материалов и твердых тканей зуба *in vitro* // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2021. Т. 64, № 7. С. 576—582. DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-7-576-582.
15. Черняк Т. А., Бородинский Ю. М., Петрова Е. А., Майоров Е. Е., Попова Е. В., Хохлова М. В. Применение автоматизированного оптико-механического устройства для томографического исследования десны под воздействием внешних агентов // *Научное приборостроение*. 2021. Т. 31, № 3. С. 16—24.

Сведения об авторах

- | | |
|-------------------------------------|--|
| Людмила Ивановна Шаламай | — канд. мед. наук, доцент; Первый Санкт-Петербургский государственный медицинский университет им. акад. И. П. Павлова, кафедра стоматологии терапевтической и пародонтологии;
E-mail: l.shalamay@mail.ru |
| Евгений Евгеньевич Майоров | — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра прикладной математики; E-mail: majorov_ee@mail.ru |
| Елена Юрьевна Мендоса | — Московский государственный медико-стоматологический университет им. А. И. Евдокимова, кафедра клинической стоматологии; ассистент; E-mail: mendosaMSUMD@gmail.com |
| Виктория Борисовна Лампусова | — канд. мед. наук, доцент; Первый Санкт-Петербургский государственный медицинский университет им. акад. И. П. Павлова, кафедра стоматологии терапевтической и пародонтологии;
E-mail: victoriala383@gmail.com |
| Наталья Сергеевна Оксас | — канд. мед. наук, доцент; Первый Санкт-Петербургский государственный медицинский университет им. акад. И. П. Павлова, кафедра стоматологии терапевтической и пародонтологии;
E-mail: gyvas@yandex.ru |

Поступила в редакцию 24.03.2022; одобрена после рецензирования 31.03.2023; принята к публикации 31.07.2023.

REFERENCES

1. Knyazeva M.A. *Vestnik Vitebskogo Gosudarstvennogo Meditsinskogo Universiteta*, 2011, no. 4(10), pp. 138—147. (in Russ.)
2. Maiorov E.E., Prokopenko V.T., Ushveridze L.A. *Biomedical Engineering*, 2014, no. 6(47), pp. 304—306, DOI: 10.1007/s10527-014-9397-2.
3. Maiorov E.E., Shalamay L.I., Dagaev A.V., Kirik D.I., Khokhlova M.V. *Biomedical Engineering*, 2019, vol. 53, pp. 258—261, DOI: 10.1007/s10527-019-09921-0.
4. Kuzmina D.A., Maiorov E.E., Shalamay L.I., Mendosa E.Yu., Narushak N.S. *Journal of Instrument Engineering*, 2021, no. 1(64), pp. 63—70, DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-1-63-70. (in Russ.)
5. Kuzmina D.A., Mendoza E.Yu., Maiorov E.E., Narushak N.S., Sakerina A.I., Shalamay L.I. *Dentistry for everyone*, 2020, no. 4, pp. 58—62, DOI.org/10.35556/idr-2020-4(93)58-62. (in Russ.)
6. Maiorov E.E., Shalamay L.I., Kuzmina D.A., Mendosa E.Yu., Narushak N.S., Sakerina A.I. *News of the Tula State University. Technical Sciences*, 2020, no. 8, pp. 105—114. (in Russ.)
7. Maiorov E.E., Kurlov V.V., Dagaev A.V., Tayurskaya I.S., Gromov O.V., Guliyev R.B. *Instruments and Systems: Monitoring, Control, and Diagnostics*, 2021, no. 12, pp. 6—10, DOI: 10.25791/pribor.12.2021.1307. (in Russ.)
8. Maiorov E.E., Shalamay L.I., Mendosa E.Yu., Lampusova V.B., Oksas N.S. *Biomedical Engineering*, 2021, no. 6, pp. 24—27 (in Russ.)
9. Shalamay L.I., Oksas N.S., Lampusova V.B., Mendosa E.Yu., Maiorov E.E. *Dental Forum*, 2022, no. 1, pp. 22—26. (in Russ.)
10. Shalamay L.I., Maiorov E.E., Mendosa E.Yu., Lampusova V.B., Oksas N.S. *Journal of Instrument Engineering*, 2022, no. 2(65), pp. 167—172, DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-2-167-172. (in Russ.)

11. Shalamay L. I., Mendosa E. Yu., Maiorov E. E., Lampusova V. B., Oksas N. S. *Dentistry for everyone*, 2022, no. 1(98), pp. 52–57, DOI: 10.35556/idr2022-1(98)52-57. (in Russ.)
12. Shalamay L.I., Mendosa E.Yu., Maiorov E.E., Lampusova V.B., Oksas N.S. *MEDICUS*, 2022, no. 2(44), pp. 54–60. (in Russ.)
13. Shalamay L.I., Mendoza E.Yu., Kuzmina D.A., Maiorov E.E. *Dental forum*, 2021, no. 1, pp. 3–6. (in Russ.)
14. Kuzmina D.A., Shalamay L.I., Mendosa E.Yu., Maiorov E.E., Narushak N.S. *Journal of Instrument Engineering*, 2021, no. 7(64), pp. 576–582, DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-7-576-582. (in Russ.)
15. Chernyak T.A., Borodyansky Y.M., Petrova E.A., Maiorov E.E., Popova E.V., Khokhlova M.V. *Nauchnoe Priborostroenie* (Scientific Instrumentation), 2021, no. 3(31), pp. 16–24. (in Russ.)

Data on authors

Ludmila I. Shalamay	—	PhD, Associate Professor; Pavlov University, Department of Therapeutic Dentistry and Periodontology; E-mail: l.shalamay@mail.ru
Evgeny E. Maiorov	—	PhD, Associate Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Applied Mathematics; E-mail: maiorov_ee@mail.ru
Elena Yu. Mendosa	—	A. I. Yevdokimov Moscow State University of Medicine and Dentistry, Department of Clinical Dentistry; Assistant; E-mail: mendosaMSUMD@gmail.com
Victoria B. Lampusova	—	PhD, Associate Professor; Pavlov University, Department of Therapeutic Dentistry and Periodontology; E-mail: victoriala383@gmail.com
Nataliya S. Oksas	—	PhD, Associate Professor; Pavlov University, Department of Therapeutic Dentistry and Periodontology; E-mail: gyvas@yandex.ru

Received 24.03.2022; approved after reviewing 31.03.2023; accepted for publication 31.07.2023.

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ
И РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ**
**DESIGN AND TECHNOLOGY OF INSTRUMENT ENGINEERING
AND RADIO-ELECTRONIC EQUIPMENT**

УДК 621.373.8
DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-789-797

**ФОРМИРОВАНИЕ ВЫСОКОАСПЕКТНЫХ КАНАЛОВ
СУБМИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАМЕТРА В ПОЛИМЕТИЛМЕТАКРИЛАТЕ
ИЗЛУЧЕНИЕМ СО- И СО₂-ЛАЗЕРОВ**

А. А. Ионин, М. В. Ионин*, Ю. М. Климачев,
А. Ю. Козлов, Д. В. Сеницын, О. А. Рулев

Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, Москва, Россия
*maximionin@gmail.com

Аннотация. Представлены результаты экспериментов по формированию в полиметилметакрилате каналов субмиллиметрового диаметра с большим аспектным отношением (~100) за счет подобранных параметров фокусировки лазерного луча и средней мощности СО-лазера с высокочастотной накачкой. Выполнен сравнительный анализ возможностей формирования каналов в полиметилметакрилате излучением СО- и СО₂-лазеров с высокочастотной накачкой. Субмиллиметровые каналы с высоким аспектным соотношением могут быть применены для создания микрофлюидных чипов.

