УДК 681.787
DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-4-313-319

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫХОДНОГО СИГНАЛА ПРИ РАЗНОЙ ГЕОМЕТРИИ АПЕРТУР ФОТОПРИЕМНИКОВ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ СИСТЕМЫ АНАЛИЗА ИНТЕРФЕРОГРАММ

Е. Е. Майоров[*1], А. В. Арефьев[1], Ю. М. Бородянский[2],
Р. Б. Гулиев[3], А. В. Дагаев[4], В. П. Пушкина[1]

[1]*Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения*
Санкт-Петербург, Россия
**majorov_ee@mail.ru*
[2]*Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. М. А. Бонч-Бруевича*
Санкт-Петербург, Россия
[3]*Университет при Межпарламентской Ассамблее ЕврАзЭС*
Санкт-Петербург, Россия
[4]*Ивангородский гуманитарно-технический институт (филиал)*
Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения,
Ивангород, Россия

Аннотация. Проведено математическое моделирование выходного сигнала при разной геометрии апертур фотоприемников интерференционной системы анализа интерферограмм. Выходной сигнал измерительной системы проанализирован методом интегрирования. Определены требования к изменению параметров интерференционных полос. Анализ показал, что при проведении измерений необходимо, чтобы ширина полосы была много больше апертуры фотоприемника.

Ключевые слова: *интерференционная полоса, волновой вектор, фаза полос, фотоприемное устройство, выходной сигнал, апертурный угол, величина смещения, интерферограмма*

Ссылка для цитирования: *Майоров Е. Е., Арефьев А. В., Бородянский Ю. М., Гулиев Р. Б., Дагаев А. В., Пушкина В. П.* Математическое моделирование выходного сигнала при разной геометрии апертур фотоприемников интерференционной системы анализа интерферограмм // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 4. С. 313—319. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-4-313-319.

MATHEMATICAL MODELING OF THE OUTPUT SIGNAL FOR DIFFERENT PHOTODETECTOR APERTURE GEOMETRIES IN INTERFERENCE SYSTEM OF INTERFEROGRAM ANALYSIS

E. E. Maiorov[*1], A. V. Arefiev[1], Yu. M. Borodyansky[2],
R. B. Guliyev[3], A. V. Dagaev[4], V. P. Pushkina[1]

[1]*St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,*
St. Petersburg, Russia
majorov_ee@mail.ru
[2]*The Bonch-Bruevich St. Petersburg State University of Telecommunications,*
St. Petersburg, Russia
[3]*University under the Inter-Parliamentary Assembly of EurAsEC,*
St. Petersburg, Russia
[4]*Ivangorod Humanitarian and Technical Institute*
(branch of St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation),
Ivangorod, Russia

Abstract. Mathematical modeling of the output signal of interference system for interferogram analysis is carried out for different photodetector aperture geometries. The measuring system output signal is analyzed using the integration method. The requirements for changing the interference fringes parameters are determined. According to the performed analysis, it is necessary for the bandwidth to be much larger than the photodetector aperture when carrying out measurements.

Keywords: interference band, wave vector, band phase, photodetector, output signal, aperture angle, displacement value, interferogram

© Майоров Е. Е., Арефьев А. В., Бородянский Ю. М., Гулиев Р. Б., Дагаев А. В., Пушкина В. П., 2023

For citation: Maiorov E. E., Arefiev A. V., Borodyansky Yu. M., Guliyev R. B., Dagaev A. V., Pushkina V. P. Mathematical modeling of the output signal for different photodetector aperture geometries in interference system of interferogram analysis. *Journal of Instrument Engineering.* 2023. Vol. 66, N 4. P. 313—319 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-4-313-319.

Введение. При современном состоянии рынка измерительных приборов и комплексов основная задача оптического приборостроения — максимально уделять внимание их техническим характеристикам, а не увеличивать объемы выпускаемой продукции [1, 2]. Наблюдается тенденция к увеличению доли приборов, оптические характеристики которых заведомо превосходят характеристики аналогов [3, 4].

