УДК 621.397 DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-7-559-566

РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ДВУХСТУПЕНЧАТОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА МИНИМАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИИ

О. А. Морозов, Е. М. Сорохтин, М. М. Сорохтин*

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия

* mikl@nifti.unn.ru

Аннотация. Рассматривается аппаратная реализация метода обработки фазо- и частотно-манипулированных сигналов, базирующегося на применении алгоритма двухступенчатой нелинейной цифровой фильтрации. Нелинейный фильтр основан на модификации метода минимальной дисперсии Кейпона. Представлено математическое описание алгоритмов совместного функционирования ступеней фильтра. Алгоритм аппаратно реализован в виде автономного устройства со встроенной вычислительной системой на программируемых логических интегральных схемах.

Ключевые слова: демодуляция, встраиваемая реализация, ПЛИС, метод минимальной дисперсии Кейпона, фазовая манипуляция, частотная манипуляция

Ссылка для цитирования: *Морозов О. А., Сорохтин Е. М., Сорохтин М. М.* Реализация алгоритма двухступенчатой нелинейной цифровой фильтрации сигналов на основе метода минимальной дисперсии // Изв. вузов. Приборостроение. 2024. Т. 67, № 7. С. 559–566. DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-7-559-566

IMPLEMENTATION OF A TWO-STAGE NONLINEAR DIGITAL FILTERING ALGORITHM BASED ON THE MINIMUM-VARIANCE METHOD

O. A. Morozov, E. M. Sorokhtin, M. M. Sorokhtin*

Lobachevsky State University, Nizhny Novgorod, Russia * mikl@nifti.unn.ru

Abstract. Hardware implementation of a method for processing phase-shift-keyed and frequency-shift-keyed signals based on two-stage nonlinear digital filtering is presented. The first stage is an informationally optimal linear filter with complex coefficients, the second is a quadratic filter based on the Capon minimum-variance method. The algorithm is implemented in hardware as a stand-alone device with an embedded computing system based on programmable logic integrated circuits..

Keywords: demodulation, embedded implementation, FPGA, Capon's minimum variance method, phase shift keying, frequency shift keying.

For citation: Morozov O. A., Sorokhtin E. M., Sorokhtin M. M. Implementation of a two-stage nonlinear digital filtering algorithm based on the minimum-variance method. *Journal of Instrument Engineering*. 2024. Vol. 67, N 6. P. 559–566 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-6-559-566.

Введение. В современных системах связи и управления при решении большого круга задач широкое применение находят цифровые фильтры. Различные структуры цифровых фильтров наиболее часто используются для решения задач частотной селекции сигналов. Несмотря на множество методов синтеза подобных фильтров для задач предварительной обработки сигналов в ряде специализированных применений в настоящее время активно развиваются методы проектирования сложных многокаскадных фильтров, основанные в том числе на нелинейных и адаптивных алгоритмах [1, 2]. Реализация эффективных алгоритмов нелинейной цифровой фильтрации связана с разработкой подходов, позволяющих учесть различные, часто взаимоисключающие требования к параметрам системы обработки сигналов, в частности требования к быстродействию и помехоустойчивости. В то же время современная элементная база позволяет

[©] Морозов О. А., Сорохтин Е. М., Сорохтин М. М., 2024

реализовать многие сложные алгоритмы цифровой фильтрации и обработки данных в реальном масштабе времени.

В настоящей статье предлагается реализация алгоритма нелинейной цифровой двухступенчатой фильтрации фазо- и частотно-манипулированных (ФМ и ЧМ) сигналов [3] для применения в задачах демодуляции и определения взаимных задержек сигналов в условиях многоканального распространения и неопределенности параметров, например вызванной влиянием эффекта Доплера. Алгоритм основан на выделении информационной (модулирующей) составляющей сигнала за счет нелинейной цифровой фильтрации гармонического заполнения.