Ключевые слова: СО-лазер, СО₂-лазер, ПММА, высокоаспектные каналы, средний ИК-диапазон

Ссылка для цитирования: Ионин А. А., Ионин М. В., Климачев Ю. М., Козлов А. Ю., Сеницын Д. В., Рулев О. А. Формирование высокоаспектных каналов субмиллиметрового диаметра в полиметилметакрилате излучением СО- и СО₂-лазеров // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 9. С. 789—797. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-789-797.

**FORMATION OF HIGH-ASPECT-RATIO CHANNELS
OF SUBMILLIMETER DIAMETER IN POLYMETHYL METHACRYLATE
BY CO AND CO₂ LASERS RADIATION**

A. A. Ionin, M. V. Ionin*, Yu. M. Klimachev, A. Yu. Kozlov, D. V. Sinitsyn, O. A. Rulev

P. N. Lebedev Physical Institute of the RAS, Moscow, Russia
*maximionin@gmail.com

Abstract. Results of experiments on the formation of submillimeter-diameter channels with a large aspect ratio (~100) in polymethyl methacrylate due to selected laser beam focusing parameters and the average power of a high-frequency pumped CO laser are presented. A comparative analysis of the possibilities of forming channels in polymethyl methacrylate using radiation from CO and CO₂ lasers with high-frequency pumping is performed. Submillimeter channels with high aspect ratio can be used to create microfluidic chips.

Keywords: CO laser, CO₂ laser, PMMA, high aspect ratio channels, mid-IR

For citation: Ionin A. A., Ionin M. V., Klimachev Yu. M., Kozlov A. Yu., Sinitsyn D. V., Rulev O. A. Formation of high-aspect-ratio channels of submillimeter diameter in polymethyl methacrylate by CO and CO₂ lasers radiation. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 9. P. 789—797 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-789-797.

Полиметилметакрилат (ПММА) представляет собой жесткий аморфный полимер $(C_5O_2H_8)_n$, относящийся к термопластам. Он обладает высокой прозрачностью в видимой части спектра, стойкостью к различным воздействиям окружающей среды, хорошими физико-механическими и электроизоляционными свойствами. При комнатной температуре ПММА находится в твердом состоянии, при нагревании свыше $130\text{ }^{\circ}\text{C}$ размягчается и переходит в вязко-текучее (пластичное) состояние, а при последующем охлаждении твердеет и возвращается в первоначальное состояние. ПММА обладает уникальной атмосферостойкостью среди прозрачных полимеров, а также устойчивостью к ультрафиолетовому излучению. Благодаря этим свойствам ПММА широко применяется в светотехнике, авиа- и машиностроении, микро- и наноэлектронике [1], а благодаря высокой биосовместимости [2] используется в медицине и медицинских исследованиях.

При механической обработке ПММА из-за увеличения вязкости материала при нагреве возникают трудности. Особенно это заметно при сверлении глубоких каналов малого диаметра, при формировании пропилов малой ширины или при формировании микроканалов. Каналы субмиллиметрового диаметра с высоким аспектным соотношением могут быть применены для создания микрофлюидных чипов [3] или, другими словами, микросистем типа „Lab-on-a-Chip“ [4]. Использование таких чипов позволяет проводить ПЦР тесты [3], что активно применяется в современных медицинских исследованиях. Приборы на основе микрофлюидных чипов для биохимического анализа обладают рядом преимуществ по сравнению с традиционными аналитическими системами. Прежде всего, это малый расход реагентов и пробы; высокая чувствительность определения компонентов; компактные размеры, низкое энергопотребление. Топология и конструкция микрочипа различна, но в простейшем случае микрофлюидные чипы представляют собой конструкцию из двух герметично соединенных пластин: на одной пластине формируются канавки для микроканалов, реакторы, клапаны, электроды и другие функциональные элементы, другая пластина — защитная [3]. Лазерное сверление каналов субмиллиметрового диаметра с высоким аспектным соотношением может существенно упростить метод создания микрофлюидных чипов [5].

Для выполнения таких операций можно использовать лазерное излучение ИК-, видимого или УФ-диапазонов [5—9]. При этом из-за высокой прозрачности материала в видимом и ближнем ИК-диапазонах обработка ПММА в этих диапазонах возможна только методом абляции высокоинтенсивными лазерными импульсами. Такой метод удаления материала из канала достаточно эффективен за счет использования ударной волны и потока плазмы [8]. Однако ограничивающим фактором в этом случае являются абляционные частицы, блокирующие каналы или оседающие на боковых стенках, а также сильное нелинейное взаимодействие лазерных импульсов с окружающим воздухом [9].

В среднем ИК-диапазоне ПММА имеет интенсивные полосы поглощения, а в спектральном диапазоне от 5,6 до 12 мкм практически непрозрачен уже при толщине образца $\sim 0,3$ мм (рис. 1, кривая 2). На рис. 1 представлена зависимость пропускания (T) ПММА от длины волны: 1 — испаренного материала ПММА в оптической ячейке длиной 17 см при давлении 0,01 атм, 2 — пластины ПММА толщиной 0,3 мм, 3 — пленки ПММА толщиной 0,015 мм; данные получены с помощью ИК-фурье-спектрометра АФ-3.

Интенсивное поглощение излучения позволяет обрабатывать материал без помощи абляции за счет испарения. С помощью излучения лазера на диоксиде углерода (CO_2 -лазера) с длиной волны 10,6 мкм для изготовления микроканалов на данный момент используются три известные стратегии: сфокусированная обработка, расфокусированная обработка и метод растрового сканирования [7]. Лазерное сверление каналов с высоким аспектным соотношением с помощью лазера на монооксиде углерода (CO -лазера), насколько известно, для изготовления микрофлюидных чипов пока не реализовано.

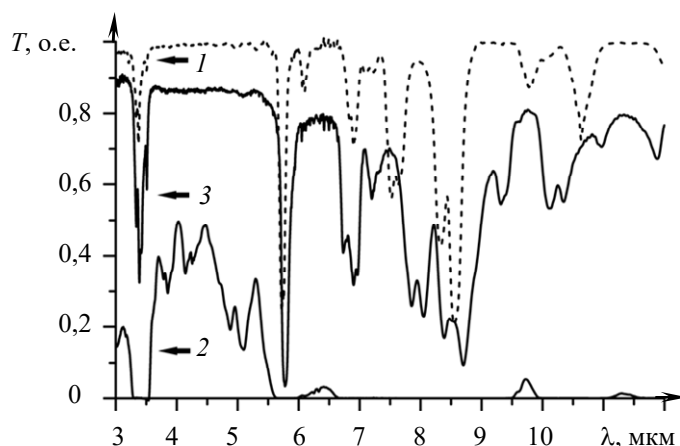


Рис. 1

Одним из эффективных лазерных источников в среднем ИК-диапазоне является СО-лазер, работающий на многочисленных фундаментальных колебательно-вращательных переходах молекулы СО в диапазоне длин волн 5—7 мкм. В настоящей статье представлены результаты исследования по формированию каналов субмиллиметрового диаметра в ПММА с аспектным соотношением выше 50 за счет варьирования параметров фокусировки и мощности лазера. Также представлены результаты экспериментов по исследованию особенностей сверления высокоаспектных каналов в ПММА излучением импульсно-периодических щелевых СО- и СО₂-лазеров с высокочастотной (ВЧ) накачкой.