В настоящее время различные российские корпорации приобретают оптические контролирующие приборы и системы, которые способны решать задачи повышенной сложности и предоставлять высокоточную достоверную информацию [5, 6]. При серийном производстве оптических деталей, приборов и систем необходимы такие методы и средства оптического контроля, которые дали бы возможность обеспечить успешное развитие этой отрасли [7, 8].

В настоящее время при разработке оптико-электронных приборов и комплексов повышенной производительности, оперативности, чувствительности контроля и точности измерений [9, 10] решается важнейшая задача обеспечения автоматизированного контроля в производственном цикле в режиме реального времени [11, 12]. Разработчики оптических приборов и систем стремятся повысить возможность обнаружения ошибок и дефектов, уменьшить погрешность измерений до уровня сотых долей длины волны излучения, а также увеличить диапазон измеряемых параметров [13, 14].

Анализ литературных источников подтверждает, что в этом классе приборов наиболее перспективны интерференционные [15—19]. Приборы указанного класса имеют преимущества над приборами геометрической оптики: высокая точность измерений, расстояние до контролируемой поверхности объекта не зависит от апертурных углов освещения и наблюдения; они малогабаритны, просты в эксплуатации и удовлетворяют современным требованиям производственного контроля [16—19].

Благодаря теоретическому анализу интерферометрических приборов и систем их функционирование постоянно совершенствуется; исследуются вопросы построения и эксплуатационных характеристик приборов, расширения функциональных возможностей и повышения информативности измерений, внедрения в научную и производственную практику. Поэтому представляет интерес анализ выходного сигнала для случаев прямоугольной и круговой апертур фотоприемных устройств измерительной системы.

Цель настоящей работы состояла в математическом моделировании выходного сигнала при разной геометрии апертур фотоприемников интерференционной системы анализа интерферограмм.

Постановка задачи. Необходимо проанализировать выходной сигнал измерительной системы методом интегрирования, а также определить требования к изменению параметров интерференционных полос.

*При круговой апертуре фотоприемного устройства***.** Рассмотрим выходной сигнал измерительной системы контроля различной сложности интерферограмм. Предположим, что углы малы, тогда получим выражение для интенсивности излучения в виде [2, 3, 19]:

$$I = 2E_0\left[1+\cos\left(\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}\alpha d\right)\right], \qquad (1)$$

где E_0 — вещественная амплитуда, λ — длина волны излучения, α — угол, характеризующий направление наблюдения.

На рис. 1 представлен выходной сигнал фотоприемного устройства круговой апертуры (*P* — исследуемая точка; $\mathbf{k}_0$ — волновой вектор направления освещения; **d** — вектор смещения).

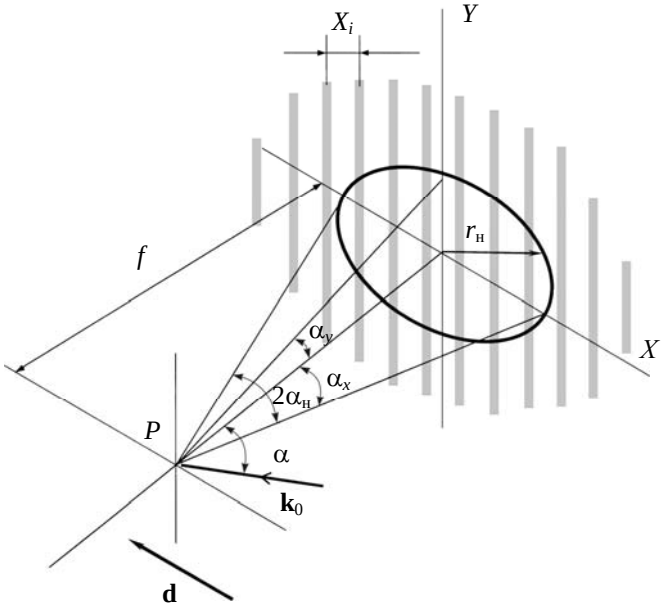

Рис. 1

При круговой апертуре $2r_н$ проинтегрируем выражение для интенсивности по площади круга радиусом $r_н$:

$$U_{кр} = \int_{-r_н}^{r_н} dy \int_{-\sqrt{r_н^2-y^2}}^{\sqrt{r_н^2-y^2}} \cos\left[\frac{2\pi dx}{\lambda f} + \omega t + \varphi_0\right] dx.$$