Математическая постановка задачи. Метод синтеза рассматриваемого цифрового фильтра подробно описан в [3, 4]. Основой является метод минимальной дисперсии Кейпона, модификация которого позволяет варьировать амплитудно-частотную характеристику фильтра в соответствии с требованиями решаемой задачи. Классический вариант метода минимальной дисперсии Кейпона предусматривает определение коэффициентов линейного фильтра на основе решения задачи минимизации дисперсии выходного сигнала фильтра при условии единичного коэффициента пропускания $H(f_0)$ на заданной частоте f_0 . Вектор коэффициентов фильтра минимальной дисперсии Кейпона с p + 1 коэффициентами имеет следующий вид [5, 6]:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{R}_p^{-1} \mathbf{e}(f_0)}{\mathbf{e}^H(f_0) \mathbf{R}_p^{-1} \mathbf{e}(f_0)},\tag{1}$$

где \mathbf{R}_p — автокорреляционная $(p+1) \times (p+1)$ -матрица входного сигнала, $\mathbf{e}(f)$ — вектор комплексных экспонент.

Выбор значения параметра p, определяющего длину фильтра и, соответственно, порядок матрицы \mathbf{R}_p , связан с характеристиками входного сигнала. В частном случае чисто гармонического сигнала достаточно выбрать значение p = 2 (с учетом априори неизвестной дисперсии шума — значение p = 3). Для более сложных сигналов при оценивании параметра p может использоваться информационный критерий Акаике [5].

При реализации классического метода Кейпона [6] коэффициенты фильтра минимальной дисперсии (1) используются для получения спектральной плотности мощности сигнала с высоким частотным разрешением (спектральная оценка Кейпона). В настоящей работе рассматривается вариант реализации цифрового фильтра, где коэффициенты фильтра минимальной дисперсии, полученные на основе модификации метода Кейпона, используются непосредственно для предварительной обработки отсчетов входного сигнала.

В задачах определения взаимных задержек сигналов космических систем связи изменение несущей частоты, обусловленное в первую очередь влиянием эффекта Доплера, а также другими аппаратными частотными и фазовыми искажениями, приводит к необходимости создания фильтра с определенной частотной характеристикой. Синтез такого цифрового фильтра с использованием метода Кейпона базируется на увеличении значения параметра p выше теоретического предела. Расширение порядка автокорреляционной матрицы сигнала и, соответственно, размера вектора коэффициентов фильтра может быть основано на процедуре разложения матрицы по сингулярным числам. Подбором (варьированием) полученных таким образом дополнительных коэффициентов можно приблизить частотную характеристику фильтра H(f) к требуемой форме:

$$H(f) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \exp(-2\pi i f k).$$

Для получения вектора оптимальных коэффициентов фильтра в условиях недостаточной информации вариационная задача дополняется функционалом информационной энтропии относительно частотной характеристики фильтра в форме Шеннона или Берга:

$$\Phi = -\int |H(f)|^2 \log |H(f)|^2 df,$$
(2)

$$\Phi = -\int \log |H(f)|^2 df.$$
(2a)

Значения коэффициентов фильтра могут быть получены каким-либо методом многомерной оптимизации функционала информационной энтропии при заданных ограничениях.

На основе линейного фильтра минимальной дисперсии может быть построен нелинейный (квадратичный) фильтр [3, 4]. Выражение для выходных отсчетов квадратичного фильтра y[n], на входной гармонический сигнал x[n] частоты f_0 , имеет следующий вид:

$$y[n] = \frac{\mathbf{x}^{T}[n]\mathbf{R}_{p}^{-1}\mathbf{x}[n]}{\mathbf{e}^{H}(f_{0})\mathbf{R}_{p}^{-1}\mathbf{e}(f_{0})} \exp(-2\pi i f_{0} n),$$
(3)

где *n* — индекс временного отсчета сигнала; значение параметра *p* выбирается исходя из требуемой ширины частотного отклика фильтра.