Характеристики и режимы работы использованного импульсно-периодического щелевого СО-лазера с ВЧ-накачкой подробно описаны в [10]. Средняя мощность СО-лазера варьировалась в диапазоне от 5 до 30 Вт. Использовался гибридный волноводно-неустойчивый резонатор. В резонаторе такого типа конфигурация лазерного пучка на выходе является смесью низшей моды неустойчивого резонатора и мод щелевого (волноводного) резонатора [11]. Основная волноводная мода составляет ~60 % от мощности лазерной генерации, остальная мощность распределена между модами высшего порядка [12]. Частота следования импульсов (f) лазерного излучения составляет 400—1000 Гц, а длительность ~500 мкс. Характерная форма импульса показана на рис. 2, где P — мощность генерации излучения, $P_{ВЧ}$ — мощность ВЧ-разряда. Спектр излучения используемого СО-лазера находился в диапазоне длин волн 5—5,5 мкм с самой сильной линией 5,1 мкм и насчитывал ~25 линий.

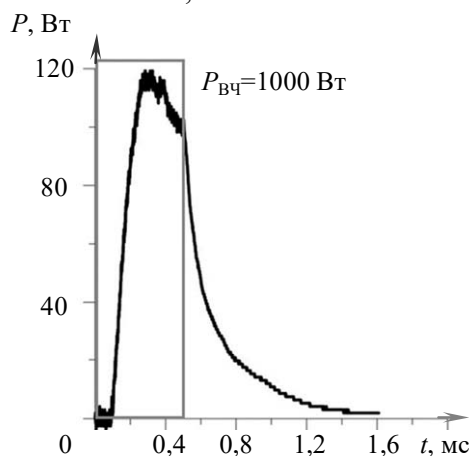


Рис. 2

Эксперименты по сверлению каналов в ПММА проводились путем фокусировки луча СО-лазера на поверхность образца (рис. 3). При этом изменялись следующие параметры: острота фокусировки (использовались линзы с фокусным расстоянием 300, 200 и 80 мм), смещение

образца относительно положения геометрического фокуса линзы и средняя мощность импульсно-периодического лазерного излучения.

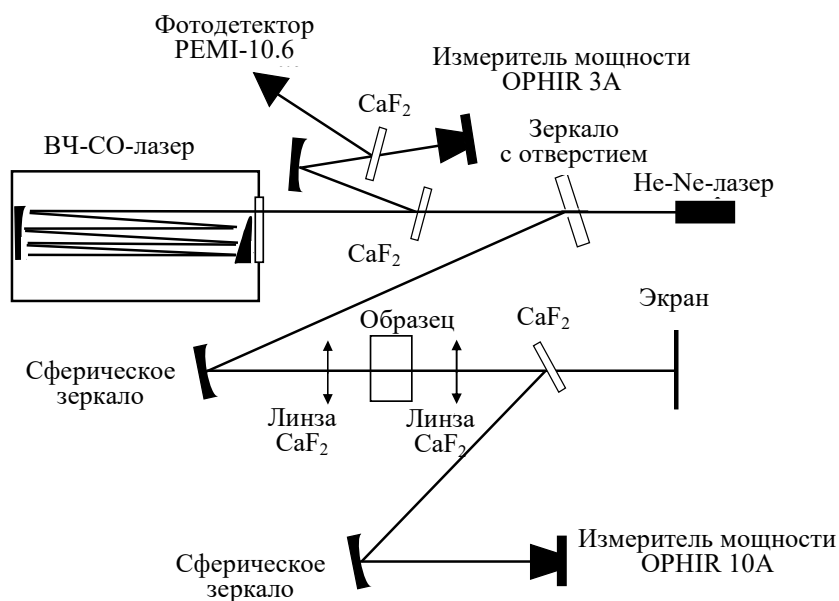


Рис. 3

Излучение из резонатора лазера посредством отражения от подложки из фторида кальция CaF_2 направляется на измеритель мощности OPHIR 3A (OPHIR® Photonics) и фотодетектор РЕМ-10.6 (Photoelectromagnetic Detector Optically Immersed, VIGO System SA) для измерения мощности и формы импульсов. Основная часть излучения (~95 %) отражается от юстировочного зеркала с отверстием и фокусируется сферическим зеркалом на линзу из CaF_2 , после чего попадает на образец. Далее, несфокусированное излучение с помощью еще одной подложки и сферического зеркала отводится на второй измеритель мощности OPHIR 10A (OPHIR® Photonics).

На рис. 4 показано распределение поля излучения (1 — вид сбоку, 2 — вид спереди), попадающего на фокусирующую линзу, полученное путем выжигания пластины ПММА. Диаметр пучка на входе в линзу ~5 мм.

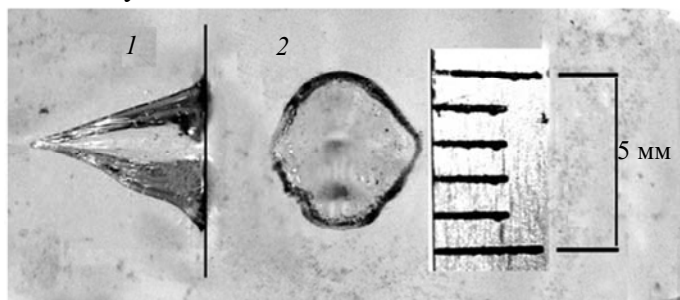


Рис. 4

В ходе экспериментов установлено, что при фокусировке лазерного луча на поверхность ПММА за счет деполимеризации материала и выброса в виде пара или дыма формировался своего рода волновод, по которому происходило дальнейшее распространение лазерного луча, что позволяло сверлить протяженные каналы с большим аспектным соотношением. Принудительное выдувание и откачка продуктов взаимодействия не осуществлялись. При этом пока продолжалась обработка лазерным излучением, вокруг формируемого канала визуально наблюдалась небольшая (диаметром до 7 мм) зона нагрева и размягчения материала, которая после прекращения лазерного воздействия застывала. На рис. 5 представлен образец ПММА толщиной 40 мм с каналом, просверленным лучом СО-лазера; средняя мощность лазера ~20 Вт, время воздействия 15 с; изображение на рис. 5, а получено при освещении линейно поляризованным светом, а на рис. 5, б — неполяризованным.