Пределы и переменные интегрирования $r_н$ и x, y заменим на угловые $\alpha_н$ и α_x, α_y:

$$\alpha_x = x/f;\ \alpha_y = y/f.$$

Не принимая во внимание фазовый член для определения амплитуды сигнала, получим:

$$U_{кр} = \frac{\lambda f}{\pi d} \int_{-\alpha_н}^{\alpha_н} \sin\left[\frac{2\pi d}{\lambda}\sqrt{\alpha_н^2 - \alpha_y^2}\right] d\alpha_y. \qquad (2)$$

Для понимания процесса на рис. 2 представлена графическая зависимость амплитуды сигнала при малых смещениях интерферограммы.

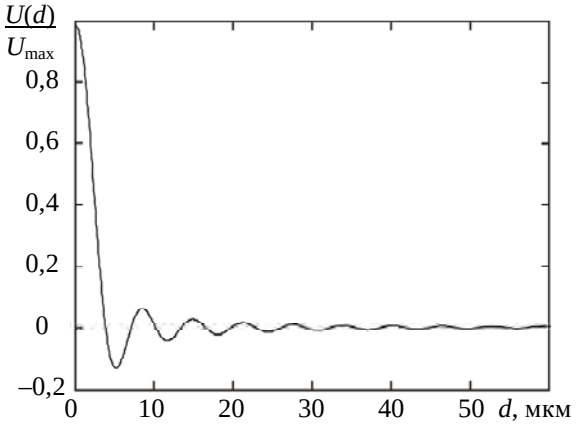

Рис. 2

*При прямоугольной апертуре фотоприемного устройства***.** При анализе сигнала фотоприемного устройства с прямоугольной апертурой интерференционные полосы в области ин-

тегрирования будем считать одинаковыми по ширине и прямолинейными, как показано на рис. 3.

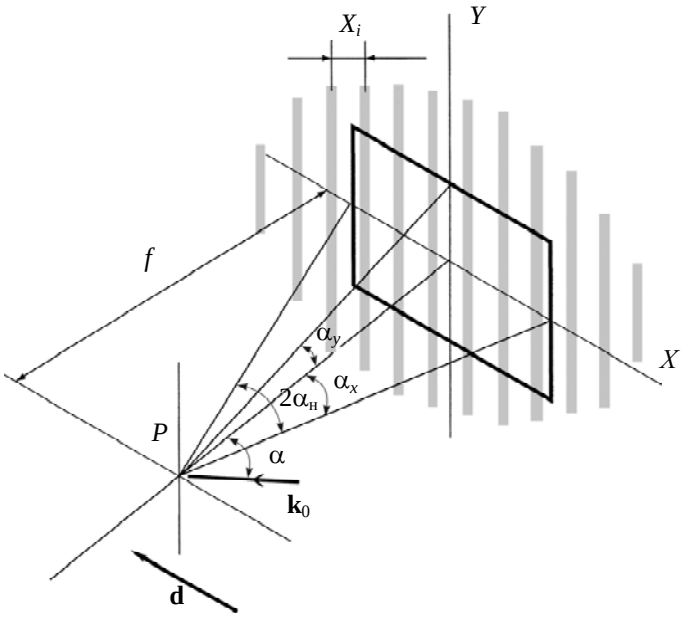

Рис. 3

Освободимся от члена, зависящего от времени, и получим:

$$U_{\text{п}} = \int\limits_{-\alpha_{\text{н}}}^{\alpha_{\text{н}}} \cos\left[\omega t + \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda}\alpha_x d\right] d\alpha_x = \frac{\lambda}{\pi d}\sin\frac{2\pi d\alpha_{\text{н}}}{\lambda}\cos\left(\omega t + \varphi_0\right), \qquad (3)$$

где $2\alpha_{\text{н}}$ — апертура фотоприемника; $\varphi_0 = \dfrac{2\pi d\alpha_0}{\lambda}$ — фаза полос в центре апертуры фотоприемника (волновой вектор направления освещения $\mathbf{k}_0$ перпендикулярен вектору смещения $\mathbf{d}$); $\alpha_x = \alpha - \alpha_0$; $\alpha = \alpha_0 + \alpha_x$ — апертурный угол; α_0 — биссектриса апертурного угла наблюдения.