Реализация цифрового фильтра на основе выражения (3) может быть упрощена, так как при неизменных параметрах настройки фильтра можно не учитывать знаменатель, являющийся в данном случае постоянным нормирующим множителем. Выход квадратичного фильтра для случая входного сигнала в виде комплексной синусоиды заданной частоты f_0 в белом шуме представляет собой не зависящую от мощности синусоиды константу [4]. На рис. 1, *а* представлен отклик нелинейного цифрового фильтра на фазоманипулированный входной сигнал. Величина отклика фильтра на комплексный гармонический сигнал заданной частоты f_0 в промежутках между манипуляциями фазы является практически постоянной и не зависит от амплитуды гармонического заполнения.

Синтез коэффициентов линейного фильтра для обработки ЧМ-сигнала может быть выполнен по аналогии с рассмотренной выше процедурой синтеза фильтра для ФМ-сигнала, при этом ограничения на частотную характеристику задаются в виде коэффициентов пропускания на характерных частотах f_1 , f_2 ЧМ-сигнала. Вариацией значений коэффициентов пропускания можно получать различные частотные характеристики при неизменной длине фильтра [3]. Однако для обработки ЧМ-сигналов более эффективным оказывается подход, основанный на использовании двух нелинейных фильтров вида (3), настроенных на разные частоты f_1, f_2 .

Учет фазового множителя $\exp(-2\pi i f_0 n)$ в (3), компенсирующего фазовые сдвиги отсчетов входного сигнала, существенно затрудняет практическую реализацию фильтра, однако отказ от него в случае обработки действительного ФМ- или ЧМ-сигнала существенно снижает помехоустойчивость алгоритмов обработки. Данный эффект связан, в частности, с тем, что величина отклика на фазовый разрыв будет зависеть от места разрыва фазы на периоде несущего колебания. Для устранения влияния этого эффекта в алгоритм обработки вводится дополнительный цифровой фильтр обработки сигнала, предназначенный для перевода действительного входного сигнала в комплексную форму с целью восстановления текущей фазы гармонического колебания [3, 4].



Таким образом, получаем двухкаскадный цифровой фильтр, первое звено которого представляет собой фильтр с комплексными коэффициентами c_k , восстанавливающий комплексную фазу гармонического сигнала заданной частоты f_0 . Коэффициенты фильтра рассчитываются для определенного значения частоты f_0 с помощью системы линейных уравнений:

$$\sum_{k=0}^{N-1} c_k \exp(-2\pi i f_0 k) = \exp(2\pi i f_0),$$

$$\sum_{k=0}^{N-1} c_k \exp(-2\pi i f_0 k) = 0.$$
(4)

Выбор единственного решения для коэффициентов фильтра порядка N > 2 осуществляется на основе решения оптимизационной задачи с использованием функционала энтропии в форме Берга (2а). Данный подход позволяет получать частотные характеристики фильтра восстановления фазы со значительно подавленными боковыми лепестками и плоской вершиной главного максимума (рис. 2, *a*). Для ЧМ-сигнала выбор числа коэффициентов определяется шириной главного максимума, необходимой для пропускания без подавления частот $f_{1,2} = f_0 \pm \Delta f$ сигнала. При этом желателен выбор большой частоты дискретизации с целью по возможности сблизить частоты $f_{1,1}, f_{2}$, выраженные в относительных единицах.

Вторым звеном каскада является пара квадратичных фильтров, предназначенных для фильтрации гармонического заполнения сигнала. Каждый из фильтров настроен на соответствующую частоту f_1, f_2 ЧМ-сигнала. Выход квадратичного фильтра на сигнал первого звена каскада (фильтра восстановления комплексной фазы) в каждый момент времени $n\Delta t$ определяется как (без учета нормирующего множителя)

$$\mathbf{z}_n = \mathbf{y}_n \mathbf{R}_p^{-1} \mathbf{y}_p^H. \tag{6}$$

Дальнейшая обработка построена по аналогии со структурой классического частотного детектора — выходные сигналы квадратичных фильтров вычитаются друг из друга, как следствие, частотным компонентам f_1 и f_2 входного сигнала соответствует выходной сигнал фильтра определенного знака. Частотные зависимости откликов квадратичных фильтров $K_2(f, f_0)$, настроенных на разные частоты, приведены на рис. 2, δ .