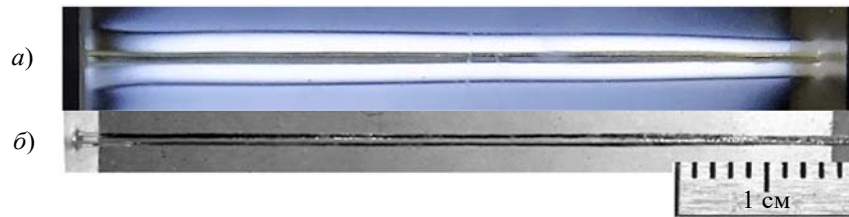


Рис. 5

При определенной подобранной фокусировке (фокусное расстояние линзы $F=200$ мм, расстояние до поверхности ПММА 215 мм) в ПММА формировался канал практически постоянного субмиллиметрового диаметра (среднее значение $D \sim 0,5$ мм) длиной до 40 мм (аспектное отношение ~ 100) с уменьшением диаметра к концу канала до 0,3 мм (см. рис. 5, б).

Время сверления канала в образце зависит, помимо фокусного расстояния линзы, от средней мощности СО-лазера. На рис. 6 представлена зависимость времени сверления канала в образце ПММА толщиной 40 мм (с момента включения лазера до момента выхода лазерного луча из образца) от средней мощности лазера $\langle P_{\text{л}} \rangle$ при использовании линзы с $F=200$ мм. Момент выхода лазерного луча из образца определялся визуально как момент прорыва канала, сопровождающегося резким испусканием паров ПММА с обратной стороны образца. Средняя мощность лазера в этих экспериментах варьировалась путем изменения параметров импульсов ВЧ-разряда накачки, таких как мощность и длительность импульса накачки. Частота импульсов при этом составляла 400 Гц.

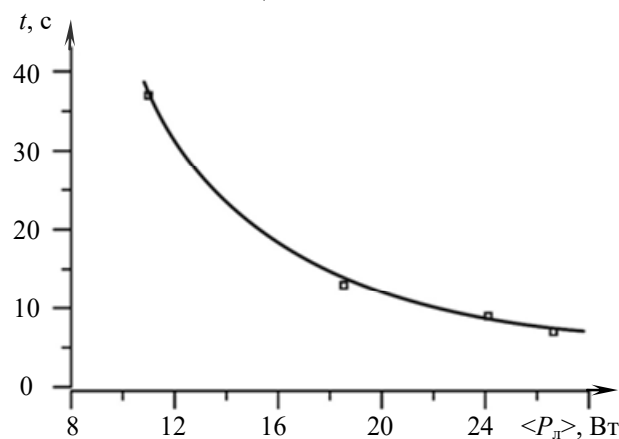


Рис. 6

На рис. 7 показана зависимость увеличения длины просверленного канала (L) в образце ПММА от времени действия излучения СО-лазера для двух значений $\langle P_{\text{л}} \rangle$ при различной частоте f и фокусном расстоянии линзы $F=200$ мм: здесь 1 — $\langle P_{\text{л}} \rangle = 11,4$ Вт, $f = 500$ Гц; 2 — $\langle P_{\text{л}} \rangle = 15,6$ Вт, $f = 1000$ Гц.

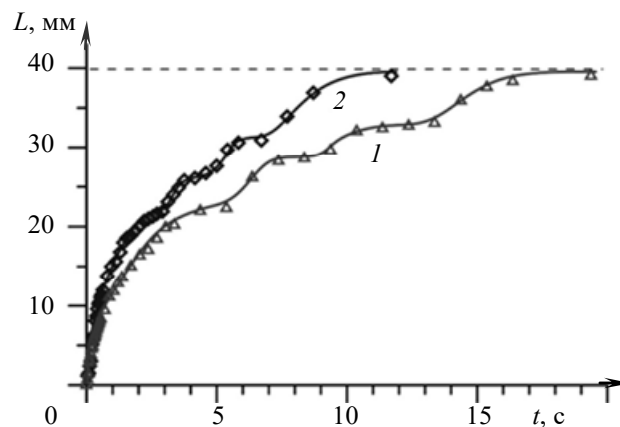


Рис. 7

Данные, приведенные на рис. 7, получены путем покадровой обработки видеозаписей процесса лазерного сверления, которые были сняты во время эксперимента. Цифровая видеокамера устанавливалась напротив образца, к которому крепилась шкала для измерения длины канала, и фиксировала весь процесс сверления. Средняя мощность лазера варьировалась путем изменения частоты f следования импульсов ВЧ-разряда и, следовательно, частоты генерации излучения СО-лазера при одинаковой длительности импульсов накачки. Неравномерную динамику сверления каналов можно объяснить тем, что в сформировавшемся канале испарившиеся частицы материала в течение достаточно длительного времени (1—3 с) экранируют излучение лазера, пока не покинут канал за счет диффузии. При повторе этих экспериментов в оптической ячейке при пониженном давлении (0,1 атм) установлено, что время сверления снижается на 30 %. Испаренный в оптической ячейке материал не поглощает на длинах волн СО-лазера (см. рис. 1, кривая 1), так как имеет низкое давление ($\sim 0,01$ атм), однако в самом канале, по-видимому, он имеет давление существенно большее. Кроме этого, частицы испаряемого материала внутри канала могут рассеивать лазерное излучение. Учитывая эти процессы, можно предположить, что процесс сверления имеет волнообразный характер из-за циклического накопления и испускания продуктов испарения ПММА вовне канала.

Аналогичные эксперименты по сверлению каналов в ПММА проводились с использованием импульсно-периодического щелевого ВЧ-разрядного СО₂-лазера, работающего на длине волны 10,6 мкм. Конструкция лазера описана в [13], но как конструкция именно СО-лазера с криогенным охлаждением. В ходе экспериментов указанная установка работала с охлаждением электродов проточной водой как СО₂-лазер на длине волны 10,6 мкм. Использовался ВЧ-генератор с несущей частотой 40 МГц мощностью до 1 кВт.

Длительность импульсов данного лазера составляет ~ 500 мкс, частота следования 500 Гц. Форма импульса (рис. 8) существенно отличается от формы импульсов СО-лазера. Появление генерации запаздывает примерно на 100 мкс от начала импульса ВЧ-накачки. В начале импульса наблюдается мощный пик до 70 Вт с длительностью по полувывсоте ~ 80 нс, после генерации мощность спадет практически до нуля. Затем идет генерация на уровне мощности ~ 30 Вт за счет межмолекулярного колебательно-колебательного обмена. Генерация практически заканчивается после окончания импульса ВЧ-накачки. Модовый состав СО₂-лазера был аналогичен модовому составу СО-лазера.