Экспериментальные результаты. Проанализировав выражения (2) и (3), можно сделать следующие выводы относительно обеих апертур: для величин $d_k = \dfrac{k\lambda}{2\alpha}$, где $k = \pm 1, \pm 2, \ldots$, выходной сигнал $U = 0$, а при смещениях интерферограммы на d величина сигнала падает. Это означает, что при больших величинах d измерения невозможно провести, так как отношение сигнал/шум стремится к нулю. Поэтому достоверная информация о векторе смещения при исследовании интерферограмм может быть получена лишь для малых смещений, для которых выходной сигнал поддерживается на максимально высоком уровне.

Проанализировав графическую зависимость амплитуды сигнала от величины смещения для прямоугольной апертуры (рис. 4) и выражение (3), получим первый нуль функции выходного сигнала при $\dfrac{2d\alpha_{\text{н}}}{\lambda} = 1$, или при $\dfrac{2\alpha_{\text{н}}}{x_\alpha} = 1$, где $x_\alpha = \dfrac{\lambda}{d}$ — угловой период полос.

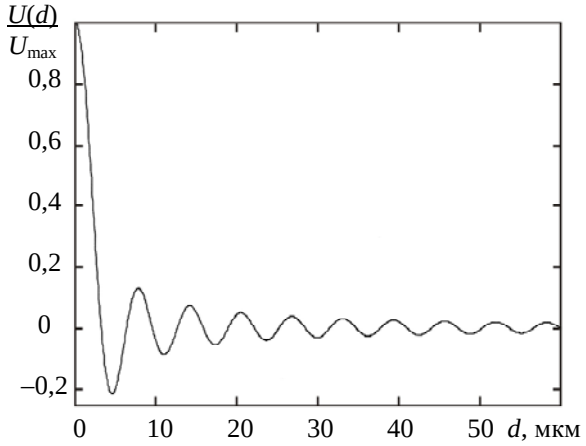

Рис. 4

Таким образом, можно сказать, что при проведении измерений необходимо, чтобы ширина полосы была много больше апертуры фотоприемника: $\frac{\alpha_н}{x_\alpha} << 1$.

Заключение. В работе показано, что для минимизации погрешности измерений с целью расширения пределов измерений величины смещения необходимо добиться, чтобы выходной сигнал при разной геометрии апертур фотоприемников интерференционной системы находился на максимально высоком уровне. Интерферометрическая система должна быть настроена таким образом, чтобы ширина полосы была много больше апертуры фотоприемника. Настоящие экспериментальные результаты представляют интерес для оптического приборостроения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Powell R. L., Stetson K. A.* Interferometric analysis by wavefront reconstruction // J. Opt. Soc. Am. 1965. Vol. 55. P. 1593—1599.

2. *Жилкин В. А., Зиновьев В. Б.* Расшифровка интерференционных картин в методе голографического муара // ЖТФ. 1986. Т. 56, № 1. С. 113—119.

3. *Вест Ч.* Голографическая интерферометрия. М.: Мир, 1982. 504 с.

4. *Майоров Е. Е., Черняк Т. А., Цыганкова Г. А., Машек А. Ч., Константинова А. А.* Разработка оптической системы обработки голографических интерферограмм // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2020. № 7. С. 25—32. DOI: 10.25791/pribor.07.2020.1190.

5. *Курлов В. В., Коцкович В. Б., Майоров Е. Е., Пушкина В. П., Таюрская И. С.* Экспериментальное исследование разработанной интерференционной системы для измерений поверхности объектов сложной формы // Изв. ТулГУ. Технические науки. 2020. № 8. С. 179—189.

6. *Арефьев А. В., Бородянский Ю. М., Гулиев Р. Б., Дагаев А. В., Майоров Е. Е., Хохлова М. В.* Измерение микрорельефа негладких поверхностей автоматизированным интерферометром в низкокогерентном свете // Изв. ТулГУ. Технические науки. 2020. № 8. С. 211—219.