Первое звено каскада, восстанавливающее информацию о комплексной фазе гармонического сигнала, необходимо для стабилизации выхода квадратичных фильтров. Между первым и вторым звеньями каскада предлагается уменьшить частоту дискретизации обрабатываемого сигнала с целью разнести частоты f_1, f_2 по шкале относительных частот и тем самым уменьшить минимально необходимую длину квадратичного фильтра.

Характерный вид выходного сигнала двухкаскадного цифрового фильтра, который можно рассматривать как аналог модулирующей последовательности обрабатываемого ЧМ-сигнала, приведен на рис. 1, *б*.





Реализация. Аппаратная реализация рассмотренного алгоритма обработки сигналов может быть основана на применении встраиваемых вычислительных систем. Реализация на базе встраиваемых микроконтроллеров имеет определенные преимущества, среди которых, в первую очередь, выделяется простота аппаратной системы. В этом случае схема состоит из микроконтроллера (с возможностью выполнения операций с плавающей точкой при необходимости) и блока памяти для хранения команд и данных. Однако применение ресурсов программируемых логических интегральных схем (ПЛИС) и техник построения вычислительных конвейеров позволяет достичь увеличения производительности системы обработки сигналов за счет использования параллельных вычислений и увеличения частоты дискретизации сигнала. Рассмотрим вариант реализации, основанный на применении ПЛИС.

В состав устройства обработки сигналов, реализующего данный алгоритм фильтрации, должны входить следующие ступени (рис. 3):

 — фильтр восстановления фазы сигнала, представляющий собой линейный фильтр с комплексными коэффициентами, может быть реализован как пара независимых КИХ-фильтров (по одному для действительной и мнимой частей);

— интерполятор сигналов, предназначенный для передискретизации входного потока отсчетов; изменение частоты дискретизации в общем случае должно проводиться в рациональное число раз, поэтому наиболее простым вариантом реализации является использование каскадных интегрально-гребенчатых фильтров (Cascaded Integral-Comb — CIC) [7];

— квадратичные фильтры, предназначенные для выполнения нелинейной обработки сигнала, реализованные на основе массива линейных фильтров.

В зависимости от модели целевой ПЛИС, требуемых тактовых частот и частот дискретизации могут быть выбраны разные типы реализации фильтров: например, для линейных фильтров — реализации, основанные как на использовании аппаратных умножителей-аккумуляторов (Multiply-ACcumulate — MAC), так и на принципе распределенной арифметики (Distributed Arithmetic — DA) [8]. Актуальность применения последних определяется наличием большого количества логических таблиц перекодировки в современных ПЛИС.



Puc. 3

Передискретизацию предлагается производить с помощью двух каскадов CIC-фильтров, выполняющих интерполяцию с последующей децимацией. Основной трудностью при этом является необходимость обеспечить высокую частоту дискретизации после первого каскада, которая может оказаться в общем случае больше тактовой частоты. В ситуациях, когда тактовая частота не позволяет обеспечить передачу данных между каскадами фильтров, могут быть применены модифицированные звенья CIC-фильтров [7].

Первая ступень обработки наиболее проста. Так как входные данные являются действительными, фильтр с комплексными коэффициентами может быть реализован в виде пары независимых линейных фильтров. Учитывая, что количество коэффициентов фильтра невелико, наиболее экономичной для данного фильтра является реализация, основанная на принципе распределенной арифметики. В случае если режим работы целевого устройства позволяет обеспечить значение тактовой частоты, превыщающее частоту дискретизации в K_b раз, где K_b — битовая ширина входных данных, может быть использована более экономичная последовательная реализация распределенной арифметики.

Сигнал с выхода фильтра восстановления фазы поступает на вход устройства передискретизации. В зависимости от деталей реализации системы в целом интерполятор может быть реализован в виде каскадов готовых СІС-фильтров или же в виде устройств, работающих на основе других методов передискретизации, позволяющих снизить тактовые частоты в промежуточных каскадах интерполятора. Однако в случае когда частота дискретизации невелика по сравнению с тактовой частотой, более выгодным является применение двух каскадов СІС-фильтров: интерполятора и дециматора.