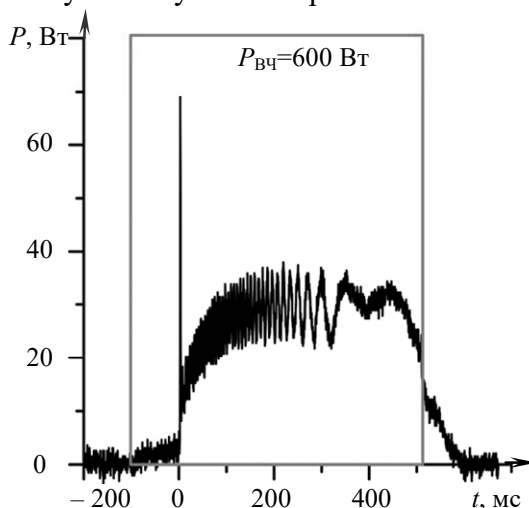


Рис. 8

Однако сформировать каналы такой же длины и с таким же аспектным соотношением, как в предыдущих экспериментах, при средней мощности СО₂-лазера, сравнимой с мощностью СО-лазера, не удалось. Кроме того, диаметр получаемых каналов почти всегда был неравномерным по длине просверливаемого канала: см. рис. 9, где a — канал, просверленный

СО-лазером, $\langle P_{\text{л}} \rangle = 11$ Вт, $F = 200$ мм; б, в, г — каналы, просверленные СО₂-лазером, $\langle P_{\text{л}} \rangle = 11,5$ Вт, при F , равном 180, 100 и 50 мм соответственно.



Рис. 9

Неспособность СО₂-лазера формировать волноводные каналы в ПММА может быть связана с тем, что испаряемый материал имеет полосу поглощения с максимумом вблизи 10,6 мкм (см. рис. 1, кривая 1), т.е. образующиеся в канале пары ПММА сильно поглощают лазерное излучение. Кроме этого, образованию глубоких каналов препятствует тот факт, что стенки сформированного канала сильнее поглощают излучение СО₂-лазера, чем излучение СО-лазера.

На рис. 10 приведены результаты сравнения коэффициентов (K) пропускания излучения СО- и СО₂-лазеров в волноводном канале ПММА. Для измерения пропускания были использованы пластины разной толщины — 5, 10, 20, 22 и 40 мм. Излучение лазеров проходило через уже готовые каналы, при этом измерялись потери мощности, возникающие из-за поглощения излучения стенками канала. Излучение СО₂-лазера средней мощностью до 6 Вт прошло через пластинку толщиной 22 мм. При установке пластинки толщиной 25 мм излучение на выходе не было зарегистрировано. В то же время излучение СО-лазера средней мощностью до 12 Вт прошло через пластинку толщиной 40 мм. Уровень пропускания 0,2 для СО₂-лазера достигается при $L = 10$ мм, а для СО-лазера — при $L = 40$ мм, т.е. в 4 раза больше. Данный факт связан с тем, что коэффициент поглощения ПММА на длине волны СО₂-лазера ($\lambda = 10,6$ мкм) в десять раз выше, чем на длинах волн СО-лазера ($\lambda = 5,0 \dots 5,5$ мкм).

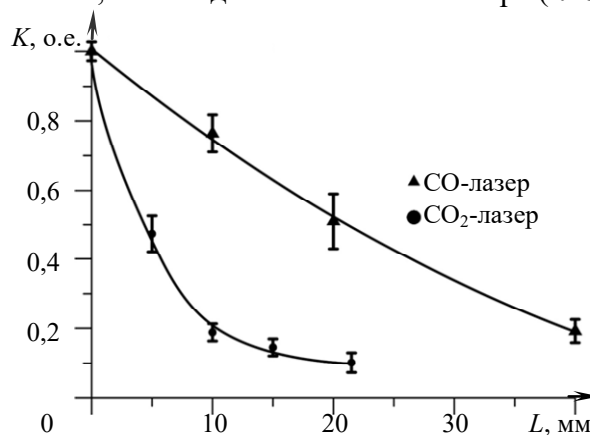


Рис. 10

Таким образом использование излучения СО-лазера (длина волны $\sim 5,0 \dots 5,5$ мкм) для сверления ПММА позволяет сформировать каналы с большим аспектным отношением (~ 100) за счет выбора параметров фокусировки лазерного луча и средней мощности лазера. Для создания каналов с более высоким аспектным соотношением и постоянным диаметром по всей длине целесообразно, по-видимому, выбрать специальный режим работы СО-лазера — увеличение мощности лазера со временем, по мере углубления лазерного луча в образец. Такой режим, возможно, позволит компенсировать потери излучения в волноводе ПММА.

При использовании CO₂-лазера в тех же условиях получить аналогичные результаты оказалось невозможным из-за существенного различия степени поглощения излучения СО- и СО₂-лазеров как самим ПММА, так и продуктами его испарения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисовская Е. М., Карманова О. В., Щербакова М. С., Калмыков В. В. Исследование физико-механических и оптических свойств ПММА при введении вторичного полимера // Вестн. ВГУИТ. 2017. Т. 79, № 1. С. 264—270. DOI: 10.20914/2310-1202-2017-1-264-270.
2. Борзенко С. А., Малюгин Б. Э., Измайлова С. Б. и др. Изучение биосовместимости полимерных материалов (полиметилметакрилат и бисфенол-А-диглицидилметакрилат) на модели культуры клеток стромы роговицы // Офтальмохирургия. 2016. № 4. С. 16—19. DOI: 10.25276/0235-4160-2016-4-16-19.
3. Евстратов А. А. Микрофлюидные чипы для биологических и медицинских исследований // Рос. хим. журн. 2011. Т. LV, № 2. С. 99—110D.
4. Mark D., Haerberle S., Roth G., von Stetten F., Zengerle R. Microfluidic Lab-on-a-Chip Platforms: Requirements, Characteristics and Applications // Chemical Society Reviews. 2010. Vol. 39(3). P.1153—82. DOI: 10.1039/b820557b.
5. Klank H., Kutter J. P., Geschke O. CO₂-laser micromachining and back-end processing for rapid production of PMMA-based microfluidic systems // Lab on a Chip. 2002. Vol. 2. P. 242. DOI: 10.1039/b206409j.
6. Löhr C., La Fé-Perdomo I., Ramos-Grez J. A., Calvo J. Kerf profile analysis and neural network-based modeling of increasing thickness PMMA sheets cut by CO₂ laser // Optics & Laser Technology. 2021. Vol. 144. P. 107386. DOI: 10.1016/j.optlastec.2021.107386.
7. Prakash S., Kumar S. Determining the suitable CO₂ laser based technique for microchannel fabrication on PMMA // Optics & Laser Technology. 2021. Vol. 139. P. 107017.
8. Токарев В. Н. Механизм лазерного сверления сверхвысокоаспектных отверстий в полимерах // Квантовая электроника. 2006. Т. 36 (7). С. 624—637.
9. Bo Xia, Lan Jiang, Xiaowei Li, Xueliang Yan, Weiwei Zhao, Yongfeng Lu. High aspect ratio, high-quality microholes in PMMA: a comparison between femtosecond laser drilling in air and in vacuum // Appl. Phys. A. 2014. N 119(1). P. 61—68. DOI: 10.1007/s00339-014-8955-5.
10. Ionin A. A., Klimachev Yu. M., Kotkov A. A. et al. Multifunctional compact dual band repetitively pulsed slab RF discharge CO laser with average output power up to 40 W // Infrared Physics & Technology. 2022. N 120. P. 103921. DOI: 10.1016/j.infrared.2021.103921.
11. Минеев А. П., Нефедов С. М., Пашинин П. П. Высокочастотный планарный CO₂-лазер с полностью металлической электродно-волноводной структурой и неустойчивым резонатором // Квантовая электроника. 2006. Т. 36, № 7. С. 656—663.
12. Dutov A. I., Kuleshov A. A., Novoselov N. A., Semenov V. E., Sokolov A. A. RF-excited slab CO₂ laser with intracavity mode selection // Proc. SPIE 5120, XIV Intern. Symp. on Gas Flow, Chemical Lasers, and High-Power Lasers. 2003. P. 84—86. DOI: 10.1117/12.515476.
13. Ионин А. А., Козлов А. Ю., Селезнев Л. В., Сеницын Д. В. Компактный криогенный щелевой СО-лазер с накачкой емкостным ВЧ-разрядом. М., 2008. (Препринт/ФИАН № 1).