7. *Цыганкова Г. А., Майоров Е. Е., Черняк Т. А., Константинова А. А., Машек А. Ч., Писарева Е. А.* Исследование разработанного интерферометра поперечного сдвига для настройки интерференционных полос при обработке интерферограмм // Приборы. 2021. № 2. С. 20—25.

8. *Машек А. Ч., Цыганкова Г. А., Константинова А. А., Майоров Е. Е., Писарева Е. А., Громов О. В.* Расчет основных параметров оптико-электронной системы наблюдения и изучения интерференционных структур на голограммах // Изв. ТулГУ. Технические науки. 2021. № 2. С. 184—192.

9. *Хохлова М. В., Дагаев А. В., Майоров Е. Е., Арефьев А. В., Гулиев Р. Б., Громов О. В.* Исследование оптико-электронной системы при обработке голографических пластин // Международный научно-исследовательский журнал. 2021. № 8(110). С. 103—108. DOI: https://doi.org/10.23670/IRJ.2021.110.8.015.

10. *Хохлова М. В., Дагаев А. В., Майоров Е. Е., Арефьев А. В., Гулиев Р. Б., Громов О. В.* Интерференционная система измерения геометрических параметров отражающих поверхностей // Международный научно-исследовательский журнал. 2021. № 6(108). С. 184—189. DOI: 10.23670/IRJ.2021.108.6.029.

11. *Черняк Т. А., Бородянский Ю. М., Майоров Е. Е., Попова Е. В., Петрова Е. А., Хохлова М. В.* Математическое моделирование интерференционного сигнала и получение диапазона измерений величины смещения // Изв. ТулГУ. Технические науки. 2021. Вып. 6. С. 199—204. DOI: 10.24412/2071-6168-2021-6-199-204.

12. *Майоров Е. Е., Колесниченко С. В., Константинова А. А., Машек А. Ч., Писарева Е. А., Цыганкова Г. А.* Исследование флуктуаций фазы выходного сигнала системы фазовых измерений // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2021. № 9. С. 1—6. DOI: 10.25791/pribor.9.2021.1287.

13. *Арефьев А. В., Коцкович В. Б., Майоров Е. Е., Пушкина В. П., Сорокин А. А., Удахина С. В.* Исследование разработанного интерференционного зонда для измерения неровностей реальных поверхностей // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2022. № 2. С. 1—6. DOI: 10.25791/pribor.2.2022.1319.

14. *Майоров Е. Е., Коцкович В. Б., Пушкина В. П., Арефьев А. В., Гулиев Р. Б., Дагаев А. В.* Исследование оптических плоских поверхностей светоделительных пластин средством когерентной оптики // Научное приборостроение. 2022. Т. 32, № 2. С. 65—74.

15. *Бородянский Ю. М., Майоров Е. Е., Петрова Е. А., Попова Е. В., Курлов В. В., Удахина С. В.* Измерение геометрических параметров поверхностей сложной формы низкокогерентной оптической системой // Приборы. 2022. № 5(263). С. 3—7.

16. *Майоров Е. Е.* Исследование разработанной измерительной системы на основе двухлучевой интерферометрии // Моделирование и ситуационное управление качеством сложных систем: 3-я Всерос. науч. конф. (СПб, 18-22 апреля 2022 г.). СПб: ГУАП, 2022. С. 52—55. DOI: 10.31799/978-5-8088-1707-4-2022-3.

17. *Майоров Е. Е., Пушкина В. П., Арефьев А. В., Бородянский Ю. М., Гулиев Р. Б., Дагаев А. В.* Использование метода дифференцирования при обработке оптического сигнала для получения среднеквадратической ошибки измерения // Изв. ТулГУ. Технические науки. 2022. Вып. 8. С. 85—91. DOI: 10.24412/2071-6168-2022-8-85-91.

18. *Майоров Е. Е. Федоренко А. Г., Чабаненко А. В., Хохлова М. В., Гулиев Р. Б., Дагаев А. В.* Исследование геометрии освещения в двухлучевых интерферометрах // Изв. ТулГУ. Технические науки. 2022. Вып.8. С. 75—80. DOI: 10.24412/2071-6168-2022-8-75-80.