После передискретизации данные поступают на вход пары квадратичных фильтров, настроенных на различные частоты. Квадратичный фильтр для $N \times N$ -матрицы M_{ij} реализован на основе массива из N линейных фильтров. Структура реализации квадратичного фильтра приведена на рис. 4.



Рис. 4

Входные данные перед поступлением на входы фильтров разветвляются на два канала. В одном канале для данных выполняется комплексное сопряжение, после чего отсчеты сигнала поступают на входы линейных фильтров. Данные другого канала направляются в память линии задержки. На выходах фильтров будут получены суммы

$$\sum x_i M_{ik},\tag{7}$$

где *k* — номер фильтра, *M_{ik}* — набор коэффициентов для фильтра *k*. Данные с выхода линии задержки поступают на вход умножителя синхронно с выдачей соответствующей суммы

с выхода мультиплексора. Результаты умножения поступают в аккумулятор, вычисляющий сумму

$$\sum x_i^* M_{ik} x_k, \tag{8}$$

соответствующую выходному значению квадратичного фильтра. При этом коэффициенты линейных фильтров должны соответствовать столбцам матрицы коэффициентов квадратичного фильтра.

В случае если размер матрицы коэффициентов (N) квадратичного фильтра невелик, для массива линейных фильтров наиболее выгодно использовать реализацию, основанную на принципе распределенной арифметики [8].

На выход системы обработки сигналов поступают отсчеты разности выходных сигналов двух квадратичных фильтров, настроенных на различные частоты. В целях упрощения аппаратной системы пара квадратичных фильтров и выходной вычитатель могут быть заменены на один квадратичный фильтр с матрицей коэффициентов, равной разности матриц коэффициентов исходных фильтров.

Система обработки сигналов представляет собой конвейер, состоящий из трех ступеней. Каждая ступень выполняет преобразование данных в потоковом режиме, т. е. ступени системы могут одновременно выполнять операции преобразования. При поступлении очередного отсчета входного сигнала x_k первая ступень начинает вычисления для блока данных [$x_{k-K-1}...x_k$]. В это время интерполятор будет выполнять операции с блоком данных [$x_{k-K-2}...x_k$]. Все блоки устройства объединены конфигурационными интерфейсами, предназначенными для загрузки коэффициентов и задания параметров преобразования.

Важным для данной системы является выбор формата данных. При использовании чисел с фиксированной точкой операции умножения и суммирования имеют наиболее простую реализацию, однако при этом необходимо учитывать расширение шины данных при каждой операции. Расширение шины данных и, возможно, большое количество коэффициентов фильтров может сделать применение принципа распределенной арифметики неэффективным. При таком подходе после каждой ступени конвейера необходимо округлять выходные значения фильтров, что скажется на точности вычислений и приведет к накапливанию ошибок.

Заключение. Представлена реализация модифицированного алгоритма нелинейной цифровой фильтрации Кейпона, применяемого для обнаружения и определения параметров распространения фазо- и частотно-манипулированных сигналов в условиях влияния эффекта Доплера. Реализация алгоритма на ПЛИС сочетает гибкость программируемой логики при подстройке параметров работы с высокой производительностью за счет конвейерной обработки отсчетов регистрируемых сигналов вычислительными устройствами в ПЛИС. Предложена схема реализации алгоритма на трехступенчатом конвейере: ступень восстановления фазы, ступень передискретизации и ступень нелинейной предварительной фильтрации сигнала на основе квадратичного фильтра. В реализации может использоваться распределенная арифметика и оптимизированные вычислители на кристалле. Тестирование представленной реализации алгоритма при различных значениях доплеровского смещения центральной частоты показало существенное увеличение вычислительной эффективности по сравнению с компьютерной реализацией алгоритма при сохранении сопоставимой вероятности правильного определения параметров распространения сигналов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. СПб: Питер, 2003. 604 с.
- 2. Цифровые радиоприемные системы: Справочник / Под ред. М. И. Жодзишского. М.: Радио и связь, 1990. 208 с.
- 3. Логинов А. А., Морозов О. А., Солдатов Е. А., Хмелев С. Л. Применение цифровой фильтрации на основе модифицированного подхода Кейпона в задаче демодуляции частотно-манипулированных сигналов // Автометрия. 2008. Т. 44, № 3. С. 57–64.