Сведения об авторах

- | | |
|----------------------------------|---|
| Андрей Алексеевич Ионин | — д-р физ.-мат. наук, профессор; Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, лаборатория газовых лазеров; руководитель отделения;
E-mail: ioninaa@lebedev.ru |
| Максим Владимирович Ионин | — Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, лаборатория газовых лазеров; мл. научный сотрудник; E-mail: maximionin@gmail.com |
| Юрий Михайлович Климачев | — канд. физ.-мат. наук, доцент; Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, лаборатория газовых лазеров; ст. научный сотрудник;
E-mail: klimachevym@lebedev.ru |
| Андрей Юрьевич Козлов | — канд. физ.-мат. наук; Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, лаборатория газовых лазеров; ст. научный сотрудник;
E-mail: kozlovay@lebedev.ru |

- Дмитрий Васильевич Сеницын** — канд. физ.-мат. наук, доцент; Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, лаборатория газовых лазеров; вед. научный сотрудник; E-mail: dvsmailru@mail.ru
- Олег Алексеевич Рулев** — Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, лаборатория газовых лазеров; мл. научный сотрудник; E-mail: rulevoa@lebedev.ru

Поступила в редакцию 26.04.2023; одобрена после рецензирования 23.06.2023; принята к публикации 31.07.2023.

REFERENCES

1. Borisovskaya E.M., Karmanova O.V., Shcherbakova M.S., Kalmikov V.V. *Proceedings of the Voronezh State University of Engineering Technologies*, 2017, no. 1(79), pp. 264–270. (in Russ.)
2. Borzenok S.A., Malyugin B.E., Izmaylova S.B. et al. *Fyodorov journal of ophthalmic*, 2016, no. 4, pp. 16–19. (in Russ.)
3. Evstrapov A.A. *Russian Journal of General Chemistry*, 2011, no. 2(LV), pp. 99–110. (in Russ.)
4. Mark D., Haeblerle S., Roth G., von Stetten F., Zengerle R. *Chemical Society Reviews*, 2010, no. 3(39), pp. 1153–1182.
5. Klank H., Kutter J.P., Geschke O. *Lab Chip*, 2002, vol. 2, pp. 242.
6. Löhr C., La Fé-Perdomo I., Ramos-Grez J.A., Calvo J. *Optics & Laser Technology*, 2021, vol. 144, pp. 107386.
7. Prakash S., Kumar S. *Optics & Laser Technology*, 2021, vol. 139, pp. 107017.
8. Tokarev V.N. *Quantum Electronics*, 2006, no. 7(36), pp. 624–637. <https://doi.org/10.1070/QE2006v036n07ABEH013181>.
9. Bo Xia, Lan Jiang, Xiaowei Li, Xueliang Yan, Weiwei Zhao, Yongfeng Lu. *Appl. Phys. A*, 2014, no. 1(119), pp. 61–68.
10. Ionin A.A., Klimachev Yu.M., Kotkov A.A. et al. *Infrared Physics & Technology*, 2022, vol. 120, pp. 103921.
11. Mineev A.P., Nefedov S.M., Pashinin P.P. *Quantum Electronics*, 2006, no. 7(36), pp. 656–663. <https://doi.org/10.1070/QE2006v036n07ABEH013201>.
12. Dutov A.I., Kuleshov A.A., Novoselov N.A., Semenov V.E., Sokolov A.A. *Proc. SPIE, XIV International Symposium on Gas Flow, Chemical Lasers, and High-Power Lasers*, 2003, vol. 5120, pp. 84–86, DOI: 10.1117/12.515476.
13. Ionin A.A., Kozlov A.Yu., Seleznev L.V., Sinitsyn D.V. *Kompaktnyy kriogenny shchelevoy SO-lazer s nakachkoy yemkostnym VCH-razryadom* (Compact Cryogenic Slab CO Laser Pumped by a Capacitive RF Discharge), Preprint FIAN, 2008, no. 1. (in Russ.)

Data on authors

- Andrey A. Ionin** — Dr. Sci., Professor; P. N. Lebedev Physical Institute of the RAS, Gas Lasers Lab; Director of Department; E-mail: ioninaa@lebedev.ru
- Maxim V. Ionin** — P. N. Lebedev Physical Institute of the RAS, Gas Lasers Lab; Junior Researcher; E-mail: maximionin@gmail.com
- Yuriy M. Klimachev** — PhD, Associate Professor; P. N. Lebedev Physical Institute of the RAS, Gas Lasers Lab; Senior Researcher; E-mail: klimachevym@lebedev.ru
- Andrey Yu. Kozlov** — PhD; P. N. Lebedev Physical Institute of the RAS, Gas Lasers Lab; Senior Researcher; E-mail: kozlovay@lebedev.ru
- Dmitry V. Sinitsyn** — PhD, Associate Professor; P. N. Lebedev Physical Institute of the RAS, Gas Lasers Lab; Leading Researcher; E-mail: dvsmailru@mail.ru
- Oleg A. Rulev** — P. N. Lebedev Physical Institute of the RAS, Gas Lasers Lab; Junior Researcher; E-mail: rulevoa@lebedev.ru

Received 26.04.2023; approved after reviewing 23.06.2023; accepted for publication 31.07.2023.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

BRIEF NOTES

УДК 621.376

DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-798-802

КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ ГАУССОВА ШУМА

В. И. Ан

*Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия,
via.an@mail.ru*

Аннотация. Предложено геометрическое представление случайного процесса. Введены новые векторы производной огибающей и скорости вращения вектора огибающей в графической интерпретации случайного процесса. Выражения для производной огибающей и угловой скорости имеют сходные структуры и являются ортогональными проекциями одного и того же вектора. Логарифмическая производная огибающей и производная фазы случайного процесса также имеют сходные структуры, близкие и даже совпадающие вероятностные характеристики. Для узкополосного гауссовского случайного процесса установлена простая связь их корреляционных функций.

Ключевые слова: геометрическое представление случайного процесса, гауссовский случайный процесс, производная фазы, логарифмическая производная огибающей, случайная частота, корреляционная функция

Ссылка для цитирования: Ан В. И. Корреляционная функция логарифмической производной огибающей гауссова шума // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 9. С. 798—802. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-798-802.