19. *Майоров Е. Е., Федоренко А. Г., Хохлова М. В., Хайдаров Г. Г., Гулиев Р. Б., Дагаев А. В.* Возможность использования двухчастотного излучения и интерферометра сдвига для реализации оптического гетеродинирования в голографической интерферометрии // Изв. ТулГУ. Технические науки. 2022. Вып. 8. С. 51—56. DOI: 10.24412/2071-6168-2022-8-51-56.

Сведения об авторах

Евгений Евгеньевич Майоров — канд. техн. наук, доцент; ГУАП, кафедра прикладной математики; E-mail: majorov_ee@mail.ru

Александр Владимирович Арефьев — канд. физ.-мат. наук, доцент; ГУАП, кафедра прикладной математики; E-mail: aaref@yandex.ru

Юрий Михайлович Бородянский — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. М. А. Бонч-Бруевича, кафедра безопасности информационных систем; E-mail: borodyanskyum@gmail.com

Рамиз Балахан оглы Гулиев — канд. техн. наук, доцент; Университет при Межпарламентской Ассамблее ЕврАзЭС, кафедра математики и информационных технологий, E-mail: ramiz63@yandex.ru

Александр Владимирович Дагаев — канд. техн. наук, доцент; Ивангородский гуманитарно-технический институт (филиал) ГУАП, кафедра математики, информатики и информационных таможенных технологий; E-mail: adagaev@list.ru

Вера Павловна Пушкина — канд. экон. наук, доцент; ГУАП, кафедра высшей математики и механики; E-mail: vera150465@yandex.ru

Поступила в редакцию 23.11.2021; одобрена после рецензирования 06.07.2021; принята к публикации 28.02.23.