- 4. Логинов А. А., Морозов О. А., Солдатов Е. А., Хмелев С. Л. Комбинированная цифровая фильтрация гармонического заполнения фазоманипулированных сигналов в задаче определения временной задержки // Изв. вузов. Радиофизика. 2007. Т. 50, № 3. С. 255–264.
- 5. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 551 с.
- 6. *Кейпон Дж*. Пространственно-временной спектральный анализ с высоким разрешением. // ТИИЭР. 1969. Т. 57, № 8. С. 69–79.
- Henker M., Hentschel T., Fettweis G. Time-variant CIC-filters for sample rate conversion with arbitrary rational factors / Dresden Univ. of Technology [Электронный ресурс]: http://www.ifn.et.tu-dresden.de/MNS/veroeffentlichungen/1999/ Henker_M_ICECS_99.pdf, 31.05.2010.
- 8. *White S. A.* Applications of distributed arithmetic to digital signal processing: A tutorial review // IEEE ASSP Magazine. 1989. July.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Олег Александрович Морозов	 д-р физмат. наук, профессор; Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, кафедра информационных технологий в физических исследованиях; заведующий кафедрой; E-mail: oa morozov@nifti.unn.ru
Евгений Михайлович Сорохтин	 Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, Научно-исследовательский физи- ко-технический институт; ведущий инженер; E-mail: eugene@nifti.unn.ru
Михаил Михайлович Сорохтин	 канд. физмат. наук; Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, кафедра инфор- мационных технологий в физических исследованиях; ст. преподаватель; E-mail: mikl@nifti.unn.ru

Поступила в редакцию 12.02.2024; одобрена после рецензирования 12.04.2024; принята к публикации 16.05.2024.

REFERENCES

- 1. Sergienko A.B. Tsifrovaya obrabotka signalov (Digital Signal Processing), St. Petersburg, 2003, 604 p. (in Russ.)
- 2. Zhodzishsky M.I., ed., *Tsifrovyye radiopriyemnyye sistemy: Spravochnik* (Digital Radio Receiving Systems: Directory), Moscow, 1990, 208 p. (in Russ.)
- 3. Loginov A.A., Morozov O.A., Soldatov E.A., Khmelev S.L. Avtometriya, 2008, no. 3(44), pp. 57–64. (in Russ.)
- 4. Loginov A.A., Morozov O.A., Soldatov E.A., Khmelev S.L. Radiophysics and Quantum Electronics, 2007, no. 3(50), pp. 235–243.
- 5. Marple L., Jr., *Digital Spectral Analysis*, Courier Dover Publications, 2019, 432 p.
- 6. Capon J. Trudy Instituta inzhenerov po elektrotekhnike i radioelektronike, 1969, no. 8(57), pp. 69-79. (in Russ.)
- Henker M., Hentschel T., Fettweis G. *Time-variant CIC-filters for sample rate conversion with arbitrary rational factors*, Dresden University of Technology, http://www.ifn.et.tu-dresden.de/MNS/veroeffentlichungen/1999/Henker_M_ ICECS_99.pdf.
- 8. White S.A. IEEE ASSP Magazine, July, 1989.

DATA ON AUTHORS

Oleg A. Morozov	—	Dr. Sci., Professor; Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Department of Information Technologies in Physical Research; Head of the Department; E-mail: oa_morozov@nifti.unn.ru
Evgeny M. Sorokhtin	—	Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Physical-Technical Scientific Research Institute; Leading Engineer; E-mail: eugene@nifti.unn.ru
Mikhail M. Sorokhtin	—	PhD; Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Department of Information Technologies in Physical Research; Senior Lecturer; E-mail: mikl@nifti.unn.ru

Received 12.02.2024; approved after reviewing 12.04.2024; accepted for publication 16.05.2024