CORRELATION FUNCTION OF THE LOGARITHMIC DERIVATIVE OF THE GAUSSIAN NOISE ENVELOPE

V. I. An

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
via.an@mail.ru*

Abstract. A geometric representation of a random process is proposed. New vectors of the derivative of the envelope and the speed of rotation of the envelope vector are introduced in the graphical interpretation of the random process. Expressions for the envelope derivative and angular velocity have similar structures and are orthogonal projections of the same vector. The logarithmic derivative of the envelope and the derivative of the phase of a random process also have similar structures, close and even coinciding probabilistic characteristics. For a narrow-band Gaussian random process, a simple connection between their correlation functions is established.

Keywords: geometric representation of random process, Gaussian random process, derivative of phase, logarithmic derivative of envelope, random frequency, correlation function

For citation: An V. I. Correlation function of the logarithmic derivative of the Gaussian noise envelope. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 9. P. 798—802 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-9-798-802.

Представим $\xi(t)$ — узкополосный гауссовский процесс с симметричным спектром в виде [1]

$$\xi(t) = A(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)], \quad (1)$$

где $A(t)$ — амплитуда, $\varphi(t)$ — фаза, ω_0 — центральная частота спектра.

Известно [2], что одномерные плотности вероятности производной фазы $\varphi'(t)$ и логарифмической производной огибающей $\lambda(t) = [\ln A(t)]' = A'(t)/A(t)$ совпадают. Более того, $\varphi'(t)$ и $\lambda(t)$ имеют сходные структуры и образованы одними и теми же функциями — квадратными составляющими $A_c(t)$, $A_s(t)$ процесса $\xi(t)$ и их производными $A_c'(t)$, $A_s'(t)$:

$$\varphi'(t) = \frac{A_c(t)A_s'(t) - A_c'(t)A_s(t)}{A_c^2(t) + A_s^2(t)}, \quad \lambda(t) = \frac{A_c(t)A_c'(t) + A_s(t)A_s'(t)}{A_c^2(t) + A_s^2(t)}. \quad (2)$$

Так как $\lambda(t) = A'(t)/A(t)$, то и $\varphi'(t)$ может быть представлена в виде

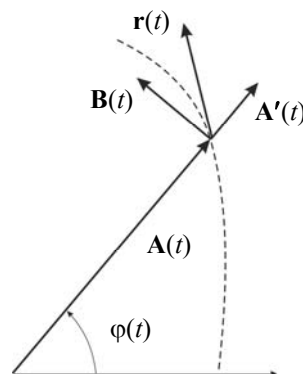
$$\varphi'(t) = B(t)/A(t), \quad (3)$$

$$B(t) = \frac{A_c(t)A_s'(t) - A_c'(t)A_s(t)}{\sqrt{A_c^2(t) + A_s^2(t)}} = A_s'(t) \cos \varphi(t) - A_c'(t) \sin \varphi(t). \quad (4)$$

С другой стороны, производная огибающей равна

$$A'(t) = \frac{A_c(t)A_c'(t) + A_s(t)A_s'(t)}{\sqrt{A_c^2(t) + A_s^2(t)}} = A_c'(t) \cos \varphi(t) + A_s'(t) \sin \varphi(t). \quad (5)$$

Следовательно, $B(t)$ и $A'(t)$ являются ортогональными проекциями вектора $\mathbf{r}(t)$, направленного по касательной к траектории вектора $\mathbf{A}(t)$, в системе координат, повернутой на угол $\varphi(t)$ относительно основной системы координат, ось абсцисс которой горизонтальна (см. рисунок). Проекции $A_c'(t)$ и $A_s'(t)$ вектора $\mathbf{r}(t)$ в основной системе координат не показаны; на рисунке $\mathbf{B}(t)$ — скорость вращения вектора $\mathbf{A}(t)$, перпендикулярная этому вектору.



Введение $\mathbf{B}(t)$ как проекции вектора $\mathbf{r}(t)$ в дополнение к $\mathbf{A}'(t)$ естественно. Отсюда следует, что представление $\varphi'(t)$ должно быть таким как у логарифмической производной огибающей $\lambda(t)$, т.е. обратно пропорционально огибающей, а не квадрату огибающей, как утверждается, например, в [3]. Вероятностные характеристики производной фазы связаны с процессом, обратно пропорциональным огибающей. Представление (3) объясняет известные факты, в том числе искажения $\varphi'(t)$, возникающие при ограничении огибающей [4], связь больших значений $\varphi'(t)$ с замираниями огибающей [5], бесконечность дисперсии $\varphi'(t)$ [6]. Изменения вектора $\mathbf{r}(t)$ и его проекций $\mathbf{B}(t)$ и $\mathbf{A}'(t)$ обусловлены изменениями огибающей и фазы. Поэтому производная логарифма огибающей $\lambda(t)$, как и производная фазы $\varphi'(t)$,

характеризует изменения огибающей и фазы. Для $\lambda(t)$, определенной в (2), выполняются такие свойства частоты, как независимость от выбора единицы измерения процесса $\xi(t)$ и обратно пропорциональная зависимость от изменения масштаба времени t . Возможное использование $\lambda(t)$ в качестве случайной частоты рассмотрено в [6]. При этом для измерения частоты используется только огибающая, тогда как для измерения $\varphi'(t)$ требуются квадратурные составляющие $\xi(t)$.

Для вычисления $B_\lambda(\tau)$ — корреляционной функции логарифмической производной огибающей — применен тот же метод, каким в [1] получена корреляционная функция производной фазы $\varphi'(t)$ — без использования двумерной плотности вероятности $\varphi'(t)$, имеющей очень сложную форму [7].

Используя m_1 как символ математического ожидания, запишем

$$B_\lambda(\tau) = m_1 \left\{ \frac{A_c(t)A_c'(t) + A_s(t)A_s'(t)}{A_c^2(t) + A_s^2(t)}, \frac{A_c(t+\tau)A_c'(t+\tau) + A_s(t+\tau)A_s'(t+\tau)}{A_c^2(t+\tau) + A_s^2(t+\tau)} \right\}. \quad (6)$$

Для определения $B_\lambda(t)$ необходимо знать нормальную плотность вероятности случайных величин $A_c(t)$, $A_c(t+\tau)$, $A_c'(t)$, $A_c'(t+\tau)$, $A_s(t)$, $A_s(t+\tau)$, $A_s'(t)$, $A_s'(t+\tau)$. В силу симметрии энергетического спектра $F(\omega)$ процесса $\xi(t)$ составляющие $A_c(t)$ и $A_s(t)$ независимы, их корреляционные функции одинаковы и равны $\sigma^2\rho(\tau)$, где σ^2 — дисперсия, $\rho(\tau)$ — коэффициент корреляции $\xi(t)$. Поэтому указанная нормальная плотность вероятности восьмого порядка равна произведению двух нормальных плотностей вероятности четвертого порядка [1, (8.127) и (8.128)], причем для каждой из них используется интегральное представление через соответствующую четырехмерную характеристическую функцию. Используя последние, представим (6) в следующем виде:

$$B_\lambda(\tau) = \frac{1}{(2\pi)^8} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x_1 \bar{x}_1 + y_1 \bar{y}_1}{x_1^2 + y_1^2} \frac{x_2 \bar{x}_2 + y_2 \bar{y}_2}{x_2^2 + y_2^2} \exp \left[-\frac{\sigma^2}{2} \sum_{n=1}^4 \sum_{k=1}^4 r_{nk} (v_n v_k + u_n u_k) - \right. \\ \left. -i \left(x_1 v_1 + \bar{x}_1 v_2 + x_2 v_3 + \bar{x}_2 v_4 + y_1 u_1 + \bar{y}_1 u_2 + y_2 u_3 + \bar{y}_2 u_4 \right) \right] \times \\ \times dx_1 d\bar{x}_1 dy_1 d\bar{y}_1 dx_2 d\bar{x}_2 dy_2 d\bar{y}_2 dv_1 dv_2 dv_3 dv_4 du_1 du_2 du_3 du_4, \quad (7)$$

где r_{nk} — элементы корреляционной матрицы [1, (4.179)].