REFERENCES

1. Powell R.L., Stetson K.A. *J. Opt. Soc. Am*., 1965, vol. 55, pp. 1593–1599.
2. Zhilkin V.A., Zinoviev V.B. *Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki*, 1986, no. 1(56), pp. 113–119. (in Russ.)
3. Vest Ch.M. *Holographic Interferometry*, NY, Wiley, 1979.
4. Mayorov E.E., Chernyak T.A., Tsygankova G.A., Mashek A.Ch., Konstantinova A.A. *Instruments and Systems: Monitoring, Control, and Diagnostics*, 2020, no. 7, pp. 25–32, DOI: 10.25791/pribor.07.2020.1190. (in Russ.)
5. Kurlov V.V., Kotskovich V.B., Maiorov E.E., Pushkina V.P., Tayurskaya I.S. *News of the Tula State University. Technical Sciences*, 2020, no. 8, pp. 179–189. (in Russ.)
6. Arefiev A.V., Borodyansky Yu.M., Guliev R.B., Dagaev A.V., Maiorov E.E., Khokhlova M.V. *News of the Tula State University. Technical Sciences*, 2020, no. 8, pp. 211–219. (in Russ.)
7. Tsygankova G.A., Maiorov E.E., Chernyak T.A., Konstantinova A.A., Mashek A.Ch., Pisareva E.A. *Devices*, 2021, no. 2, pp. 20–25 (in Russ.)
8. Mashek A.C., Tsygankova G.A., Konstantinova A.A., Maiorov E.E., Pisareva E.A., Gromov O.V. *News of the Tula State University. Technical Sciences*, 2021, no. 2, pp. 184–192. (in Russ.)
9. Khokhlova M.V., Dagaev A.V., Mayorov E.E., Arefyev A.V., Guliev R.B., Gromov O.V. *Meždunarodnyj naučno-issledovatel'skij žurnal* (International Research Journal), 2021, no. 8(110), pp. 103–108, DOI: https://doi.org/10.23670/IRJ.2021.110.8.015. (in Russ.)
10. Khokhlova M.V., Dagaev A.V., Arefyev A.V., Guliev R.B., Mayorov E.E., Gromov O.V. *Meždunarodnyj naučno-issledovatel'skij žurnal* (International Research Journal), 2021, no. 6(108), pp. 184–189, DOI: https://doi.org/10.23670/IRJ.2021.108.6.029. (in Russ.)
11. Chernyak T.A., Borodyansky Yu.M., Maiorov E.E., Popova E.V., Petrova E.A., Khokhlova M.V. *News of the Tula State University. Technical Sciences*, 2021, no. 6, pp. 199–204, DOI: 10.24412/2071-6168-2021-6-199-204. (in Russ.)
12. Maiorov E.E., Kolesnichenko S.V., Konstantinova A.A., Mashek A.Ch., Pisareva E.A., Tsygankova G.A. *Instruments and Systems: Monitoring, Control, and Diagnostics,* 2021, no. 9, pp. 1–6, DOI: 10.25791/pribor.9.2021.1287 (in Russ.)
13. Arefiev A.V., Kotskovich V.B., Maiorov E.E., Pushkina V.P., Sorokin A.A., Udakhina S.V. *Instruments and Systems: Monitoring, Control, and Diagnostics*, 2022, no. 2, pp. 1–6, DOI: 10.25791/pribor.2.2022.1319 (in Russ.)
14. Maiorov E.E., Kotskovich V.B., Pushkina V.P., Arefiev A.V., Guliyev R.B., Dagaev A.V. *Nauchnoe Priborostroenie* (Scientific Instrumentation), 2022, no. 2(32), pp. 65–74. (in Russ.)
15. Borodyansky Yu.M., Maiorov E.E., Petrova E.A., Popova E.V., Kurlov V.V., Udakhina S.V. *Devices*, 2022, no. 5(263), pp. 3–7. (in Russ.)
16. Maiorov E.E. *Modelirovaniye i situatsionnoye upravleniye kachestvom slozhnykh sistem* (Modeling and Situational Quality Management of Complex Systems), Third All-Russian Scientific Conference, St. Petersburg, April 18–22, 2022, pp. 52–55, DOI: 10.31799/978-5-8088-1707-4-2022-3. (in Russ.)
17. Maiorov E.E., Pushkina V.P., Arefiev A.V., Borodyansky Yu.M., Guliev R.B., Dagaev A.V. *News of the Tula State University. Technical Sciences*, 2022, no. 8, pp. 85–91, DOI: 10.24412/2071-6168-2022-8-85-91. (in Russ.)
18. Maiorov E.E., Fedorenko A.G., Chabanenko A.V., Khokhlova M.V., Guliev R.B., Dagaev A.V. *News of the Tula State University. Technical Sciences*, 2022, no. 8, pp. 75–80, DOI: 10.24412/2071-6168-2022-8-75-80. (in Russ.)
19. Maiorov E.E., Fedorenko A.G., Khokhlova M.V., Khaidarov G.G., Guliyev R.B., Dagaev A.V. *News of the Tula State University. Technical Sciences*, 2022, no. 8, pp. 51–56, DOI: 10.24412/2071-6168-2022-8-51-56. (in Russ.)

Data on authors

Evgeny E. Maiorov	—	PhD, Associate Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Applied Mathematics; E-mail: majorov_ee@mail.ru
Aleksander V. Arefiev	—	PhD, Associate Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Applied Mathematics; E-mail: aaref@yandex.ru
Yury M. Borodyansky	—	PhD, Associate Professor; The Bonch-Bruevich St. Petersburg State University of Telecommunications, Department of Information Systems Security; E-mail: borodyanskyum@gmail.com
Ramiz B. Guliyev	—	PhD, Associate Professor; University under the Inter-Parliamentary Assembly of EurAsEC, Department of Mathematics and Information Technologies, E-mail: ramiz63@yandex.ru
Alexander V. Dagaev	—	PhD, Associate Professor; Ivangorod Humanitarian and Technical Institute (branch of St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation), Department of Mathematics, Computer Science and Information Customs Technologies; E-mail: adagaev@list.ru
Vera P. Pushkina	—	PhD, Associate Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Higher Mathematics and Mechanics; E-mail: vera150465@yandex.ru

Received 23.11.2021; approved after reviewing 06.07.2021; accepted for publication 28.02.23.