Структура (7) такая же, как в выражении [1, (8.129)] для корреляционной функции производной фазы $\varphi'(t)$, поэтому $B_\lambda(\tau)$ находится тем же путем: вычисляются четыре однотипных интеграла, содержащие интегральные представления дельта-функции и ее производной [1, 8], и после упрощений благодаря фильтрующим свойствам дельта-функции и ее производной получаем

$$B_\lambda(\tau) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \frac{-\sigma^4 \rho'^2 (v_1 v_3 + u_1 u_3)^2 + \sigma^2 \rho'' (v_1 v_3 + u_1 u_3)}{(v_1^2 + u_1^2)(v_3^2 + u_3^2)} \times \\ \times \exp \left[-\frac{\sigma^2}{2} (v_1^2 + v_3^2 + u_1^2 + u_3^2 + 2\rho v_1 v_3 + 2\rho u_1 u_3) \right] dv_1 dv_3 du_1 du_3. \quad (8)$$

Интеграл (8) можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$B_\lambda(\tau) = B_{\varphi'}(\tau) + B_1(\tau), \quad (9)$$

где первое слагаемое в правой части (9) совпадает с известной корреляционной функцией производной фазы $\phi'(t)$ [1, (8.135) и (8.137)], а второе слагаемое — следующее:

$$B_1(\tau) = -\frac{\sigma^4 \rho'^2}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{\sigma^2}{2} (v_1^2 + v_3^2 + u_1^2 + u_3^2 + 2\rho v_1 v_3 + 2\rho u_1 u_3) \right] \times \\ \times dv_1 dv_3 du_1 du_3 = -\rho'^2 \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{2n} = \frac{\rho'^2}{\rho^2 - 1}.$$

Итак, корреляционная функция $\lambda(t)$ равна

$$B_{\lambda}(\tau) = -\frac{\rho'^2 - \rho''\rho}{2\rho^2} \ln(1 - \rho^2) - \frac{\rho'^2}{1 - \rho^2}.$$

Аналогичный результат для $B_{\lambda}(\tau)$ можно получить из $B_L(\tau)$ — корреляционной функции логарифма огибающей $\xi(t)$ [1, (8.58)], т.е.

$$B_{\lambda}(\tau) = -B_L''(\tau).$$

Предложенное геометрическое представление случайного процесса с введением вектора скорости вращения вектора, описывающего случайный процесс, открывает возможности для развития геометрических методов исследования. Введение нового параметра случайного процесса — логарифмической производной огибающей, имеющей сходные структуру и вероятностные характеристики с производной фазы (случайной частотой), позволяет получить менее сложным путем известные результаты, связанные с производной фазы, а также новые. Простая связь корреляционной функции логарифмической производной огибающей с корреляционной функцией производной фазы гауссовского случайного процесса является связью огибающей и фазы процесса через их производные. Полученные результаты могут быть применимы к негауссовским случайным процессам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Сов. радио, 1974. 552 с.
2. Ан В. И. Распределение производной фазы суммы сигнала и гауссовского шума // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2009. Т. 52, № 10. С. 67—71.
3. Соболев В. С., Кащеева Г. А. Дисперсия и спектральная плотность произведения мгновенной частоты и амплитуды многочастичного доплеровского сигнала // Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30, № 9. С. 1845—1847.
4. Жодзишский А. И., Кий А. А. Об учете статистической зависимости между огибающей, фазой и частотой случайного процесса // Радиотехника и электроника. 1968. Т. 13, № 8. С. 1512—1513.
5. Жуков В. П., Иванова Н. Н. Скачки фазы суммы гармонического сигнала и гауссова шума и их связь с замираниями огибающей // Радиотехника и электроника. 1969. Т. 14, № 11. С. 2044—2046.
6. Ан В. И. Способ определения частоты узкополосного случайного процесса // Вестн. МГТУ им. Н. Э. Баумана. Серия. „Естественные науки“. 2004. Т. 13, № 2. С. 3—10.
7. Грознецкий Б. Н., Штейнберг А. Л. Двумерная плотность вероятности производной фазы узкополосного стационарного нормального шума // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33, № 10. С. 2205—2208.
8. Шилов Г. Е. Математический анализ. Второй специальный курс. М.: Наука, 1965. 328 с.

Сведения об авторе

Вячеслав Ильич Ан

— канд. техн. наук; Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, кафедра радиоэлектронных систем и устройств; докторант; E-mail: via.an@mail.ru

Поступила в редакцию 15.05.2023; одобрена после рецензирования 16.06.2023; принята к публикации 31.07.2023.

REFERENCES

1. Levin B.R. *Teoreticheskiye osnovy statisticheskoy radiotekhniki* (Theoretical Foundations of Statistical Radio Engineering), Book 1, Moscow, 1974, 552 p. (in Russ.)
2. An V.I. *Radioelectronics and Communications Systems*, 2009, no. 10(52), pp. 561–564.
3. Sobolev V.S., Kashcheeva G.A. *Soviet Journal of Communications Technology and Electronics*, 1985, no. 9(30), pp. 1845–1847. (in Russ.)
4. Zhodzishsky A.I., Kiy A.A. *Radio Engineering and Electronic Physics*, 1968, no. 8(13), pp. 1512–1513. (in Russ.)
5. Zhukov V.P., Ivanova N.N. *Radio Engineering and Electronic Physics*, 1969, no. 11(14), pp. 2044–2046. (in Russ.)
6. An V.I. *Bulletin of MSTU im. N.E. Bauman. Series "Natural Sciences"*, 2004, no. 2(13), pp. 3–10. (in Russ.)
7. Groznetsky B.N., Shteinberg A.L. *Soviet Journal of Communications Technology and Electronics*, 1988, no. 10(33), pp. 2205–2208. (in Russ.)
8. Shilov G.E. *Matematicheskiy analiz. Vtoroy spetsial'nyy kurs* (Mathematical Analysis. Second Special Course), Moscow, 1965, 328 p. (in Russ.)

Data on author

Vyacheslav I. An — PhD; Bauman Moscow State Technical University, Department of Radio Electronic Systems and Devices; Doctoral Student; E-mail: via.an@mail.ru

Received 15.05.2023; approved after reviewing 16.06.2023; accepted for publication 31.07.2023.